

A nem-euklideszi szemléletmód történeti előzményei

Munkácsy Katalin

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest¹

Abstract

The hyperbolic geometry was created in the XIXth century, but some non-euclidean concepts from the previous centuries can be reported.

A hiperbolikus geometria a XIX. században született meg. Az ezt megelőző évszázadok, sőt évezredek matematikai eredményei az új elmélet kialakulásához csak közvetett módon járultak hozzá. Bebizonyosodott, hogy már a IV. században megkezdett út zsákutca: a párhuzamossági axióma nem tétel, ahogyan azt sokan tévesen gondolták, nem is bizonyítható (Waerden, 1977). Nincs okunk arra sem, hogy a párhuzamossági axiómát a megkérdőjelezhetetlen igazságok közé soroljuk. Bolyai, Gauss, Lobacsevszkij kutatásainak következményeképpen tudjuk, hogy a párhuzamossági axióma tagadására és elfogadására épített geometriák egyszerre ellentmondásmentesek, vagyis a mindennapi szóhasználattal igazak.

Mindez mégsem jelenti azt, hogy a hiperbolikus geometria gondolata olyan új gondolat, amelynek semmilyen előzménye nem volt korábban. Egyes matematikatörténészek szerint az ókori görög matematikában tudatos választás történt a többféle lehetséges elemi geometria között (Tóth, 2000). Sokféle ok miatt a nyugati közgondolkodásban az euklideszi geometria hosszú időre kizárólagossá vált.

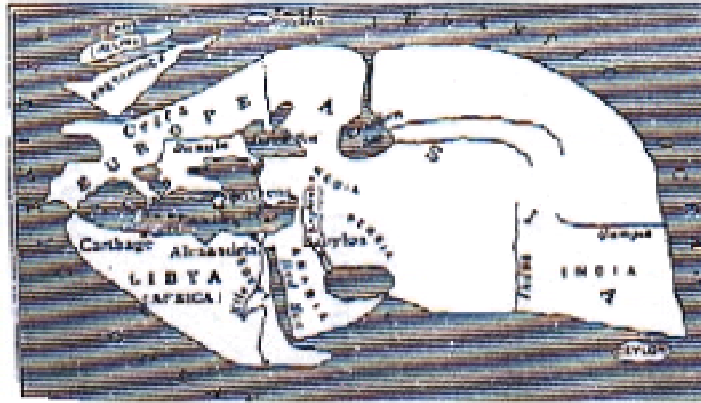
Az ókorból a világtérképek három jellegzetes típusa maradt fenn. Hecataeus világtérképe Kr. e. 517-ből maradt fenn, többszöri másolás révén. Ma szép reprodukciói találhatók térképtörténeti és matematikatörténeti művekben. Én forrásként Smith könyvét használtam (Smith, 1923).



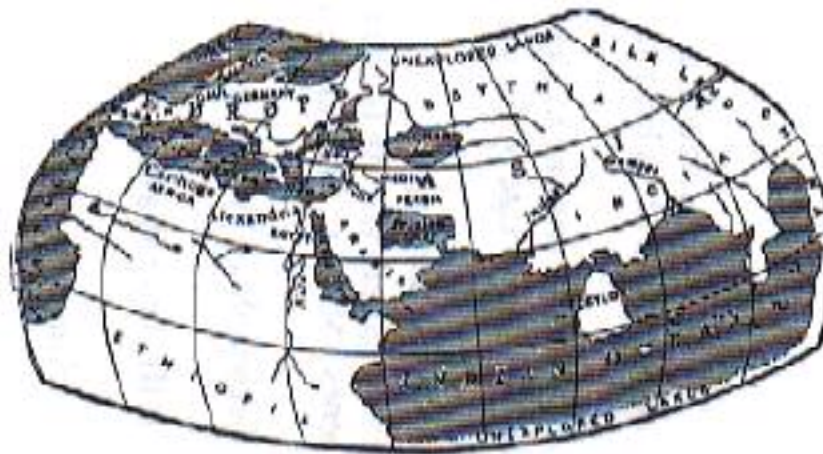
A térkép az akkor ismert világot ábrázolja. Középpontjában a készítés helye, az antik Görögország található, ezt veszi körül az ismert táj, majd ezen túl az ismeretlen messzeséget jelölő, a világot körülölelő tenger található. Első látásra azt hihetnénk, hogy a Földgömb síkbeli ábrázolását látjuk, de ez tévedés. A térkép a korong modellt mutatja be.

A következő térkép Eratosthenestől származik. A térkép átmeneti állapotot tükröz a korong modell és a siktérképek között. A befoglaló ábra már téglalap. Mai, modern térképeink is téglalap formájúak. Ez az ábrázolás arra utal, hogy a széles nagy világból kivágunk egy, a minket érdeklő részletet, és csak azt ábrázoljuk. Eratosthenes térképén még nem láthatjuk ezt a kivágást, a régi módon még az egész ismert világot ábrázolja a térkép, tengerrel körülvéve.

¹ Email: kati.munkacsy@freemail.hu



A harmadik térkép Ptoleimaios-tól származik. A földgömb síkra vetített képét láthatjuk rajta, a Földnek a görögök számára fontos részeit. Ptoleimaios egész térképsorozatot készített, azoknak összefoglaló ábrája látható a képen. A térképek megszerkesztésekor Erathotenes földugár mérésére támaszkodott.



Előttünk áll tehát három térkép az ókorból, amelyek egyúttal a három elemi geometriai szemléletmódot is képviselik, a sík, a gömbi és a hiperbolikus geometriát. A földgömb geometriája és a gömbi geometria között egyértelmű a kapcsolat. A síktérképek az euklideszi geometria sajátosságait viselik.

Saját vizsgálataim arra az eredményre vezettek, hogy Hecataeus térképe a hiperbolikus szemléletmódra utal. Érveim három forrásból származnak:

- az életfa mítoszok és a korongmodell kapcsolata
- a kisgyerekek gondolkodásmódja
- saját látási élményeink.

Az életfa mítoszok és a korongmodell kapcsolata

Az életfák, másképpen a világfák a világmindenségről vallott tudás képi megjelenítői. A fa gyökerei az alvilágba, ágai a felső világba nyúlnak, a fa maga a lapos korongként elképzelt földön áll (Fodor, 1992). Az életfa motívum a magyar népmesekincs szerves része, gyakran találkozhatunk a mesékben az égig érő fa képevel. Valódi képi ábrázolás is fennmaradt az életfákról.



Az ábrán egy honfoglalás kori ruhadísz. Az életfamotívum egyre stilizáltabbá vált, későbbi változatain már csak a régészek segítségével fedezhetjük fel az eredeti életfa ábrázolást.



Leghíresebb régészeti emlékek a nagy művészeti értéket képviselő tarsolylemezek. A galgóci tarsolylemez a Magyar Nemzeti Múzeum tulajdona.



A kisgyerekek gondolkodásmódja

Az elkeseredett gyerekek, és sokszor a felnőttek is, ki szeretnének futni a világból, néha gondoltunk arra, hogy világgá megyünk, a világ végén leülünk és a semmibe lógatjuk a lábunkat.

Saját látási élményeink

A nagy pusztaságokon, ahol láthatjuk, hogy az ég a földdel összeér, mint például a Hortobágyon, más-képpen érzékeljük a világot, mint épületek, vagy erdők, hegyek közé beszorítva. A pusztákon közvetlen tapasztalat a végtelenben egyre közeledő párhuzamosok látványa, ha éppen egy tőlünk távolodó kocsit figye-lünk meg. Ha a puszta közepén körbefordulunk, akkor minden pillanatban a táj perspektivikus képét látjuk. Ezeknek a látási benyomásoknak az összegezése lehet az Escher műveiből jól ismert kép. Interaktív módon tanulmányozhatjuk ezt az élményt Szilassi Lajos szoftverje segítségével (Szilassi, 1994).



Bár egyre többet tudunk meg a Bolyai-életmű megszületéséről, arról semmilyen információnk nincs, hogy a hiperbolikus geometria megalkotása során Bolyai támaszkodott-e a mítoszokban őrzött ősi világlátásra, vagy kizárólagosan logikai úton jutott el az új elmélethez (Kiss, 1999). Pedagógiai szempontból jelentős az előzmények számbavétele. Meggyőződésem, hogy a többféle geometria léte nem idegen, nehéz gondolat a gyerekek számára. Sokkal nehezebb elfogadniuk az euklideszi geometria szigorú egyértelműségét, csak éppen a tanítási hagyományok elfedik ennek az útnak a nehézségeit. Könnyebb az iskoláskori matematikatanulás, könnyebb eljutni a XX. század első harmadában megalapozott modern matematikához, ha az ókori görög ma-tematika elveinek megfelelően úgy építjük fel a matematika tananyagot, hogy a matematikai állítások nem önmagukban álló abszolút igazságok, hanem ha-akkor típusú kijelentések.

Szakirodalom

- [1] B. L. van der Waerden: *Egy tudomány ébredése, Egyiptomi, babiloni és görög matematika*, Gondolat, 1977.
- [2] Tóth Imre: *Isten és geometria*, OSIRIS 2000
- [3] David E. Smith : *History of Mathematics*, (Boston,1923-1925) New York Dover Edition, 1958
- [4] Fodor István: A honfoglalók művészete, *Rubicon*, 1992/1
- [5] Bolyai János: *Appendix, a tér tudománya*, Akadémiai, 1973.
- [6] Kiss Elemér: *Matematikai kincsek Bolyai János kéziratos hagyatékából* (Mathematical Gems from the Bolyai Chests), Typotex, 1999.
- [7] dr. Szilassi Lajos: *A hiperbolikus geometria Poincaré -féle körmodellje. Háttérismeretek a BOLYAI.EXE számítógépi programhoz* , kézirat, 1994.