3 A Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálata (DPV)

(A Dékány–Juhász-féle diszkalkulia pedagógiai vizsgálat sztenderdizált változata)

Ismertető a Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálatáról
óvodás- és kisiskolás korú gyermekeknél
3. rész

POLGÁRDI VERONIKA
polgardi.vera@gmail.com

Absztrakt
A Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálata (DPV) gyógypedagógiai vizsgáló eljárás, az ELTE GYOSZI diszkalkulia munkacsoportja által kidolgozott Dékány–Juhász-féle diszkalkulia pedagógiai vizsgálat neuropszichológiai kutatásokkal alátámasztott, megújított és sztenderdizált változata.

Jelen cikk 1. és 2. része a Gyógypedagógiai Szemle korábbi számaiban jelent meg. A cikkek bemutatták a DPV kidolgozásának előzményeit, a vizsgáló eljárás elméleti hátterét, főbb koncepcióját és jellemzőit, az életciklus szerinti tesztváltozatokat, valamint a kisiskolások számára készült teszt felépítését. Ezen belül olvashatók az első két szubteszt (Tájékozódás, Számfogalmat megalapozó ismeretek) elméleti vonatkozásai is.

A jelen, 3. részben a Pótlás, bontás, alapműveletek szubteszt első részének leírására kerül sor, valamint továbbra is nagy hangsúlyt kap a részfeladatok, a számolásban résztvevő fő numerikus és az egyéb, nem matematika-specifikus rendszerek strukturált kapcsolata. A cikk részletezi a DPV (differenciál-diagnosztizáló tevékenység) által a fogalmi diszkalkulia terén analizálható tipikus hibákat és a megfigyelhető részképesség-gyengeségeket, hogy azt követően hatékony, célzott terápia váljon lehetővé. A tanulmány hangsúlyozza a diszkalkulia munkacsoport több évtizedes diagnosztizáló és terápiás munkájának dinamikus szemléletét.

A cikksorozat később megjelenő 4. része a Pótlás, bontás, alapműveletek szubteszt második részét, valamint a Szöveges feladatok, Matematikai-logikai szabályok, Aritmetikai tények szubteszteket ismerteti.

Kulcsszavak: tipikus hibák, részképességek, dinamikus értékelés és attitűd, eljárásorientált vizsgálat, terápia-relevencia

Bevezető

Az ELTE GYOSZI diszkalkulia munkacsoportja a Dékány–Juhász-féle (1999, 2007) diszkalkulia-vizsgálat sztenderdizálásának befejező szakaszát végzi, Dékány Judit vezetésével.[1] A kutatási munka első fázisairól jelen cikk 1–2. része, a *Gyógypedagógiai Szemle* 2012. XL. évfolyamának 4. és a 2013. XLI. évfolyam 2. száma számolt be. Az eddigiekben sor került a DPV koncepciójához illeszkedő diszkalkulia-meghatározások bemutatására, a vizsgálat főbb jellemzőinek leírására, valamint a teszt felépítésének ismertetésére. Bemutatásra került a szubtesztekhez kapcsolódó elméleti háttér, ez

1 Köszönetet mondok Dékány Judit gyógypedagógus-logopédusnak a cikk elkészítéséhez nyújtott értékes segítségéért.

alapján a DPV fő értékelési és megfigyelési szempontjai a kisiskolások számára készült tesztváltozaton belül. Jelen cikk előző részében olvasható az 1. TÁJÉKOZÓDÁS szubteszt (1.1. Relációk alkotása; 1.2. A relációs szókincs/grammatika használata; 1.3. Bal-jobb differenciálás) és a 2. A SZÁMFOGALMAT MEGALAPOZÓ KÉPESSÉGEK/KÉSZSÉGEK/ISMERETEK szubteszt (2.1. Számlálás adott számkörben; 2.2. Mennyiségállandóság; 2.3. Számemlékezet; 2.4. Globális mennyiségfelismerés; 2.5. Számnév-számjegy egyeztetése adott számkörben; 2.6. Mennyiségi relációk adott számkörben; 2.7. Helyiérték-fogalom adott számkörben).

Jelen cikkben a 3. szubteszt alábbi alpontjainak leírására kerül sor:

3. PÓTLÁS, BONTÁS, ALAPMŰVELETEK
3.1. Pótlás, bontás 10-es számkörben
3.2. Összeadás, kivonás
3.2.1. Összeadás, kivonás 10-es, 20-as számkörben
3.2.2. Összeadás, kivonás 100-as, 1000-es számkörben

„Kognitív neurológiai értelmezésben a számolás a mennyiségekre és az azokkal végezhető négy alapműveletre vonatkozó olyan akusztikus-verbális, szimbolikus mentális tevékenység, melynek eredménye írás és olvasás során is kifejeződhet." (MÁRKUS 2007: 48)

A fenti neuropszichológiai meghatározásnak felel meg a DPV komplexitása, támaszkodva a (gyógy)pedagógia és a diszkalkulia munkaközösség több évtizedes empirikus (diagnosztizáló és terápiás tapasztalataira) és a legfőbb fejlődéslélektani elméletekre (CSONKÁNÉ 2012).

Piaget különböző gondolkodási-műveleti fejlődési fokozatokat állít fel, amely elmélet szerint a gyermek gondolkodásának fejlődése életkori szakaszokhoz köthető. A szakaszok minőségileg különböző fázisokat jelenítenek meg: érzékszervi-mozgásos/szenzomotoros (0–2 év), művelet előtti (2–7 év), konkrét műveleti (7–11 év) és formális műveleti (11–14 év). A fejlődési fokozatok révén leegyszerűsödik a cselekvések szerkezete, a tárgyakkal végzett műveletek fokozatosan belsővé válnak. Később a gyermek a műveleteket már nemcsak konkrét tárgyakkal, hanem gondolatban, azok szimbólumaival is képes elvégezni (interiorizáció). Az egyre elvontabb szintű műveletvégzés ebben az értelemben belsővé vált cselekvések, műveleti struktúrák repertoárja (PIAGET 1993).

A DPV mindegyik részterülete, különösen a 3. szubteszt, a (gondolkodás) műveletvégzés fejlődésének fenti szintjeit járja végig.

Józsa (2003) szerint a tárgyakkal végzett manipulatív számolás[2] óvodáskorban intenzív fejlődést mutat. A számnevek megtanulása és az ujjakon (mint tárgyakon) történő számlálás a kutatások szerint (lásd JÁRMI 2012 összefoglalója) már ebben a korban lehetővé teszik a mennyiségek és a számok közötti összefüggések meglátását (informális tanulás), a számtani műveletek megértését, és megalapozzák a számfogalom alakulását bővülő számkörökben is (DÉKÁNY 1999).

Külföldi tanulmányok alapján elmondható, hogy már az 5-6 éves gyermek is érti az összeadást és a kivonást, valamint a két művelet közötti kapcsolatot[3] (MÁRKUS 2007;

2 Józsa (2003) az elemi számolási készség mérésére írja le az ún. Mennyiség feladatcsoportot a DIFER-ben: a manipulatív számolást, a kiszámlálást, a hozzászámlálást, az elvételt, a bontást, a csoportosítást, a számképfelismerést és a számolvasást.

3 Kutatások bizonyítják (NUNES et al. 2007; STERN 2005, idézi NUNES–CSAPÓ 2011), hogy az összeadás és kivonás közti inverz összefüggés korai megértése jól előrejelzi a későbbi matematikai teljesítmények színvonalát.

Jármi 2012 összefoglalói). Az 5-6 éves gyermek „megtalálja a módját annak, hogy a számlálás segítségével összeadjon vagy kivonjon" (Dehaene 2003: 162). Az összeadási stratégiák fejlődését Butterworth (2005) alapján Jármi (2012) ismerteti. Ezek a számolási stratégiák nem állandó sorrendben jelennek meg a gyermekeknél. Dehaene (2003) szerint a 4–7 éves kor közötti gyerekek már intuitíve megértik, hogyan lehet kiválasztani a legjobb stratégiákat (gazdaságosság, időigény). Az optimális stratégiaválasztást meghatározhatja a szám nagysága. Az ún. minimumstratégiát (mindig a nagyobb számmal kezdi a gyermek az összeadást) egy kezdeti, gyors becslés (intuíció/számérzék) és a konceptuális tudás (az összeadás felcserélhetősége) birtoklása alapozza meg.

Gyakorlással összekapcsolódik az összeadás és a hozzátartozó eredmény: az asszociációs tanulás során kiépül az összeadási tábla (Aschraft 1995, idézi Jármi 2012). Az összeadandók nagyságától függően (problémanagyság-hatás) nő az előhívás ideje. Parkman (1972) megállapítását több kutató is megerősítette, mely szerint az egyjegyű számokkal végzett műveletek (összeadás, szorzás) reakcióideje azonos. Ez alapján feltételezik, hogy „az egyjegyű számokkal végzett műveletek eredményei olyan külön halmazokban reprezentálódnak, melyekhez könnyű és gyors a hozzáférés" (idézi Márkus 2007: 51). A kognitív tudományos számfeldolgozó modellek (asszociációs, kognitív, ill. hármas kódolás[4] modell) is fontos jelenségként említik az ún. aritmetikai tények előhívását (idézi Márkus 2007). Tipikus fejlődés során kis számkörökben egyre gyakoribb a felidézés (Jármi 2012), amely azonban nem csupán mechanikus verbális asszociáció (direkt felidézés: Ashcraft 1995, idézi Jármi 2012), hiszen ez a társítás nem független a jelentéstől (szemantikus elaboráció). A számfogalom fokozatos kialakítását, mélyítését szolgálja a műveletvégzés.

A diagnosztizáló eljárásokban (lásd Márkus 2007; Krajcsi 2010; Dékány–Mohai (m. a.) összefoglalói; Jármi–Soltész–Szűcs 2012; Jármi 2013) nem kellő hangsúllyal, vagy egyáltalán nem szerepel a kis számkörökben elvégzett műveletek értése, a műveletvégzés mikéntje (stratégia/számolási technika, idői hozzáférés), ezáltal a számfogalmi biztonság felmérése (absztraháltsági szint).

A DPV a fentiek vizsgálatára minden életkorban célzott feladatokat és részletesen kidolgozott értékelési szempontokat tartalmaz (3.1. Pótlás, bontás 10-es számkörben és 3.2.1. Összeadás, kivonás 10-es, 20-as számkörben c. alpontok). A kézikönyvben konkrét számolási stratégiák (módszer és eszköz) kerülnek bemutatásra, melyek alapján az adott életkornak/osztályfoknak megfelelő számfogalmi szintek (érési, absztraháltsági fokozatok) határozhatók meg. A számfogalmi szintek megállapításakor fontos szempont a gyermek műveletvégzésének tempója, amelyet a saját pszichomotoros tempójához szükséges hasonlítani a minőségi elemzés során, a DPV nem mér reakcióidőt (Csonkáné 2012). A gyermek habitusának megfigyelése mellett az intelligenciamérő tesztekben célzott próbák is segítik az összehasonlítást (pl. WISC-IV. Feldolgozási sebesség). Ezek az érési szintek képezik a célzott terápia megtervezésének központi részét: gyerekenként változó, hogy az általa alkalmazott számolási technikák közül melyekre lehet a terápia során támaszkodni, továbbfejleszteni, automatizálni, és mely rossz módszerű eljárásokat szükséges leépíteni. A vizsgálat közben a gyermek instrukciót kap arra, hogy hangosan gondolkodjon, bátran használja a megszokott számolási technikáit, eszközeit, fogalmazza meg a stratégiáját: hangosan számoljon be, mire gondol a feladat megoldása

4 A hármas kódolás modellje (Dehaene 2003) szerint az összeadás és szorzás művelete nagyobbrészt a verbális rendszerhez, az osztás és a kivonás inkább a mentális számegyeneshez kötött.

közben, mondja ki a konkrét számolásának, feladatmegoldásának menetét.[5] Ennek során képet kaphatunk arról a tudásról is, amit a metakogníció[6] jelent. A saját mentális folyamataink ismerete magában foglalja a problémamegoldás közben végrehajtott önszabályozó mechanizmusokat is (tervezési, nyomon követési és kontrollfolyamatok), azaz a saját tudás működtetésének a kontrollját (Flavell 1971, 1979). Kutatások szerint a metakognitív készségek az általános intelligencia színvonalától viszonylag függetlenek (de Corte 2001). A DPV-ben az erre irányuló kvantitatív változókkal nehezen megragadható információkat a vizsgálatvezető folyamatosan feljegyzi. Ilyen értelemben a DPV nemcsak struktúra-, hanem eljárásorientált vizsgálati módszer is egyben. A diszkalkuliamunkacsoport véleménye szerint alapvető, hogy mind a diagnoszta, mind a tanító, terapeuta szemlélete Ginsburg (1998) attitűdjét képviselje: tegye képessé önmagát és a gyermeket is arra, hogy hozzáférjen, megvizsgálja és megfogalmazza a gondolkodási folyamatát, azért, hogy „tökéletesítse azt".[7]

A DPV-ben mint gyógypedagógiai eljárásban különösen fontos diagnosztikai szempont, hogy a gyermek a feladat során kapott célzott és meghatározott segítséget hogyan tudja (a következő) feladatban hasznosítani („taníthatóság próbája") (Dékány 1999; Dékány–Juhász 1999, 2007). A vizsgáló ennek érdekében meghatározott standard keretek között fokozatos, hierarchikus módon segíti a válaszadást, és bizonyos esetekben megmondja a helyes választ. A DPV ezen alapelve (Csonkáné 2012) révén elkülönül más statikus vizsgáló eljárásoktól: a standard tesztelés a dinamikus értékelés[8] jellemzőit is magában hordozza, mely által a vizsgálatvezető a személyes jelenlétével több információt tud gyűjteni a gyermek gondolkodási folyamatairól, a metakognitív aspektusairól, a feladatmegoldást kísérő nem intellektuális faktorokról (pl. motiváció, frusztrációtolerancia). Így nyílik lehetőség a feltárt szükségletekhez igazodó, hatékony intervenció megtervezésére, ezáltal a DPV adaptív, instrukcióorientált teszt, mely a fejlesztés oldaláról közelíti meg a gyermek problémáit és a tesztelés folyamatát. A számítógépes teszteknél kevésbé van jelen humán mediáció, így szűkül a megfigyelési lehetőség a kvantitatív elemzéshez. A fentiekkel összefüggésben a diagnosztikus kör pontjait (problémaazonosítás, diagnózis, prognózis, fejlesztési javaslatok, kontrollvizsgálatok) a DPV azonos hangsúllyal kezeli.

3.1. Pótlás, bontás 10-es számkörben

A szám mint totális egész a mennyiségek közötti rész-egész viszonyra épül (téri-vizuális mentális reprezentáció): a mennyiségeket szimbolizáló számokat bontott és különbségalakokkal is kifejezhetjük („egy számnak sok neve van"/„számok additív összetétele"/„numerikus inklúzió"), melynek megértése meghatározó a számfogalom kialakulásában. „A számfogalom a térben található tárgyak állandóságának legelvontabb tulajdonságaként jön létre. A számokat úgy definiálhatjuk, mint azt a tulajdonságot, ami akkor is változatlan

5 A Seth, Baars és Edelman (2005) által leírt tudatosság (idézi Csíkos 2006) 17 jellemzőjének egyike a pontos beszámolás képessége (a tudatos tartalmak akaratlagos, változatos módon való pontos megfogalmazása).

6 A metakogníció mibenlétéről magyarul Csíkos (2006) munkájában olvashatunk.

7 Ginsburg klinikai interjúhoz hasonlítja azt a matematikai jellegű, közvetlen hangvételű beszélgetést, amely során a gyermek, Toby „képes volt »elemezni«, azaz megvizsgálni saját gondolkodását és azután valamit mondani arról, hogyan oldotta meg a problémát… A belső elemzés és annak kifejezése nagyon nehezen megy a kisgyerekeknek" (Ginsburg 1998: 186–187).

8 Bohács (2010) *A dinamikus értékelés definíciója és története* című tanulmányában foglalja össze a dinamikus értékelés ismérveit.

marad, ha a tárgyak azonossága és helyzete megváltozik" (Dehaene 2003: 249). Ezzel összefüggésben a DPV a mennyiségállandóságot (számmegmaradást) és a bontás[9] eljárását is vizsgálja. „A pótlás és a bontás tartalmilag elsősorban az összeadáshoz kapcsolódik, matematikai hátterét tekintve nyitott mondatok megoldását jelenti." (Csíkos és mtsai 2011: 175) A DPV a Dékány–Juhász (1999, 2007) vizsgálóeljárás alapján cselekedtetés közben modellekkel és szóbeli feladatok során méri a pótlás és bontás értelmezését és végrehajtását, amivel elkerülhető a nyitott mondatok írásbeli modellezése (szelektív terhelés).

A DPV Pótlás, bontás 10-es számkörben alpontjának fő értékelési szempontjai: hibás műveletértelmezés; eszközhasználat szükségessége ötös/tízes számkörben; elvont szintű műveletvégzés megjelenése.

A DPV egyéb megfigyelési szempontjai:

Megfigyelés a számolási technika (módszer és eszköz) szempontjából:

- A kialakulatlan/rossz módszerű/alacsony szintű eszközhasználat kialakulatlan számfogalmakra, pl. pótlás esetében a gyermek egyesével hozzátesz vagy elvesz, és újra és újra elölről megszámlálja a korongokat/alacsony szinten kialakulóban lévő számfogalmakra utal, pl. a gyermek legalább kettes számfogalmi körben globálisan felismeri a mennyiséget, mely szubitizációt pótláskor felhasznál, utána azonban már egyesével rakosgatja a korongokat, és mindig elölről meg kell számlálnia az egyre bővülő halmazt. Óvodás korban ez a cselekvés jó műveletértést jelez, a kis számköri globális mennyiségfelismerés pedig lehetőséget ad arra, hogy ez az eszközhasználat iskolás korban spontán vagy irányított tanulással magasabb, fogalmi szintre fejlődjön. Az első osztály második felétől ez a technika már kifejezetten jelzésértékű. Fejlődésbeli elakadást jelent, ha a gyermek a saját testén konkrét feladathelyzetben (2.4. alpontban) biztos globális mennyiségfelismeréssel rendelkezik, ezt az ismeretét azonban műveletvégzéskor nem tudja alkalmazni.
- A közepes (jó) szinten interiorizálódó eszközhasználat kialakulóban lévő, absztrahálódó számfogalmakra utal: az eszközhasználattól való elszakadás (interiorizáció folyamata) figyelhető meg. Például a gyermek biztonsággal, gyors tempóban használja a globális ujjszámolási technika során a saját testről való globális mennyiségfelismerést. Időnként elég, ha csak az első tagot jeleníti meg egységben az ujjain, a második tag mutatása, az ujjak kinyitása-csukása már nem feltétlenül szükséges, manipuláció nélkül „leolvassa" a kezéről. A formális tanulás kezdetén, az 1–2. osztályban ez helyes módszerű ujjszámolás, jó fejlődési irányt jelez. Magasabb életkorokban azonban ugyanez a szint már a számolási technika fejlődésének stagnálását mutatja.
- Többségében elvont szintű számolás alacsonyabb foka (elvont szintű számolás megjelenése): a néhány esetben megfigyelhető eszközhasználat jó szinten kialakulóban lévő, absztrahálódó számfogalmakra utal. Például, ha az első osztályos gyermeknél ötös számkörben megjelenik az elvont számolás, de még lassabb tempójú, és tízes számkörben néhol még eszközigényes a műveletvégzés, akkor ez a pedagógus számára további gyakorlás, automatizálás szükségességét mutatja a felzárkóztató foglalkozásokon. Ez az állapot jó intelligenciaértékhez kapcsolódó kompenzálás

9 A DIFER-ben Józsa (2003) a húszas számkörbeli manipulatív bontást egy halmaz egyenlő elemszámú részhalmazokra való bontásaként értelmezi és vizsgálja.

mellett sokáig rejtve maradhat, hosszú évek során sem fejlődik tovább, stagnál. Az életkor előrehaladtával a műveletvégzés ezen szintje feltétlenül diagnosztikus értékű. A gyermek helyzetét gyakran az is súlyosbítja, hogy kizárólag az osztálytanító pedagógustól függ, ráépíti-e a matematikaórák anyagát a rövid ismétlő-rendszerező egységekre. Például az írásbeli összeadás és kivonás gyakorlásakor is hasznos a tízes, húszas számkörben való összeadási tábla felidézése (a fejben való számolás automatizálása). A felső tagozattól kezdve azonban egyre kevesebb lehetőség nyílik a tanórákon a fejben számolás készségszintű, célzott gyakorlására. Sok esetben a számológép használatának elterjedése nem párosul a rutinszerű számolás szinten tartásával.

- Többségében elvont szintű számolás magasabb foka: a magas szinten interiorizálódó eszközhasználat magas szinten kialakulóban lévő számfogalmakra utal. Az eszközhasználat leginkább a munkatempó gyorsítása érdekében/ellenőrzéskor figyelhető meg (pl. a gyermeknek az is elég, ha rápillant a kezére). A formális tanulás kezdetén az ilyen szintű műveletvégzés a tipikus fejlődés sajátja, később azonban, akár középiskolai fokon, már tanulási problémát jelez. Átlag feletti intellektus mellett, főként, ha a tanulót a számára megfelelő oktatásban, fejlesztésben részesítették, ez a diszkrepancia a diszkalkulia maradványtüneteként is értelmezhető (vö. RTI, Response to Intervention megközelítésen alapuló diagnosztikus modellel, Flanagan et al. 2006).
- Elvont szintű számolás: a gyermeknél kialakult számfogalmakkal, a saját pszichomotoros tempójának megfelelő, jól működő előhívás, automatizált műveletvégzés figyelhető meg.
- Sajátságos fejben számolási technika: számfogalmi állapottól függetlenül, a gyermeknek akár többféle sajátságos fejben számolási technikája is lehet, melyek különböző fejlettségi szintet mutathatnak (sok esetben ezek a technikák a számolási nehézségek kompenzálását vagy a munkatempó gyorsítását szolgálják). Például a gyermek pótláskor (háromhoz hogy hét legyen) azonos tagú összeadást végez (3 + 3 + 1), vagy a jól értelmezett szorzást használja fel (2 x 3 + 1).

Megfigyelés hibaelemzés szempontjából:

- műveletértés hiánya/kialakulatlan számolási technika miatt a pótlás/bontás számfeladatok elvégzése nem volt teljes körben vizsgálható
- a szóbeli feladat átfordítása műveletre megfelelő/hibás
- ujjszámolás használata esetén a hibás/pontatlan mozgás-beszédkoordináció miatt a műveletvégzés helytelen
- konzekvens számkihagyás/felcserélés a hozzá-, illetve visszaszámlálási technika használatakor
- figyelmi hiba miatt műveletvégzés közben áttérés másik műveletre
- megtapadás az előző műveletnél
- lassú feladatvégzés (A tízes számkörben a lassú tempójú műveletvégzés, a hosszú reakcióidő gyakran számfogalmi bizonytalanságra utal. Ez nem azonos a gyermekre általában jellemző lassabb pszichomotoriummal.)
- gyakori önkorrekció figyelhető meg
- a segítséget hasznosítja/nem tudja hasznosítani
- évismétlő tanulónál is alacsony szintű a pótlás és/vagy a bontás végzése

Részfeladatok	*A numerikus feldolgozás fő rendszerei (számolási rendszerek)*	*Egyéb rendszerek, (rész)képességek, ismeretek*
3.1. Pótlás, bontás 10-es számkörben	absztrakt diszkrét, szemantikus reprezentáció	vizuális-téri rendszer
Pótlás cselekvéssel Pótlás szóban	**verbális rendszer** (automatikus, pontos számolás: tények tárolása, előhívása)	egyéb nyelvi funkciók (pl. grammatikai struktúrák feldolgozása)
Bontás cselekvéssel Bontás szóban	központi végrehajtó (sorrendi szervezés, inverzitás)	procedurális rendszer (a megszámolás eljárásakor tárgyakkal)
	tárgykövető rendszer (tárgyszámláláskor)	taktilo-motoros-spaciális rendszer (mozgás-ritmus összerendezése a tárgyszámláláskor, mozgásszervezés)
		gondolkodási funkciók (analízis-szintézis, elvonatkoztatás)

3.2. Összeadás, kivonás

A formális tanulás első éveiben a gyermekek a mennyiségek kétféle összefüggését sajátítják el: az összegzést (additív jelleg), amely a mennyiségek közötti rész-egész viszonyra épül, és a szorzást, mely a különböző mennyiségek megfeleltetésén (egy-sok) alapul (NUNES–CSAPÓ 2011). Az additív gondolkodási feladatok fajtái: mennyiségek egyesítése (halmazegyesítés), változási feladatok (hozzáadás, elvétel) és az összehasonlító feladatok (viszonyítás). Az összegzési és a változási feladatokat könnyebb elvégezni, ezekben tipikus fejlődés esetén a 6 éves kor körüli gyerekek is jól teljesítenek. Nehéz viszont számukra a relációt tartalmazó feladatok megoldása (pl. kettővel több), míg 10-11 éves korban is a legnehezebbek közé tartozik a fordított szövegezésű (kulcsszavas) feladatok elvégzése (NUNES–CSAPÓ 2011). A DPV tisztán matematikai szimbólumokat tartalmazó, szöveg nélküli egyszerű és komplex számfeladatokat, valamint szövegbe ágyazott matematikai feladatokat is tartalmaz. A matematikai gondolkodást a szöveges feladatok megoldása keretében méri (4. Szöveges feladatok szubteszt).

A diszkalkulia-munkaközösség véleménye szerint a műveletértés akkor tekinthető stabilnak, ha a gyermek a művelet inverzét[10] is érti, valamint képes a műveletek közti kapcsolatot/összefüggést felismerni és felhasználni. Például a kivonáshoz segítségül hívhatók az összeadási tábla tényei (SIEGLER 1988, idézi JÁRMI 2012). Fontos megfigyelési szempont a DPV-ben, hogy a tanuló hasznosítja-e az összeadás tagjainak felcserélhetőségét (kommutativitás), vagy a nullával való műveletvégzés szabályait, avagy az összeadás és a kivonás inverz kapcsolatára, ill. a párosságra vonatkozó ismereteket. (A konceptuális tudás mozgósítását a 6. Aritmetikai tények szubtesztben lévő feladatok is igénylik.) Összességében a gyermek a műveletvégzés menetével, irányával, szerialitásával is tisztában kell legyen (DÉKÁNY 1999).

10 Például a kivonás értelmezése annak a megértését is jelenti, hogy egyúttal az összeadás inverze (PIAGET–SZEMINSKA 1941).

A DPV ezen alpontja más tesztektől eltérően (alsóbb osztályfokon) nem tartalmaz verifikációs feladatsorokat (vö. JÁRMI–SOLTÉSZ–SZŰCS 2012), azaz módszertani meggondolások alapján és gyógypedagógiai szemlélettől vezérelve nem teremt célzottan olyan helyzeteket, ahol a gyermekek helytelen megoldásokkal találkozhatnak (CSONKÁNÉ 2012).

3.2.1. Összeadás, kivonás 10-es, 20-as[11] számkörben

A feladatcsoportban egyszerű (nem komplex) összeadásokat és kivonásokat kell szóban és írásban elvégezni (előírt és diktált feladatokkal). A DPV egyik sajátossága, hogy a számjegyírás mellett műveleteket is lejegyeztet[12] és kiolvastat, egyúttal elvárja a műveleti szimbólumok tartalmi azonosítását, melyek értékelése megadott szempontok szerint történik. Mindemellett leginkább a műveletértelmezés áll a fókuszban.[13] A DPV ezeket a területeket az életkori sajátosságoknak megfelelően vizsgálja, alkalmazkodva a formális tanulás követelményeihez. Fontos megjegyezni, hogy a diszkalkulia-munkacsoport diagnosztikus tapasztalatai szerint az összeadás-kivonás műveletek értése terén jelentkező súlyos fokú elmaradás a gyermek életkorának előrehaladtával nem a fejlődési diszkalkulia tüneteként értelmezhető.

A matematikatanítás egyik hangsúlyos pontja a formális tanulás kezdetén a tízes átlépés menetének értelmezése és bevésése, valamint az analógiák felismerése, alkalmazása (20-as számkör). A tízes átlépés elsajátítása kezdetben többlépcsős, összetett számítást jelent, mely procedurális eljárás.[14] A formális tanulás későbbi szakaszában várható el, hogy ez az eljárás egyszerűsödjön, automatizálódjon. A diszkalkuliás tanulók nagy részénél akadályozott ez a fejlődési út (DÉKÁNY–JUHÁSZ 2000), általában jobb eredményt mutatnak az analógiák felismerése és alkalmazása terén. A DPV tízes átlépést igénylő számfeladatokat minden életkorban, bővülő számkörönként végeztet, majd módszer és eszköz tekintetében, valamint a hibaelemzés szempontjainak megfelelően vizsgálja a gyermek műveletvégzését. Kialakult tízes számfogalmi kör mellett is gyakran előfordul, hogy a tízes átlépés eljárásának nehezítettsége miatt a gyermek alacsonyabb számolási technika szintjére „csúszik" vissza. Ennek hátterében legtöbbször a procedurális rendszer (végrehajtó funkciók) érintettsége áll. A szerialitás gyengeségére utal magasabb osztályfokon például a 13–7= feladat következő megoldása: „10–7+3". Ennek a kompenzáló, elkerülő technikának gyakran oka a nem kellő begyakoroltság és a gyors oktatási tempó is. A DPV-ben alkalmazott hibaelemzés elkülöníti a hibás procedurális eljárástól azt, amikor a gyermek pl. húszas számkörben a tízes helyi értéket (tízes váltás) figyelmen kívül hagyja, nem értelmezi, nem alkalmazza. Például a 13–7 = feladat

11 A DPV 2. osztályos gyermeknél 50-es számkörben a kerek tízesek szóbeli analógiáját vizsgálja.

12 Az egyenlőségjel és az egyenlőségfogalom kapcsolatát tekintve Ginsburg (1998) szerint „az egyenlőségjel sokkal inkább egy procedúra, egy cselekvéssor adott pontjának jelzését szolgálja a gyermek fejében («egyenlőségjel után a megoldás jön»), semmint az ekvivalenciareláció egy esetének a megértését" (idézi SZENDREI. J – SZENDREI M. 2011: 18). Varga (1969) megfogalmazásában valójában az egyenlőségjel „ugyanazt a számot jelöli, mint", nem pedig „azt kaptam eredményül, hogy". Ha a tanuló megreked az utóbbi szinten, akkor bizonyos matematikai tananyagrészek elsajátításának gátja lehet (pl. egyenlet mérlegelvének megértése), vagy gondot jelenthet, ha az egyenlőségjel a nyitott mondatban nem a konvencionális oldalon van.

13 Az alapműveletek végzését vizsgáló feladatcsoportok bemutatása a Tesztfelvételi Útmutatókban ún. Fókuszpontok felsorolásával kezdődik. A fókuszpontok előzetesen ráirányítják a vizsgálatvezető figyelmét arra, hogy az adott feladatcsoportban melyek a legfőbb diagnosztikus értékű elemek.

14 A tízes átlépés procedurális eljárása erőteljes prefrontális aktivitást igényel (DEHAENE 2003).

közben a gyermek így gondolkodik: „7–3=4 és 4–1=3”. Ebben az esetben nem kizárólag vizuális iránytévesztés/szeriális bizonytalanság áll a háttérben, hanem inkább a számfogalmi, helyiérték-fogalmi kialakulatlanság okozza a hibás megoldást. Fontos megjegyezni, hogy kialakult szám-, helyiérték- és műveletfogalom mellett is megfigyelhető a pontatlan számolás (pl. figyelemzavarral küzdő gyermekek esetében).

Az iskolában tanított becslési eljárás a pontos műveletvégzés előtt a hibák elkerülését célozza (VARGA 1969). Műveletvégzés során a párhuzamosan alkalmazott közelítő becslés[15] segítheti a gyermeket a durva hibázás felismerésében, korrigálásában. Többéves diagnosztizáló gyakorlatunkban bevált az, hogy magasabb számkörben kerekítést használó becslési eljárással ellenőrizzük le az eredmény helyességét, ill. helytelen kiszámolását. Ez adta az alapját annak, hogy a DPV-ben 10-es 20-as számkörben is külön feladat szerepeljen a becslésre.

A DPV 3.2.1. Összeadás, kivonás 10-es, 20-as számkörben alpontjának fő értékelési szempontjai:

- hibás a műveletet lejegyezése/kiolvasása;
- helytelen a műveleti jel tartalmi azonosítása;
- téves a művelet értelmezése;
- eszközhasználat figyelhető meg ötös számkörben is/tízes átlépés nélkül/tízes átátlépéskor;[16]
- elvont szintű számolás megjelenése;
- a tízes átlépés menetének értelmezésbeli hiánya/értelmezés alatt áll/önálló alkalmazás hiánya;
- helytelen a helyiérték-fogalom alkalmazása műveletvégzés közben;
- az analógiák elégtelen felismerése;
- áttérés más műveletre/megtapadás az előző műveletnél/iránytévesztés műveletvégzés közben.

A DPV egyéb megfigyelési szempontjai:

Megfigyelés a számolási technika (módszer és eszköz) szempontjából:

A 3.1. Pótlás, bontás 10-es számkörben alpontnál a főbb fokozatok már bemutatásra kerültek.

Összeadásnál és kivonásnál még gyakrabban figyelhető meg a különböző sajátságos, fejben való számolási technikák alkalmazása. (Például a 3 + 4 = feladat esetében a gyermek az azonos számok ritmikus összeadását használja fel, mert az könnyebben felidézhető számára: „3 + 3 az 6, 6 meg 1 az 7”. A felidézési stratégia fejlődését mutatja:

15 Dehaene és Cohen (1994) neuropszichológiai esettanulmányában az eredmény helyes vagy helytelen megítélése esetén (verifikációs feladatokban) az egyének párhuzamos becslési (plauzibilitási) stratégiájára következtettek, amikor olyan válaszokat utasítottak el gyorsan, melyeknél a helyes eredménytől minél távolabb volt a helytelen eredmény.

16 A DPV az ujjakkal végzett eszközszintű számolási technikákat eljárási mód szempontjából alapvetően három fő csoportba rendezi:
– egyesével/tízesével történő hozzá-, ill. visszaszámlálásos technika;
– saját testen észlelt mennyiségélményre épülő globális ujjszámolási módszer;
– kevert típusú eljárás (az előző technikák együttes alkalmazása).
A tipikus hibaként, ujjakkal végzett eszközszintű számolási technikák eljárási szint (fejlettségi szint) szempontjából alapvetően három fő csoportba rendezhetők: kialakulatlan/rossz módszerű számolás; alacsony szintű eszközhasználat; közepes fejlettségi szintű globális technika.

„ha 3+3=6, akkor 3+4=7", vagy: „ha 4+4 az 8, akkor 3+4 az 7". Ez a viszonyítási stratégia az 1. osztályban a tipikus fejlődés egyik fokának tekinthető, 2. osztálytól azonban sokszor a számfogalmi hiányosság, tárolási-előhívási nehézség kompenzálását szolgálja. A tízes átlépés elkerülése érdekében gyakran alkalmazzák ezt a technikát a gyermekek, pl. a 8+7= feladat esetében: „ha 7+7 az 14, akkor 8+7 az 15). Előfordulhat, hogy a gyermek kialakult számfogalmak esetén is sajátságos technikát használ, pl. a munkatempó meggyorsítása, a munkamemória működésének megsegítése érdekében.

Megfigyelés a hibaelemzés szempontjából:

- a közelítő számolás (becslés) hibás alkalmazása;
- a számfeladat végeredménye irreális;
- a szükséges számköri ismeretek bizonytalan/hibás alkalmazása;
- a globális mennyiségfelismerés felhasználásának hiánya;
- az analógiák bizonytalan alkalmazása;
- a diktált feladat hiányos lejegyzése;
- könnyen elterelődő, rövid idejű figyelem miatt gyakori a pontatlan műveletvégzés
- szeriális hibák;
- az írásbeli műveletvégzés menete szerinti számolás;
- a konceptuális tudás hasznosításának hiánya;
- a műveletek megnevezése segítségre szorul;
- a tízes átlépés menetének megfogalmazása a matematika nyelvén helyes/pontatlan/helytelen;
- magasabb (adott) számkörben a szükséges számköri ismereteket (pl. számlálás, számjegyek-számnevek, helyiérték-ismeret) még nem tudja analógiásan alkalmazni az osztályfok első félévében;
- évismétlő tanulónál is alacsony szintű az összeadás és/vagy a kivonás végzése.

3.2.2. Összeadás, kivonás 100-as, 1000-es számkörben

Az aritmetikai feladatok ezen csoportját a komplex számolást igénylő feladatok alkotják, melyeknél már nem elegendő a tények memorikus előhívása, hanem különböző műveleti eljárásokra is szükség van (Groen–Parkman 1972, idézi Márkus 2007). Az összetett számfeladatok elvégzése, mint amilyen a többjegyű számok összeadása, kivonása, algoritmusra épül, és a vizuális arab számformátum rendszeréhez is köthető (Dehaene 2003). Márkus (2007) által idézett tanulmányok a munkamemória csökkent kapacitását, ill. a fonológiai hurok jelentőségét emelik ki, melynek elsősorban nem az eredmények (tények) előhívásában van fontos szerepe, hanem a számfeladat megtartásában,[17] a részeredmények megjegyzésében, valamint a műveletsor végrehajtásában. A lépések sorba rendezése és elvégzése a procedurális rendszer érintettsége folytán gondot okozhat (Desoete 2006). „A centrális végrehajtónak az aritmetikai tények előhívása mellett a komplex feladatok megoldásában is kardinális szerepe van" (Márkus 2007: 174). A centrális végrehajtó szűk kapacitásának, gyengébb működésének hátterében figyelemzavar is állhat.

A fentiek alapján a DPV ezen alpontjában a diagnosztizáláskor különös hangsúllyal szerepel a szóbeli műveletvégzés menetének ismerete, emellett a helyi érték értelmezé-

17 A DPV a szelektív terhelés céljából a számfeladatokat nagy részben vizuálisan prezentálja, és egyúttal felolvastatja a gyermekkel (többcsatornás bemenet).

se, műveletvégzésben történő alkalmazása, az analógiák felhasználása tízes átlépés nélküli és tízes átlépést megkívánó helyzetekben. Mindezek hiányában irányváltás történhet műveletvégzés közben, amelynek hátterében valójában nem iránytévesztés, hanem szám- és helyiérték-fogalmi, számérzékbeli hiányosság áll (pl. a gyermek a 72–27= feladatot így oldja meg: „7–7=0, 2–2=0, így az eredmény 00", vagy: „7–2 az 5, 7–2 az is 5, az eredmény 55").

A DPV-ben a többjegyű számokkal végzendő egylépcsős számfeladatok sora a magyar (gyógypedagógiai) matematikaoktatás és a diszkalkulia-terápia módszertana (MESTERHÁZI 1999) szerint egyre nehezedő sorban épül fel. Minden osztályfokon kis számkörtől szükséges a számolási rutin felmérése, amely egyúttal meghatározza a terápiás beavatkozás szintjét ezen a területen (terápia-relevancia).

A DPV 3.2.2. Összeadás, kivonás 100-as, 1000-es[18] számkörben alpontjának fő értékelési szempontjai:

- hibás a műveletet lejegyezése/kiolvasása;
- helytelen a műveleti jel tartalmi azonosítása;
- téves a művelet értelmezése;
- a helyi érték értelmezése/alkalmazása műveletvégzés közben hibás eszközhasználat figyelhető meg;
- a tízes átlépés menetének értelmezésbeli hiánya/értelmezés alatt áll/önálló alkalmazás hiánya;
- az analógiák elégtelen felismerése/alkalmazása műveletvégzés közben;
- hibás a közelítő számolás;
- helytelen a szóbeli műveletvégzés menetének alkalmazása 100-as/1000-es számkörben;
- áttérés más műveletre/megtapadás az előző műveletnél/iránytévesztés műveletvégzés közben.

A DPV egyéb megfigyelési szempontjai:

Megfigyelés a számolási technika (módszer és eszköz) szempontjából:

A 3.1. Pótlás, bontás 10-es számkörben és a 3. 2. 1 Összeadás, kivonás 10-es, 20-as számkörben alpontoknál leírt fejlődési, absztrahálási fokozatokat, azok különböző érési fázisait életkorok szerint kell értelmezni, melyeket a DPV tapasztalati példák leírásával konkretizál és tesz mérhetővé.

Gyakran tapasztalható, hogy százas számkörben a számolási problémával küzdő gyermek az írásbeli műveletvégzés menete szerint számol. Például a 28+37= feladat esetén: „8+7 az 15, maradt az egy, 2+3 az 5, meg egy az 6. Az eredmény 65". A gyermek a munkamemória, szerialitás gyengesége miatt leegyszerűsíti a mentális műveletvégzést 20-as számkörre, így kevesebb adatot kell a fejében tartania. Felmerülhet azonban iránybeli bizonytalanság is, valamint a számfogalmi, helyiérték-fogalmi ismeretek hiányossága, az analógiák nehezített felismerése és alkalmazása. A matematikatanulási nehézséggel küzdő tanulóknál gyakran megfigyelhető, hogy összeadáskor a szóbeli műveletvégzés menete szerint számolnak, kivonáskor azonban ezt az eljárást nem tudják alkalmazni.

18 A DPV 3. osztályos gyermeknél 1000-es számkörben a kerek százasok szóbeli analógiáját vizsgálja.

Ebben az alpontban még nagyobb jelentőséggel bír a becslés (közelítő számolás) végzése, amely a számok nagyságrendje miatt százas számkörben jobban mérhető, és egyúttal közelebb áll a kisgyermek mindennapjaihoz (praktikus ismeretek, pl. vásárlás).

Megfigyelés a hibaelemzés szempontjából:

A DPV 3.2.1. Összeadás, kivonás 10-es, 20-as számkörben alpontnál leírt hibaelemzési szempontokon kívül:

- a szóbeli műveletvégzés menetét érti, de önállóan nem alkalmazza összeadáskor/kivonáskor;
- a helyiérték-fogalom értelmezése és alkalmazása a helypótlót tartalmazó számoknál megfelelő/hibás.

2. PÓTLÁS, BONTÁS, ALAPMŰVELETEK

Részfeladatok	*A numerikus feldolgozás fő rendszerei (számolási rendszerek)*	*Egyéb rendszerek, (rész)képességek, ismeretek*
3.2. Összeadás, kivonás **3.2.1. Összeadás, kivonás 10-es, 20-as számkörben** **3.2.2. Összeadás, kivonás 100-as, 1000-es számkörben** Összeadás szóban Összeadás diktálás után Összeadás előírt feladatokkal Közelítő számolás Kivonás szóban Kivonás diktálás után Közelítő számolás Kivonás előírt feladatokkal	**absztrakt diszkrét, szemantikus reprezentáció** **többhatványú számok reprezentációja** (helyiérték-fogalom) **verbális rendszer** (automatikus, pontos számolás: az összeadás tényeinek tárolása, előhívása) vizuális arab számformátum (többjegyű számok kezelése) munkamemória (részeredmények, maradék megtartása fonológiai hurok segítségével) központi végrehajtó (sorrendi szervezés, inverzitás) **közelítő mennyiség rendszer** (becslés)	gondolkodási funkciók (elvonatkoztatás, analógiák, algoritmikus gondolkodás) egyéb nyelvi képességek (ritmus) aritmetikai konceptuális tudás (pl. 0-val való műveletvégzés, a műveletek tulajdonságai, inverz műveletek kapcsolata) téri-vizuális rendszer reprezentációk összekapcsolása **procedurális rendszer** (becslés eljárása, többjegyű számokkal való eljárások/műveletvégzési technika)

A cikksorozat 4. része az alapműveletek közül a szorzás, az osztás és az írásbeli műveletek végzését, a szöveges feladatok és a matematikai-logikai szabályok megoldását, valamint az aritmetikai tények előhívását tartalmazó alpontokat és szubteszteket mutatja be.

Irodalom

ASCHRAFT, M. H. (1995): Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition, 1,* 3–34.

BOHÁCS K. (2010): A dinamikus értékelés. *Magyar Pedagógia, 4,* 311–328.

BUTTERWORTH, B. (2005) The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology, 74,* 194–212.

CSÍKOS CS. (2006): Tudatosság és metakogníció viszonya. Az ezredforduló interdiszciplináris megközelítései. *Iskolakultúra, 12,* 69–82.

CSÍKOS CS. – GÁBRI K. – LAJOS J. – MAKARA Á. – SZENDREI J. – SZITÁNYI J. – ZSINKÓ E. (2011): Részletes tartalmi keretek a matematika diagnosztikus értékeléséhez. In CSAPÓ B. – SZENDREI M. (szerk.): *Tartalmi keretek a matematika diagnosztikus értékeléséhez.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 169–328.

CSONKÁNÉ POLGÁRDI V. (2012): Ismertető a Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálatáról óvodás és kisiskolás korú gyermekeknél (1. rész). A Dékány–Juhász-féle diszkalkulia pedagógiai vizsgálat sztenderdizált változata. *Gyógypedagógiai Szemle, 4,* 343–351.

CSONKÁNÉ POLGÁRDI V. – DÉKÁNY J. (2013): Ismertető a Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálatáról óvodás és kisiskolás korú gyermekeknél (2. rész). A Dékány–Juhász-féle diszkalkulia pedagógiai vizsgálat sztenderdizált változata. *Gyógypedagógiai Szemle, 2,* 118–136.

DE CORTE, E. (2001): Az iskolai tanulás: legfrissebb eredmények és a legfontosabb tennivalók. *Magyar Pedagógia, 4,* 413–434.

DEHAENE, S. – COHEN, L. (1994): Dissociable mechanisms of subitizing and counting – Neuropsychological evidence from simultanagnosic patiens. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 20,* 958–975.

DEHAENE, S. (2003): *A számérzék. Miként alkotja meg az emberi elme a matematikát?* Osiris Kiadó, Budapest.

DÉKÁNY J. (1999): *Kézikönyv a diszkalkulia felismeréséhez és terápiájához.* Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Tanárképző Főiskola, Budapest.

DÉKÁNY J. – JUHÁSZ Á. (1999): A diszkalkulia vizsgálata. In JUHÁSZ Á. (szerk.): *Logopédiai vizsgálatok kézikönyve.* Új Múzsa Kiadó, Budapest. 117–138.

DÉKÁNY J. – JUHÁSZ Á. (2000): Számolási zavar az óvodában és az iskolában (a felismerés szempontjai). In KOVÁCS F. – VIDOVSZKY G. (szerk.): *Alapok.* Anonymus, Budapest. 132–144.

DÉKÁNY J. – JUHÁSZ Á. (2007): A diszkalkulia vizsgálata. In JUHÁSZ Á. (szerk.): *Logopédiai vizsgálatok kézikönyve.* Logopédia Kiadó, Budapest. 117–138.

DÉKÁNY J. – MOHAI K. (2012): Specifikus tanulási zavarral (írott nyelvhasználat zavaraival, diszkalkuliával) küzdő gyermekek, tanulók vizsgálata. In *Diagnosztikus kézikönyv* (A TÁMOP 3.1.1 „21. századi közoktatás – fejlesztés, koordináció" kiemelt projekt keretében kiírt *„Koncepció kialakítása a diagnosztikus ellátórendszer intézményi struktúrájának megújítására; és koncepció kidolgozása diagnosztikus módszertani protokollok egységes, átfogó alkalmazására, valamint Diagnosztikai kézikönyv elkészítése"* c. kutatás-fejlesztési pályázat). Megjelenés alatt.

DESOETE, A. (2006): *Dyscalculia in Belgium: definition, prevalence, subtypes, comorbidity, and assessment.* Department of Experimental Clinical and Health Psychology, Ghent University, Belgium.

FLANAGAN, D. P. – ORTIZ, S. O. – ALFONSO, V. C. – MASCOLO, J. T. (2006): *The achievment test desk reference: A guide to learning disabilities identification* (2nd ed.). Wiley, New York.

FLAVELL, J. H. (1971): First discussant's comments: What is memory development the development of? *Human Development, 14,* 272–278.

FLAVELL, J. H. (1979): Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist, 34,* 906–911.

GINSBURG, H. P. (1998): Toby matekja. In STEINBERG, R. J. – BEN-ZEEV, T. (szerk.): *A matematikai gondolkodás természete.* Vince Kiadó, Budapest. 175–199.

GROEN, G. J. – PARKMAN, J. M. (1972) A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review, 79,* 329–343.

JÁRMI É. (2012): Számolási képességek fejlődése óvodás és kisiskolás korban. *Pszichológia, 4,* 317–339.

JÁRMI É. – SOLTÉSZ F. – SZŰCS D. (2012): Alapvető számolási képességek fejlődésének vizsgálata 3. és 5. osztályos gyermekeknél. *Gyógypedagógiai Szemle, 4,* 305–329.

JÁRMI É. (2013): *Alapvető számolási képességek tipikus és atipikus fejlődése – a számolási zavar diagnosztikája.* Doktori (PhD) disszertáció. ELTE, Budapest.

JÓZSA K. (2003): A számolási készség fejlesztése. In DUBICZNÉ M. K. – FARKAS I. (szerk.): *Az általános iskola alapozó szakaszának megújítása.* Fejér Megyei Pedagógiai Szakmai Szolgáltató Intézet, Székesfehérvár. 27–44.

KRAJCSI A. (2010): A numerikus képességek zavarai és diagnózisuk. *Gyógypedagógiai Szemle, 2,* 93–113.

MÁRKUS A. (2007): *Számok, számolás, számolászavarok.* Pro Die Kiadó, Budapest.

MESTERHÁZI Zs. (szerk.) (1999): *Diszkalkuliáról – pedagógusoknak.* ELTE Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskolai Kar, Budapest.

NUNES, T. – BRYANT, P. – EVANS, D. – BELL, D. – GARDNER, S. – GARDNER, A. – CARRAHER, J. N. (2007): The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. *British Journal of Developmental Psychology, 25,* 147–166.

NUNES, T. – CSAPÓ B. (2011): A matematikai gondolkodás fejlesztése és értékelése. In CSAPÓ B. – SZENDREI M. (szerk.): *Tartalmi keretek a matematika diagnosztikus értékeléséhez.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 17–57.

PARKMAN, J. M. (1972): Temporal aspects of simple multiplication and comparison. *Journal of Experimental Psychology, 95,* 437–444.

PIAGET, J. – SZEMINSKA, A. (1941): *La genèse du nombre chez l'enfant.* Delachaux et Niestlé, Neuchâtel–Paris.

PIAGET, J (1993) *Az értelem pszichológiája.* Gondolat kiadó, Budapest.

SETH, A. K. – BAARS, B. J. – EDELMAN, D. B. (2005): Criteria for consciousness in humans and other mammals. *Consciousness and Cognition, 1,* 119–139.

SIEGLER, R. S. (1988): Strategy choice procedures and development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General, 177,* 258–275.

STERN, E. (2005): *Transitions in mathematics: From intuitive quantification to symbol-based reasoning.* Paper presented at the International Society for the Study of Behavioral Development (ISSBD), Melbourne, Australia.

SZENDREI J. – SZENDREI M. (2011): A matematika tanításának és felmérésének tudományos és tantervi szempontjai. In CSAPÓ B. – SZENDREI M. (szerk.): *Tartalmi keretek a matematika diagnosztikus értékeléséhez.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 99–139.

VARGA T. (1969): *A matematika tanítása.* ELTE Természettudományi Kar. Kézirat. Tankönyvkiadó, Budapest.

GYÓGYPEDAGÓGIA, PSZICHOLÓGIA, PEDAGÓGIA, PEDAGÓGIATÖRTÉNET

ELTE EÖTVÖS KIADÓ

ELTE EÖTVÖS KIADÓ

Keresse könyveinket honlapunkon és az Eötvös Pontokban!

www.eotvoskiado.hu

www.eotvospontok.hu