Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GEOFIZIKAI KÖZLEMÉNYEK
22

A „MOVE OUT SCAN" (MOS) ELJÁRÁS ALKALMAZÁSÁNÁL A SZEIZMIKUS SEBESSÉGSZÁMÍTÁSOK GYORSÍTÁSÁRA BEVEZETETT KÖZELÍTÉS VIZSGÁLATA

BODOKY T., GYÖRGY L., MITUCH E., POLCZ I.*

A modern reflexiós szeizmikában alkalmazott sebességszámítások általában a reflexió időkilépéseinek (az ún. move out-oknak) vizsgálatán alapszanak. Az eljárások egyike a „move out scan" továbbiakban röviden MOS. A MOS a hiperbolák hasonlóságának feltételezésével, a számítások gyorsítására egy közelítést vezet be. A következőkben ennek a feltételezésnek a helyességét, illetve érvényességi határait vizsgáljuk meg. A vizsgálatot különösen aktuálissá teszi, hogy SCHNEIDER (1971) ezt az eljárást a szeizmikus adatfeldolgozás lelkének tekinti.

A MOS bemenő adatait egy azonos mélységponthoz tartozó különböző x észlelési távolságú csatornák sorozata adja. A legnagyobb észlelési távolságú (X_{max}) csatornához egy időkilépési értéket ($\Delta T(X_{max})$) rendelünk, és ebből egy előre rögzített (T_0) referencia időponthoz — a dinamikus korrekció jól ismert képletének segítségével — kiszámítjuk a hiperbolát, illetve ennek a többi csatornarobbantó-pont — geofon távolságaihoz (X_i) tartozó értékeit ($\Delta T(X_i)$).

$$\Delta T(X_i) = \sqrt{T_0^2 + \frac{X_i^2 \Delta T(X_{max})[2\,T_0 + \Delta T(X_{max})]}{X_{max}^2}} - T_0. \tag{1}$$

Az így nyert $\Delta T(X_i)$ értékeket statikus korrekció jellegűnek tekintve, a csatornákat korrigáljuk és a csatornasorozatot összegezzük. Ahol a jelek fáziskülönbség nélkül összegeződnek, ott az elméleti hiperbola jól megközelíti a valóságos időkilépéseknek megfelelő mért hiperbolát. Az erre vonatkozó sebességérték, a dinamikus korrekció képletéből:

$$V(T) = \frac{X_{max}}{\sqrt{[2T + \Delta T(X_{max})]\Delta T(X_{max})}}, \tag{2}$$

ahol T a fázisban összegződő esemény beérkezési ideje az összegcsatornán.

A $\Delta T(X_{max})$ egyenletesen növelt vagy csökkentett értékeivel a műveletet ismételten elvégezve, a vizsgált szeizmogramon előforduló valamennyi sebességérték meghatározható.

A felhasznált közelítés — a hiperbolák hasonlósága — tehát a következő módon fogalmazható meg:

$$\Delta T(X,\ T) = \Delta T(X,\ T_0), \tag{3}$$

ha

$$\Delta T(X_{max},\ T) = \Delta T(X_{max},\ T_0). \tag{4}$$

* M. Áll. Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, Budapest
A kézirat beérkezése: 1973. márc. 8.

Ha (3) nem teljesül minden X-re és T-re, akkor a hibafüggvényt $H(X, T)$-vel jelölve

$$H(X, T) = \Delta T(X, T) - \Delta T(X, T_0). \tag{5}$$

Kifejtve:

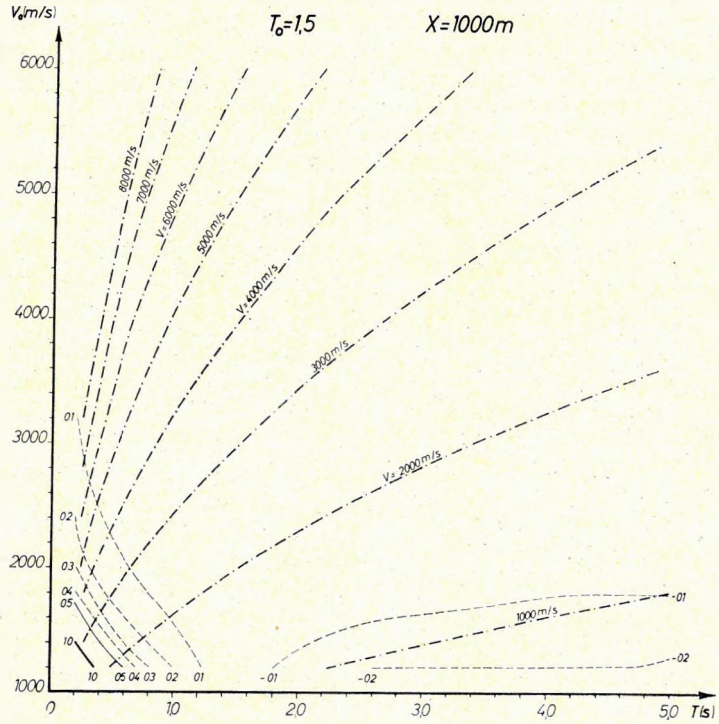
$$H(X, T) = \sqrt{T^2 + \frac{X^2}{V^2}} - \sqrt{T_0^2 + \frac{X^2}{V_0^2}} + T_0 - T, \tag{6}$$

ahol V, illetve V_0 a (2) összefüggés által meghatározott átlagnégyzetes sebességeket jelenti T, illetve T_0 időpontban.

A (4) feltételből következik, hogy

$$H(X_{max}, T) = \sqrt{T^2 + \frac{X_{max}^2}{V^2}} - \sqrt{T_0^2 + \frac{X_{max}^2}{V_0^2}} + T_0 - T = 0. \tag{7}$$

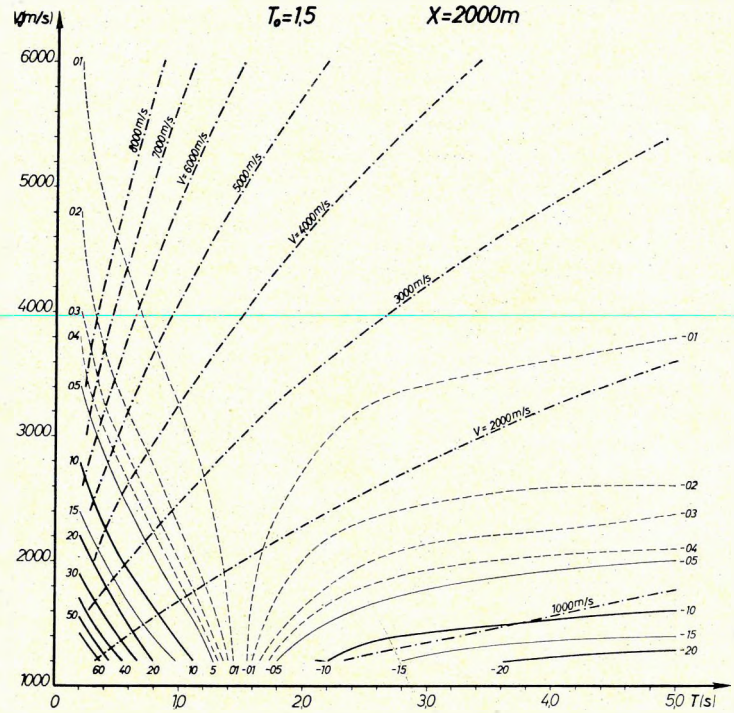
(A szemléletesség kedvéért a probléma geometriai megfogalmazását is közöljük a Függelékben.)



1. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 1{,}5$ s és $X_{max} = 1000$ m

Fig. 1 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 1{,}5$ s and $X_{max} = 1000$ m

Рис. 1. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 1{,}5$ сек и $X_{max} = 1000$ м



2. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 1{,}5$ s és $X_{max} = 2000$ m

Fig. 2 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 1{,}5$ s and $X_{max} = 2000$ m

Рис. 2. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 1{,}5$ сек и $X_{max} = 2000$ м

A számítások gyorsítására használt közelítés jóságára legjellemzőbb adat a $H(X, T)$ függvény X szerinti szélső értéke $X = 0$ és $X = X_{max}$ között, T függvényében. Ez jelenti a dinamikus korrekció képletéből számított és a MOS által alkalmazott hiperbolák közötti maximális eltérést, adott T időpontban. A továbbiakban tehát ennek a számítását végezzük el.

A $H(X, T)$ függvénynek szélsőértéke van, ha

$$\frac{\partial H(X, T)}{\partial X} = \frac{X}{V^2 \sqrt{T^2 + \frac{X^2}{V^2}}} - \frac{X}{V_0^2 \sqrt{T_0^2 + \frac{X^2}{V_0^2}}} = 0. \tag{8}$$

H-nak X szerinti szélsőérték-helye ebből

$$X = \sqrt{\frac{T^2 V^4 - T_0^2 V_0^4}{V_0^2 - V^2}}\,. \tag{9}$$

Szélsőérték-hely még az $X = 0$ hely is, de a vizsgálat szempontjából ez érdektelen, mert itt a függvény behelyettesítési értéke is zérus.

A (9) összefüggést a (6)-ba helyettesítve, a függvény szélsőértékét kapjuk. Jelöljük ezt $H_0(T)$-vel.

$$H_0(T) = \sqrt{\frac{[T^2V^2 - T_0^2V_0^2](V_0^2 - V^2)}{V^2V_0^2}} + T_0 - T, \tag{10}$$

ahol V, illetve V_0 értékét a (7) feltétel és az aktuális $\Delta T(X_{max})$ érték rögzíti.

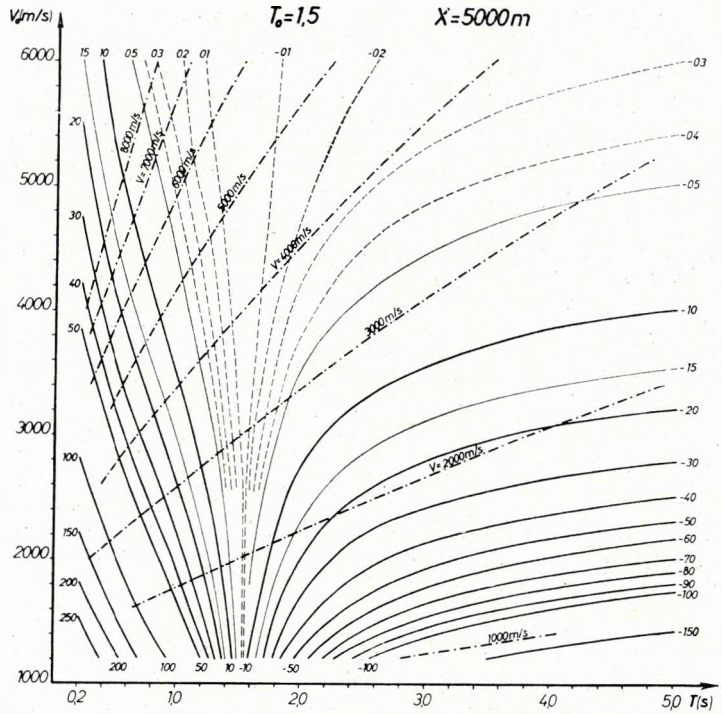
A MOS szabadon választható paraméterei a T_0, az X_{max} és a $\delta\Delta T(X_{max})$, azaz a $\Delta T(X_{max})$ lépésköze.

Ezek közül $H_0(T)$ csak a T_0-nak és az X_{max}-nak függvénye, ezért ennek a két változónak különböző értékei mellett végeztük el számítását.

A (10) összefüggésből számított H_0 függvényeket a $V_0 - T$ síkon ábrázoltuk, a (7) feltétel által meghatározott $V_0 - V(T)$ kapcsolatot is rávetítve a síkra.

Az első három ábrán bemutatott eredményeket $T_0 = 1{,}5$ s és $X_{max} = 1000$, 2000, illetve 5000 m paraméterekkel kaptuk (1—3. ábra). Az ábrákon a H_0 izovonalainak értékei mindig ms-ban értendők.

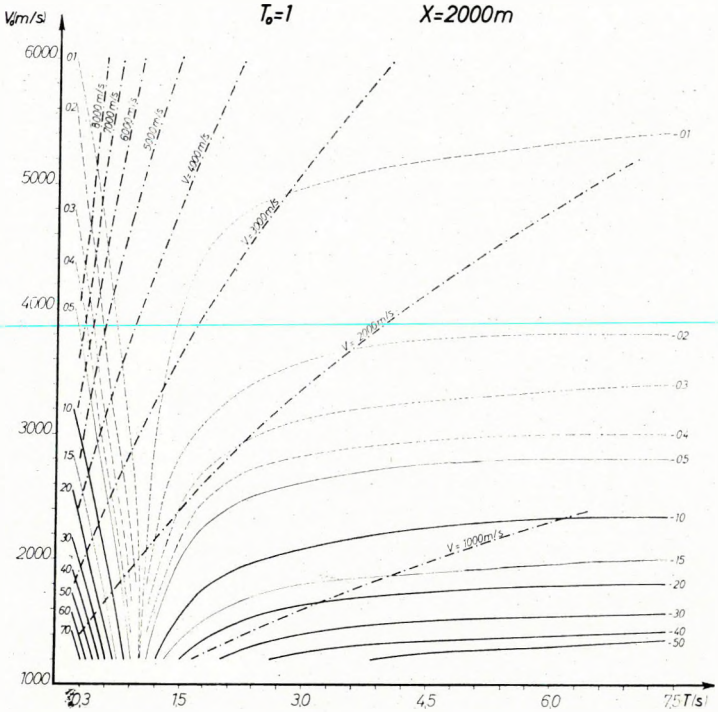
Az ábrákból látható, hogy a H_0 értéke a referencia időpontnál kisebb időknél ($T < T_0$) pozitív és a $T = 0$ tengely felé emelkedő; az emelkedés mértéke növekvő



3. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 1{,}5$ s és $X_{max} = 5000$ m

Fig. 3 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 1{,}5$ s and $X_{max} = 5000$ m

Рис. 3. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 1{,}5$ сек и $X_{max} = 5000$ м



4. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 1$ s és $X_{max} = 2000$ m

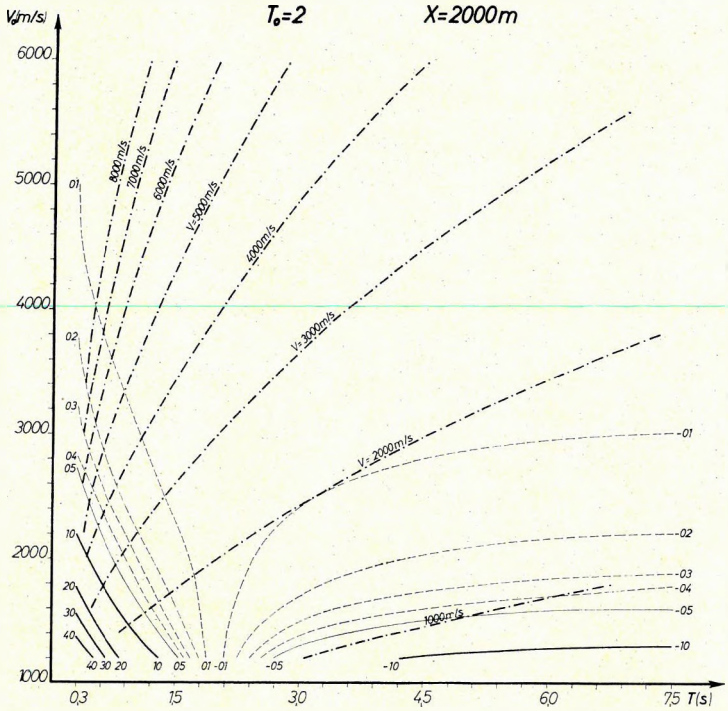
Fig. 4 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 1$ s and $X_{max} = 2000$ m

Рис. 4. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 1$ сек и $X_{max} = 2000$ м

X_{max}-mal erősen fokozódik (pl. $T = 1$ s és $V = 2500$ m/s-nál ha $X_{max} = 1000$ m, $H_0 \approx \approx 0{,}5$ ms, ha $X_{max} = 2000$ m, $H_0 \approx 3$ ms és ha $X_{max} = 5000$ m, $H_0 \approx 30$ ms). A referencia időpontnál nagyobb időknél $(T > T_0) H_0$ negatív, növekvő T és csökkenő V mellett növekvő abszolút értékkel. A negatív oldalon a H_0 abszolút értéke azonban sokkal lassabban növekszik, mint a pozitív oldalon. A növekvés mértéke X_{max} növelésével itt is fokozódik.

Az ábrákat szemlélve, még a következő megállapításokat tehetjük. $X_{max} = = 1000$ m-nél az eljárás hibája teljesen figyelmen kívül hagyható. $X_{max} = 2000$ m-nél, kis időknél $\left(T < \frac{1}{2} T_0\right)$, különösen kis sebességek ($V < 2000$ m/s) mellett, már számba jöhető hibák lépnek fel (a felvételeknek ez a szakasza 2000 m-es terítési távolságnál azonban általában amúgyis elvész). A $T > T_0$ tartományban a gyakorlatban előforduló sebességeknél (1500 m/s $< V <$ 4500 m/s) a hiba elhanyagolható. $X_{max} = 5000$ m-nél a $T < T_0$ tartományban az eljárás már használhatatlan, a $T > T_0$ tartományban is csak a $V > 2500$ m/s sebességtartományban használható.

A következő négy (4—7.) ábrán bemutatott számításoknál a H_0 értékének a T_0 függőségét vizsgáltuk. Az ábrákon X_{max} értéke 2000 m, T_0 értéke rendre 1, 2, 3,



5. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 2$ s és $X_{max} = 2000$ m

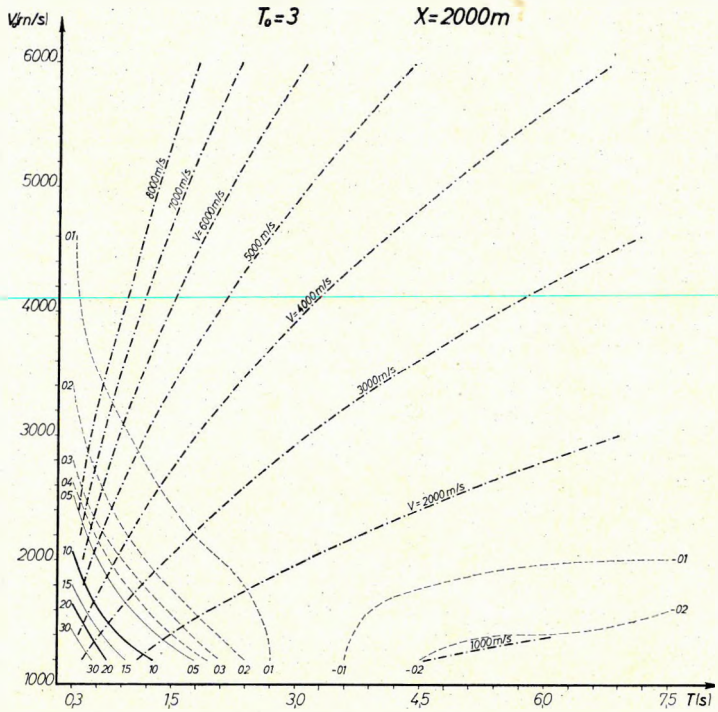
Fig. 5 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 2$ s and $X_{max} = 2000$ m

Рис. 5. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 2$ сек и $X_{max} = 2000$ м

illetve 4 s. A számítások, illetve ábrák mutatják, hogy T_0 értékének változtatása H_0 viselkedését lényegesen kevésbé befolyásolja, mint X_{max} értékének változtatása. Növekvő T_0-nál a kis T értékeknél jelentkező H_0 maximális értéke csökken és a maximum a T tengely irányában széthúzódik. H_0 abszolút értéke azonban — eltekintve az egészen kis T értékektől ($T < 0{,}7$ s) — sehol sem válik számottevővé. A $T > T_0$ tartományban a H_0 abszolút értéke elhanyagolhatóan csekély.

A vizsgálati anyag szerint T_0-t 1,5—2,5 s-nál célszerű megválasztani.

Az előzőekben bemutatott számítások gyakorlati alkalmazásának illusztrálására kiszámítottuk a H_0 — tehát a maximális hiba — értékét egy konkrét sebességfüggvény, a nyírségi γ görbe mentén. A 8. ábrán H_0-nak különböző X_{max}-ok mellett nyert alakja látható. A görbék kezdeti szakaszai $X_{max} = 2000$ m-nél, és különösen $X_{max} = 5000$ m-nél, nagyon nagy értékeket vesznek fel, a gyakorlatban azonban, ilyen terítéshosszak mellett, a felvételek ezen szakaszai többnyire elvesznek. A görbék második fele elenyészően kis értékeket mutat, jelezve a $T > T_0$ tartományban a MOS nagyfokú megbízhatóságát.



6. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 3$ s és $X_{max} = 2000$ m

Fig. 6 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 3$ s and $X_{max} = 2000$ m

Рис. 6. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 3$ сек и $X_{max} = 2000$ м

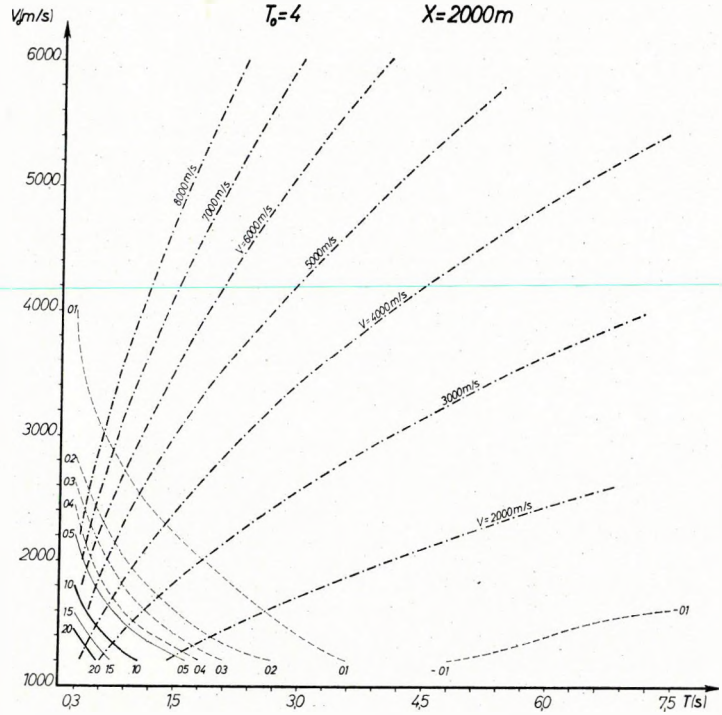
A 9. ábra az előző ábra $X_{max} = 2000$ m paraméterű görbéjének a T_0 értékének megválasztásától való függését mutatja. A görbék hasonlósága az elvi részben levont következtetéseinknek megfelel.

A példa tanulságát azzal is kiegészíthetjük, hogy ha H_0 alakját bármely más, konkrét, sebességgörbére vizsgáljuk meg, akkor is hasonló eredményre kell jutnunk Ez egyrészt a lehetséges sebességgörbék zónájának keskeny voltából, másrészt a H_0 izovonalainak alakjából következik.

A gyakorlati példákból is megállapíthatjuk, tehát, hogy a MOS eljárás a mélykutatásban a dinamikus korrekciós képletet egzaktul használó eljárásoknak nagy pontosságú közelítése. Korlátai csak a terítéshosszhoz viszonyítottan kis mélységű kutatásoknál válhatnak jelentőssé.

Az Intézet földkéregkutató méréseinek feldolgozásához is elvégeztük a H_0 függvény számítását, mégpedig néhány, a kőolajkutató szeizmikában szokatlan, paraméter megválasztása mellett.

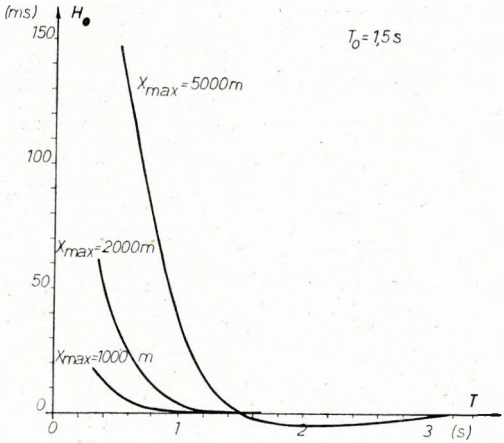
A 10. ábrán $T_0 = 8{,}3$ s, $X_{max} = 26\ 000$ m; a 11. ábrán $T_0 = 8{,}3$ s és $X_{max} = 50\ 000$ m. Ezekből a számításokból azt a következtetést vonhatjuk le, hogy ilyen méreteknél a MOS általában csak az $X_{max} < TV$ szakaszon alkalmazható, $T_0 \leq T$



7. ábra. A H_0(ms) és V (m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 4$ s és $X_{max} = 2000$ m

Fig. 7 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 4$ s and $X_{max} = 2000$ m

Рис. 7. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 4$ сек и $X_{max} = 2000$ м



8. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 8{,}3$ s és $X_{max} = 2600$ m

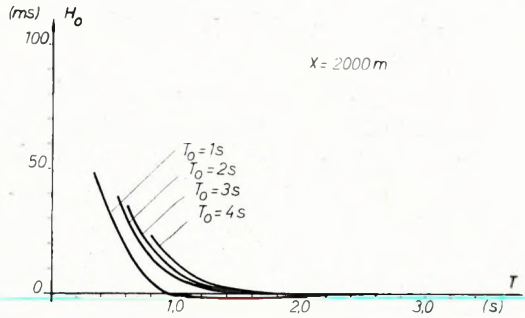
Fig. 8 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 8{,}3$ s and $X_{max} = 2600$ m

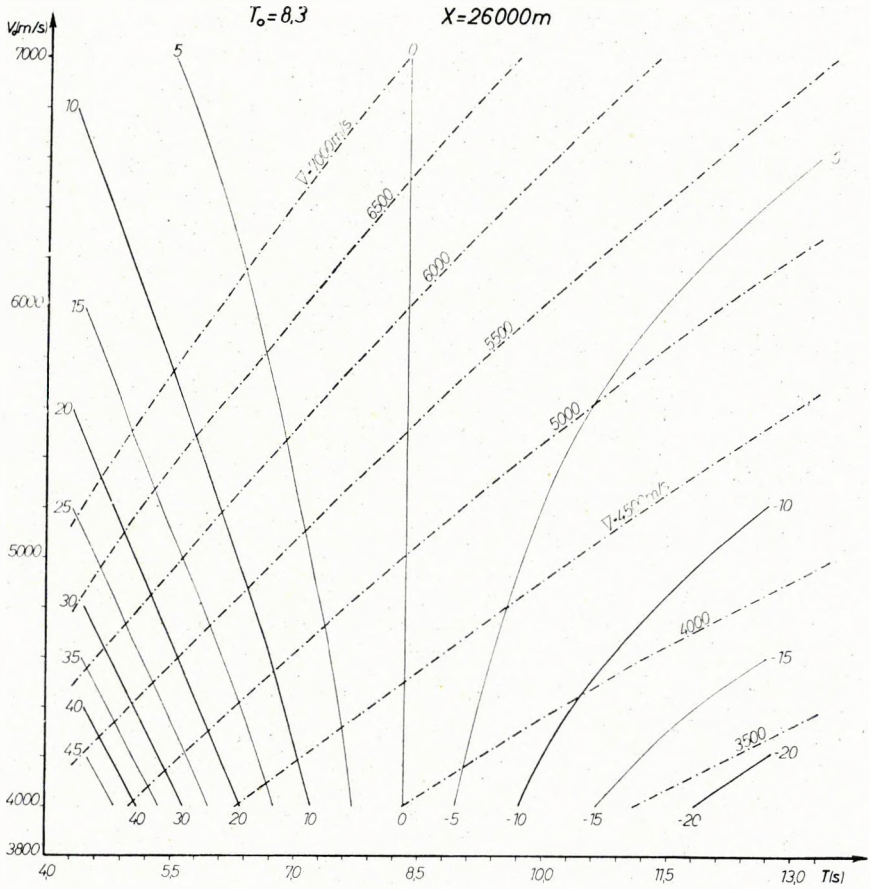
Рис. 8. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 8{,}3$ сек и $X_{max} = 2600$ м

9. ábra. A H_0(ms) és V(m/s) V_0 és T függvényében ábrázolva; $T_0 = 8{,}3$ s $X_{max} = 50\,000$ m

Fig. 9 H_0(ms) and V(m/s) as functions of V_0 and T; $T_0 = 8{,}3$ s and $X_{max} = 50\,000$ m

Рис. 9. Зависимость H_0 (мсек) и V (м/сек) от V_0 и T; $T_0 = 8{,}3$ сек и $X_{max} = 50\,000$ м

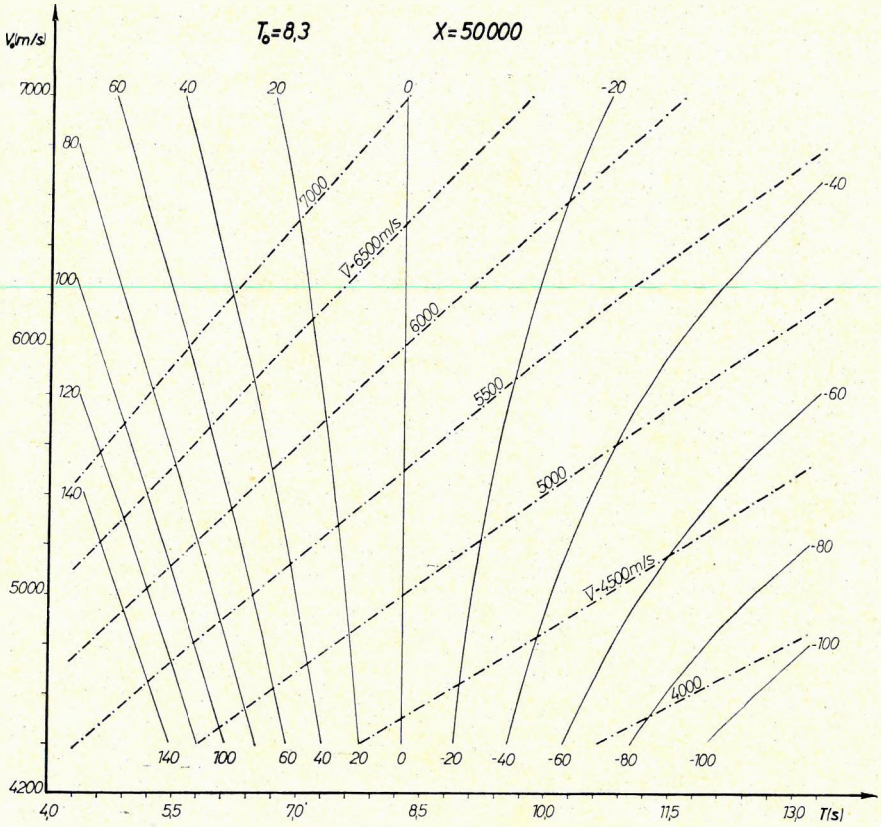




10. ábra. A H_0 értéke a nyírségi sebességfüggvény (γ görbe) mentén, különböző X_{max} értékek mellett

Fig. 10 The value of H_0 for the velocity function of the Nyir-region (curve γ), for different values of X_{max}

Рис. 10. Величины H_0 по функции скоростей (кривая γ) для Северовосточной Венгрии, при различных значениях X_{max}



11. ábra. A H_0 értéke a nyírségi sebességfüggvény (γ görbe) mentén, különböző T_0 értékek mellett

Fig. 11 The value of H_0 for the velocity function of the Nyir-region (curve γ), for different values of T_0

Рис. 11. Величины H_0 по функции скоростей (кривая γ) для Северовосточной Венгрии, при различных значениях T

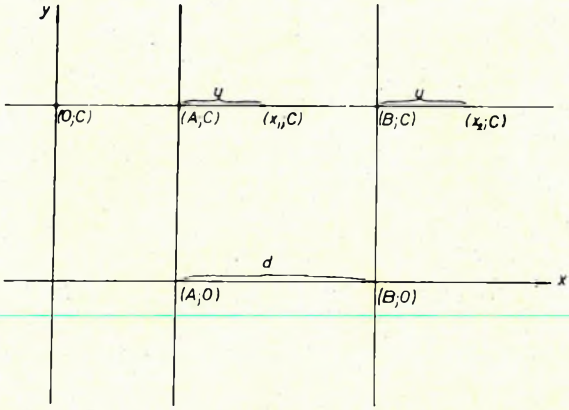
feltétellel, azaz T_0 értéke az első értékes beérkezés várható beérkezési ideje körül legyen. Ha valami miatt ez nem valósítható meg, akkor a MOS csak szakaszosan hajtható végre és ezzel éppen leglényegesebb előnyét — gyorsaságát — elveszti.

* * *

Függelék

A szemléletesség kedvéért a vizsgált kérdést — a MOS eljárásban alkalmazott közelítést — tisztán geometriai eszközökkel is tárgyaljuk.

Egy koordináta-rendszerben vegyünk fel az y tengellyel párhuzamosan egy $x = A$ egyenletű, és tőle d távolságra egy $x = B$ egyenletű egyenest. Az x tengellyel párhuza-



12. ábra
Fig. 12
Рис. 12

mosan vegyünk fel egy $y=C$ egyenletű egyenest, ezen az egyenesen az (A, C) ponttól n távolságra levő pontot jelöljük (x_1, C)-vel, a (B, C) ponttól n távolságra eső pontot pedig (x_2, C)-vel (12. ábra).

Ezután írjuk fel az (x_1, C) ponton átmenő $(A; 0)$ csúcspontú hiperbola és az (x_2, C) ponton átmenő $(B; 0)$ csúcspontú hiperbola egyenletét. A hiperbola középponti egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,$$

ahol a a hiperbola nagytengelyét b pedig a kistengelyét jelöli;
ha $y=0$, akkor

$$\frac{A^2}{a^2}=1, \quad \text{illetve} \quad \frac{B^2}{a^2}=1,$$

azaz a nagytengely

$$a=A, \quad \text{illetve} \quad a=B,$$

kistengelyek az (x_1, C), illetve (x_2, C) pontok behelyettesítésével számíthatók

$$\frac{x_1^2}{A^2}-\frac{C^2}{b^2}=1, \quad \text{illetve} \quad \frac{x_2^2}{B^2}-\frac{C^2}{b^2}=1.$$

Átrendezve az egyenleteket

$$b^2=\frac{C^2}{\frac{x_1^2}{A^2}-1}, \quad \text{illetve} \quad b^2=\frac{C^2}{\frac{x_2^2}{B^2}-1}.$$

A tengelyek ismeretében már felírhatjuk a hiperbolák egyenleteit

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{\frac{C^2}{\frac{x_1^2}{A^2} - 1}} = 1, \tag{1}$$

illetve

$$\frac{x^2}{B^2} - \frac{y^2}{\frac{C^2}{\frac{x_2^2}{B^2} - 1}} = 1. \tag{2}$$

A MOS eljárás — geometriai lényegét tekintve — az (1) hiperbolát az x tengely mentén d távolsággal eltolja úgy, hogy csúcspontja egybeessék a (2) hiperbola csúcspontjával és azután a (2) hiperbola helyett az eltolt (1) hiperbolát használja (13. ábra).

Állításunk az, hogy bár az így egymásra tolt hiperbolák két pontja — az $y=0$ és az $y=C$ egyenesre eső két pont — kiinduló feltételeink következtében nyilvánvalóan egybeesik, a két hiperbola mégsem egybevágó és a pozitív síknegyedben nincs is több egybeeső pontjuk.

(Ha állításunk igaz, akkor az eltolt (1) hiperbola csak közelítése a (2) hiperbolának. Dolgozatunk tárgya éppen ennek a közelítésnek a vizsgálata.)

Állításunk igazolására toljuk el az (1) hiperbolát koordináta-transzformációval az x tengely mentén d távolsággal és az így kapott hiperbola egyenletét hasonlítsuk össze a (2) hiperbola egyenletével (13. ábra).

$$\frac{(x-d)^2}{A^2} - \frac{y^2}{\frac{C^2}{\frac{x_1^2}{A^2} - 1}} = 1,$$

mivel kiinduló feltételeink miatt

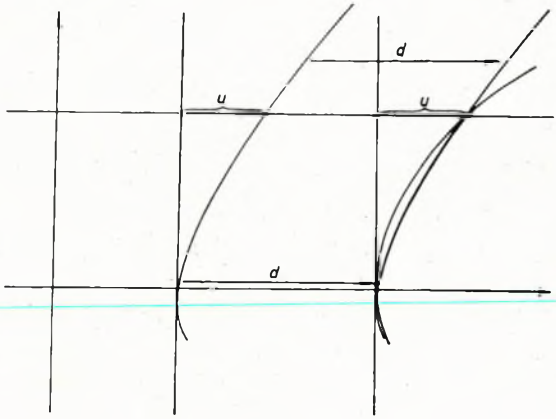
$$A = B - d \qquad \text{és} \qquad x_1 = x_2 - d,$$

$$\frac{(x-d)^2}{(B-d)^2} - \frac{y^2}{\frac{C^2}{\frac{(x_2-d)^2}{(B-d)^2} - 1}} = 1. \tag{3}$$

A (2) és (3) egyenletekben ugyanazok a változók és állandók szerepelnek, összehasonlításukkor tehát látható, hogy a két hiperbola tengelyei nem egyeznek meg. A két hiperbola nem lehet egybevágó. Még világosabban látszik ez a hiperbolák aszimptotáinak összehasonlításakor.

Egy hiperbola aszimptotájának egyenlete:

$$y = \pm \frac{b}{a} x.$$



13. ábra
Fig. 13
Рис. 13

Behelyettesítve a (2) hiperbola tengelyeit

$$y = \pm \left[\frac{C^2}{x_2^2 - B^2} \right]^{\frac{1}{2}} x, \tag{4}$$

és behelyettesítve a (3) hiperbola tengelyeit

$$y = \pm \left[\frac{C^2}{(x_2 - d)^2 - (B - d)^2} \right]^{\frac{1}{2}} (x - d). \tag{5}$$

A (4) és (5) aszimptota egyenletek más meredekségű és más tengelymetszetű egyeneseket írnak le. Különböző aszimptotákhoz tartozó hiperbolák pedig nem lehetnek egybevágók.

IRODALOM

W. Schneider, 1971: Developments in seismic data processing and analysis (1968–1970) Geophysics, Vol. 36. No. 6. pp. 1043–1073.

АНАЛИЗ АППРОКСИМАЦИИ, УСКОРЯЮЩЕЙ ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН ПРИ ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА СУММИРОВАНИЯ С ПОСТОЯННЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПОПРАВКАМИ

Т. БОДОКИ, Л. ДЬЕРДЬ, Э. МИТУХ, И. ПОЛЬЦ*

В основе методов вычисления скоростей, применяемых в современной сейсморазведке по МОВ лежит анализ разностей времен ΔT. Одним из таких методов является метод суммирования с постоянными кинематическими поправками (в дальнейшем: МСПКП). В МСПКП при допущении подобия гипербол предусмотрена аппроксимация для ускорения вычислений. Ниже будут рассматриваться правильность этого допущения и пределы его действительности. Такой анализ является актуальным тем более, что Шнеидер (1971) рассматривает данный метод как сердце обработки сейсмических данных.

Входными данными в МСПКП является серия каналов с различными расстояниями x, относящихся к общей глубинной точке. Каналу с наибольшим расстоянием (X_{max}) приписывается определенная величина разности времен ($\Delta T(X_{max})$) и для заранее заданного по ней эталонного времени (T_0), при помощи хорошо известной формулы кинематических поправок, вычисляются гипербола, т. е. величины, относящиеся к расстоянию между пунктом взрыва и сейсмоприемником (X_i) для остальных каналов ($\Delta T(X_i)$).

$$VT(X_i)=\sqrt{T_0^2+\frac{X_i^2\Delta T(X_{max})[2T_0+\Delta T(X_{max})]}{X_{max}^2}}\,. \tag{1}$$

Рассматривая полученные таким образом величины $\Delta T(X_i)$ как величины характера статических поправок, каналы исправляются и серия каналов суммируется. Там, где сигналы суммируются без фазовых разностей, теоретическая гипербола хорошо аппроксимирует наблюденную гиперболу, соответствующую истинным разностям времен ΔT. Соответствующие скорости получаются по формуле кинематических поправок:

$$V(T)=\frac{X_{max}}{\sqrt{[2T+\Delta T(X_{max})]\Delta T(X_{max})}}\,, \tag{2}$$

где T — время прихода событий, суммируемых по фазе в суммотрассе.

При повторном проведении данной операции с равномерно увеличиваемыми или снижаемыми величинами $\Delta T(X_{max})$ можно определить каждую из величин скоростей, встречающихся в записи.

---

* Венгерский геофизический институт им. Этвеша
Рукопись поступила: 8 марта 1973 г.

Следовательно, применяемая аппроксимация — подобие гипербол — выражается в виде:

$$\Delta T(X, T) = \Delta T(X, T_0), \tag{3}$$

если

$$\Delta T(X_{max}, T) = \Delta T(X_{max}, T_0). \tag{4}$$

Если (3) не выполняется для каждого из значений X и T, то, обозначая функцию погрешностей через $H(X, T)$, получим:

$$H(X, T) = \Delta T(X, T) - \Delta T(X, T_0). \tag{5}$$

Развертывая это выражение получаем

$$H(X, T) = \sqrt{T^2 + \frac{X^2}{V^2}} - \sqrt{T_0^2 + \frac{X^2}{X_0^2}} + T_0 - T, \tag{6}$$

где V и V_0 — среднеквадратичные скорости, определяемые соотношением (2) для времен T и T_0, соответственно.

Из условия (4) вытекает, что

$$H(X_{max}, T) = \sqrt{T^2 + \frac{X_{max}^2}{V^2}} - \sqrt{T_0^2 + \frac{X_{max}^2}{V_0^2}} + T_0 - T = 0. \tag{7}$$

(Для наглядности геометрическая формулировка проблемы дается в Дополнении.)

Для добротности аппроксимации, применяемой для ускорения вычислений, наиболее характерна предельная величина функции $H(X, T)$ по X в интервале от $X=0$ и $X=X_{max}$, в зависимости от T. Это означает максимальное отклонение гипербол, подсчитанных по формуле кинематических поправок и применяемых в МСПКП. Следовательно, в нижеследующем дается вычисление этой величины.

Функция $H(X, T)$ имеет предельную величину, если

$$\frac{\partial H(X, T)}{\partial x} = \frac{X}{V^2\sqrt{T^2 + \frac{X^2}{V^2}}} - \frac{X}{V_0^2\sqrt{T_0^2 + \frac{X^2}{V_0^2}}} = 0. \tag{8}$$

Из этого экстремум H по X:

$$X = \sqrt{\frac{T^2V^4 - T_0^2V_0^2}{V_0^2 - V^2}}. \tag{9}$$

Местом экстремума является и $X=0$, однако для анализа это не имеет значения, так как здесь величина подстановки функции также равняется нулю.

Подставляя (9) в (6) получаем экстремальную величину функции. Обозначим ее через $H_0(T)$.

$$H_0(T) = \sqrt{\frac{[T^2V^2 - T_0^2V_0^2](V_0^2 - V^2)}{V^2V_0^2}} + T_0 - T, \tag{10}$$

где величина V и V_0 определяется условием (7) и соответствующим значением $\Delta T(X_{max})$.

Свободно подбираемыми параметрами МСПКП являются T_0, X_{max} и $\delta\Delta T(X_{max})$, т. е. шаг $\Delta T(X_{max})$. В том числе $H_0(T)$ зависит только от T_0 и X_{max}, в связи с чем вычисления проводятся для различных величин этих двух переменных.

Функции H_0, подсчитанные по формуле (10) были представлены на плоскости V_0—T, причем на этой же плоскости было изображено и соотношение V_0—$V(T)$.

Результаты, представленные на первых трех рисунках, получены с параметрами $T_0 = 1{,}5$ сек. и $X_{max} = 1000$, 2000 и 5000 (рис. 1—3). На рисунках величины изолиний H_0 выражены в милисекундах.

Из рисунков видно, что H_0 имеет положительную величину при временах, меньших эталонного времени ($T < T_0$) причем она повышается в направлении к оси $T = 0$; степень повышения сильно увеличивается с возрастанием X_{max} (напр. при $T = 1$ сек и $V = 2500$ м/сек, если $X_{max} = 1000$ м, то $H_0 \approx 0{,}5$ мсек; если $X_{max} = 2000$ м, то $H_0 \approx 3$ мсек, и если $X_{max} = 5000$ м, то $H_0 \approx 30$ мсек.) При временах, превышающих эталонное время ($T > T_0$), H_0 имеет отрицательное значение, с абсолютной величиной возрастающей с увеличивающимся T и убывающим V. Однако, на отрицательной стороне абсолютная величина H_0 повышается более медленно, чем на положительной. Степень ее возрастания также увеличивается с повышением величины X_{max}.

Кроме того, по рисункам можно делать следующие выводы. При $X_{max} = 1000$ м, погрешностью метода можно пренебречь. При $X_{max} = 2000$ м и малых временах $\left(T < \frac{1}{2} T_0\right)$, особенно при небольших скоростях ($V < 2000$ м/сек), возникают уже более значительные погрешности. (Однако, данный участок записей всеравно, как правило, теряется при установках 2000 м.) В интервале $T > T_0$ при практически встречаемых скоростях (1500 м/сек $< V <$ 4500 м/сек) погрешность пренебрежима. При $X_{max} = 5000$ м в диапазоне $T < T_0$ метод уже не может использоваться и в диапазоне $T > T_0$ он оказывается эффективным только при скоростях $V > 2500$ м/сек.

При вычислениях, иллюстрируемых на следующих четырех рисунках (рис. 4—7) анализировалась зависимость величины H_0 от T_0. На рисунках X_{max} имеет величину 2000 м, а T_0 — 1, 2, 3 и 4 сек. соответственно. Вычисления и рисунки показывают, что изменение величины T_0 менее значительно влияет на поведение H_0, чем изменение величины X_{max}. При возрастающих величинах T_0 максимальная величина H_0, встречающаяся при низких значениях T, уменьшается, причем максимум расширяется в направлении к оси T. Однако, абсолютная величина H_0 — не учитывая совсем малые значения T($T < 0{,}7$ сек.) — остается незначительной. В диапазоне $T > T_0$ абсолютная величина H_0 является пренебрежимо малой.

Проведенный анализ показывает, что T_0 целесообразно подбирать в диапазоне от 1,5 до 2,5 сек.

Для иллюстрации практического применения вышеприведенных вычислений величина H_0, т. е. максимальная погрешность была подсчитана по конкретной функции скоростей γ, полученной в Северовосточной Венгрии. На рис. 8 представлены величины H_0 для различных X_{max}. Начальные участки кривых при $X_{max} = 2000$, и особенно при $X_{max} = 5000$, приобретают очень высокие величины, однако, на практике при подобных длинах установки данные отрезки записей в большинстве случаев теряются. Вторая половина кривых обладает весьма

малыми величинами, что указывает на высокую степень надежности МСПКП в диапазоне $T > T_0$.

На рис. 9 представлена зависимость кривой с параметром $X_{max} = 2000$ м предыдущего рисунка от величины T_0. Подобие кривых подтверждает сделанные нами теоретические выводы.

Изучение поведения H_0 для любой другой конкретной кривой скоростей приводит к аналогичным результатам. Это связано с узким диапазоном изменения встречающихся на практике кривых скоростей, с одной стороны и с формой изолиний H_0 — с другой.

Следовательно, практические примеры также показывают, что рассматриваемый метод суммирования с постоянными кинематическими поправками представляет собой высокоточную аппроксимацию приемов, применяющих формулу кинематических поправок при исследовании больших глубин. Его ограничения сказываются только при исследовании небольших по сравнению с длинами установок глубин.

В Геофизическом институте функция H_0 была вычислена также для обработки данных ГСЗ при подборе некоторых необычных для разведочной сейсмики параметров.

На рис. 10 $T_0 = 8{,}3$ сек, $X_{max} = 26\,000$ м, а на рисунке 11 — $T_0 = 8{,}3$ сек и $X_{max} = 50\,000$ м. По этим вычислениям можно делать вывод о том, что при таких длинах установки МСПКП может применяться, как правило, только для участка $X_{max} < TV$, при условии $T_0 \leq T$, т. е. величина T_0 должна быть приблизительно равной ожидаемому времени вступления первой полезной волны. Если по какой то причине это не может быть реализовано, то суммирование с постоянными кинематическими поправками должно осуществляться ступенчато, в связи с чем теряется его основное преимущество — быстрота.

* * *

Дополнение

Для наглядности рассматриваемый вопрос — аппроксимация, применяемая в МСПКП — излагается ниже по чисто геометрическим аспектам.

Пусть в системе координат параллельно оси y будет прямая с уравнением $x = A$, а на расстоянии d от нее — прямая с уравнением $x = B$. Проводим параллельно оси x прямую $y = C$, на которой пункт, находящийся на расстоянии n от пункта (A, C) будет обозначаться (x_1, C), а пункт на расстоянии n от пункта (B, C) — (x_2, C) (см. рис. 12).

Запишем уравнения гиперболы с верхом $(A; 0)$, проходящей через пункт (x_1, C), а также гиперболы с верхом $(B; 0)$, проходящей через пункт (x_2, C). Центральное уравнение гиперболы имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где a — большая, а b — маленькая оси гиперболы.
При $y = 0$

$$\frac{A^2}{a^2} = 1, \quad \text{и} \quad \frac{B^2}{a^2} = 1,$$

соответственно, т. е. большая ось может быть подсчитана путем подстановки

$$a=A \quad \text{и} \quad a=B,$$

а маленькая ось — путем подстановки пунктов (x_1, C) и (x_2, C)

$$\frac{x_1^2}{A^2}-\frac{C^2}{b^2}=1 \quad \text{и} \quad \frac{x_2^2}{B^2}-\frac{c^2}{b^2}=1.$$

После перестановки уравнений получаем:

$$b^2=\frac{C^2}{\frac{x_1^2}{A^2}-1} \quad \text{и} \quad b^2=\frac{C^2}{\frac{x_2^2}{B^2}-1}.$$

Зная оси можно записать уравнения гипербол

$$\frac{x^2}{A^2}-\frac{y^2}{\frac{C^2}{\frac{x_1^2}{A^2}-1}}=1, \tag{1}$$

и

$$\frac{x^2}{B^2}-\frac{y^2}{\frac{C^2}{\frac{x_2^2}{B^2}-1}}=1. \tag{2}$$

В методе суммирования с постоянными кинематическими поправками — с точки зрения геометрии — гипербола (1) смещается по оси x на расстояние d с таким расчетом, чтобы ее верх совпал с верхом гиперболы (2), после чего вместо гиперболы (2) применяется смещенная гипербола (1) (рис. 13).

В результате проведенных исследований нами сделан вывод о том, что хотя два из пунктов — пункты, приходящиеся на прямые $y=0$ и $y=C$ — совмещенных гипербол очевидно совпадают в соответствии с исходными допущениями, но сами гиперболы все же не совпадают и даже нет у них дополнительных совпадающих пунктов в положительном квадранте.

(Если этот вывод справедлив, то смещенная гипербола (1) является лишь аппроксимацией гиперболы (2). Цель настоящей работы заключается в изучении именно этой аппроксимации.)

Для подтверждения указанного утверждения смести гиперболу (1) по оси x путем трансформации координат, на расстояние d и сопоставим уравнение полученной таким образом гиперболы с уравнением гиперболы (2). (Рис. 13.)

$$\frac{(x-d)^2}{A^2}-\frac{y^2}{\frac{C^2}{\frac{x_1^2}{A^2}-1}}=1,$$

Поскольку в связи с исходными условиями

$$A = B - d \quad \text{и} \quad x_1 = x_2 - d,$$

$$\frac{(x-d)^2}{(B-d)^2} - \frac{y^2}{\dfrac{C^2}{\dfrac{(x_2-d)^2}{(B-d)^2} - 1}} = 1. \tag{3}$$

В уравнения (2) и (3) входят одни и те же переменные и постоянные, и так при их сопоставлении можно видеть, что оси гипербол не совпадают, в связи с чем гиперболы не могут быть равными и подобными. Еще яснее проявляется это при сопоставлении асимптот этих гипербол.

Уравнение асимптоты гиперболы имеет вид:

$$y = \pm \frac{b}{a} x.$$

При подстановке осей гиперболы (2):

$$y = \pm \left[\frac{C^2}{x_2^2 - B^2} \right]^{\frac{1}{2}} x, \tag{4}$$

и при подстановке осей гиперболы (3):

$$y = \pm \left[\frac{C^2}{(x_2-d)^2 - (B-d)^2} \right]^{\frac{1}{2}} (x-d). \tag{5}$$

Уравнения асимптот (4) и (5) описывают прямые с разной крутизной и разным сечением осей. А гиперболы, имеющие разные асимптоты, не могут быть равными и подобными.

T. BODOKY, L. GYÖRGY, E. MITUCH, I. POLCZ

AN ANALYSIS OF AN APPROXIMATION MADE IN MOVE OUT SCAN ROUTINES

The majority of velocity analysis techniques used in current seismic data processing is based on a systematic search along move out times. One of these methods is the "Move Out Scan" (MOS). For speeding up computation it is generally assumed in MOS routines that the correction hyperbolas are similar. In the present paper the limits of validity of this approximation will be checked by means of determining the maximal deviations between hyperbolas used for correction and the actual ones. Parameters of the correction hyperbolas (i.e. reference time T_0, and distance from the shot-point X) will be varied and the results discussed and plotted as functions of reflection time (T) and of reference velocity (V_0). The exact velocity of the correction hyperbola, corresponding to T and X, will be displayed on the same diagrams.

Our investigations prove the MOS process to be a fair approximation of the more elaborated techniques relying on a strict formulation of NMO. It works well under all circumstances but for shallow exploration and its use can be especially advantageous for the range $T \gg T_0$.

As an example the maximum possible error is computed for a velocity function encountered in field practice and a similar computation is carried out keeping in mind the particular circumstances of Hungarian crustal measurements.

The Appendix attached to the paper gives also a geometrical treatment to enable a visual check up of the considerations.