

Fraktálok – avagy a matek akár szép is lehet

Most egy olyan témáról szóló cikk következik, ami biztosan nem jött volna létre, ha nincsenek számítógépek. Olyan mennyiségű számítást igényel ugyanis a cikkben szereplő képek előállítására, hogy az számítógép nélkül elképzelhetetlen.

A fraktálgeometria tudománya alig három évtizedes, tehát fiatalnak tekinthető tudományág. A természetben előforduló, más matematikai módszerekkel elég pontosan nem meghatározható, önhasonló objektumok leírásával, tanulmányozásával foglalkozik. A fraktál kifejezést először Benoit Mandelbrot lengyel származású matematikus használta, 1975-ben. A szó a latin fractus szóból ered, melynek jelentése törött, töredezett. A természetben számtalan olyan komplex objektum található melyek leírására jól használhatóak a fraktálok, mint például a felhők, hegyek, fák, szigetek partvonalai, ill. az egyik legszemléletesebb a páfrány. Ha alaposan megnézzük a páfrány levelét, akkor láthatjuk, hogy a kisebb részek formája erősen hasonlít az egész levél alakjára.

Manapság a faliképektől kezdve, a képernyő pihentetőn keresztül egészen a csomagolópapírokig nyúlik a fraktálképek felhasználásának hosszú sora. Aki számítógépes grafikai programot használ, az gyakran találkozhat fraktál alapú textúrákkal is. A fraktálokat leíró képletek komplex számokat tartalmaznak, melyek egy valós és egy képzetes részből (például $z = 3 + 2i$) állnak. A komplex számokkal végzett műveletek szabályai némileg eltérnek a megszokottól, például a képzetes rész négyzete -1 . A további szabályok megtalálhatóak például a *Négyjegyű függvénytáblázatok* című közismert műben.

A fraktálképek kiszámítása egy iteratív, azaz ismétlődő folyamat. Az ismétlések száma meghatározza a fraktál-

kép minőségét, és a számítás idejét.

A számítás során gyakran használnak rekurzív eljárásokat. A rekurzív eljárás önmagát meghívva ismétli meg a szükséges lépéseket.

A fraktálképet a következő paraméterek határozzák meg döntően:

- kiinduló egyenlet
- iterációk száma
- nagyítás
- a megjelenítéshez használt színek, azaz a paletta

A legismertebb fraktálok a *Mandelbrot* ($f(z)=z^2+c$, ahol c konstans) és a *Julia* halmazok.

Ennyit röviden a fraktálok matematikájáról általánosságban, a részletesebb tárgyalását meghagyom a matematikusoknak. Amúgy ha valaki többet szeretne tudni a témáról az interneten is bőséggel talál információt.

Én a továbbiakban két fraktálok képeit előállító program fogok bemutatni.

FractalView

A program futtatásához szükség van minimum 1.4-es java futtató környezetre (én a Blackdown 1.4.2-t használtam). Lépünk be abba a könyvtárba, amelyikbe a programot kicsomagoltuk és a **java FractalView** parancs kiadása után kezdetjük a fraktálok felfedezését.

Egy mai 2 GHz-es processzor esetén kb. 3 másodperc múlva jelenik meg egy kép, amennyiben az alábbi billentyűvel megváltoztattuk a fraktálképhez tartozó valamelyik paramétert. A számítási folyamatot a képernyő alján megjelenő vonal is jelzi.

Fractal View 1.03

Méret: 200 KB

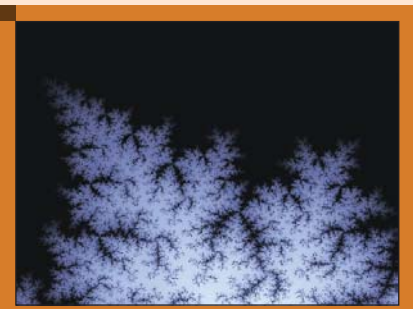
Weblap: fractalview.sourceforge.net

Licensz: GPL

Igényelt grafikus könyvtár: ---

Támogatott operációs rendszerek:

Linux, BSD, Windows, stb.



■ **1. ábra** A Mandelbrot halmaz egy kis részlete

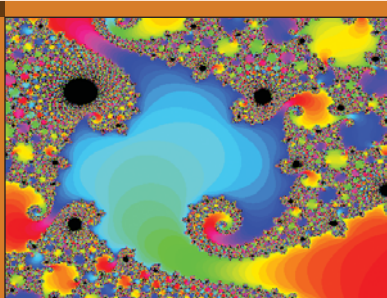


■ **2. ábra** Mint egy repedés a falon

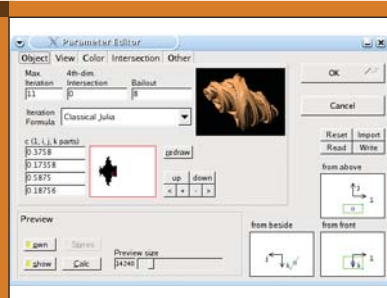
A lementett képek a program könyvtárának *FractalImages* alkönyvtárába kerülnek. Ha a program használata közben átváltunk más programra, eltűnhet a kiszámolt kép, ezt a szököz billentyű megnyomásával helyrehozhatjuk.

1. táblázat A Fractalview kezelése során használható fontosabb billentyűk

F1 vagy h	Billentyűparancsok megjelenítése / eltüntetése
Szököz	Újrászámolja a képet az aktuális beállításokkal
A,a,S,s	200, 100, 20, 10 db PNG képet exportál animáció készítéshez, miközben a képernyő közepén lévő részt nagyítja
n,m	Váltás a különböző fraktál típusok között
c	A kép egy pontjára kattintva választhatunk konstans értéket az egyenlethez
r	Véletlenszerű konstans az egyenlethez
[]	Váltás az előre beállított konstansok között
:	Visszaállítja a nézőpontot a fraktálhoz tartozó alapértelmezésre
.	Az aktuális nagyítás mellett a fraktál közepét mutatja meg
p A	megjelenő paletta egy pontjára rábökve választhatunk színt
0 – 9	Palettaváltás
q vagy ESC	Kilépés
Egér bal gomb + húzás	Adott területe körbe kerítve nagyíthatunk rá
Egér jobb gomb	A kép mentése
Egér középső gomb vagy ;	Visszaállítja az alapértelmezett nézőpontot
Egér görgő	Nagyítás / kicsinyítés



3. ábra Azoknak, akik szeretik, ha valami „jó színes”



4. ábra Itt állíthatjuk be a paramétereket

Sajnos néhány esetben megmerevedik a program, és csak a program újraindítása után folytathatjuk a fraktál képekben való gyönyörködést.

Ha van a gépen *MPlayer*, akkor az animációhoz lementett képeket a következő paranccsal alakíthatjuk tömörítetlen mozgóképpé.

```
mencoder mf://movie*.png -mf
w=256:h=192:fps=25:type=png
-o output.avi
```

Mivel a program *Java* alapú, így más java képes operációs rendszerek alatt

is gond nélkül használható. A program előnye a platform függetlenség, és az egyszerűség. Elsősorban a fraktálokkal csak most ismerkedőknek ajánlanám.

Quat

A program készítője, ezt írja: „A célom az volt, hogy 3 dimenzióban jelenítsem meg a fraktálokat. Az eredmény pedig a térben szabadon lebegő, csavart, rögzök lettek, melyek olyanok, mint a nyers tészta.” (Ha valaki látott, vagy gyúrt már kenyeret, vagy kalácskészítőt, akkor tudja mire gondolt.)

Quat 1.20

Méret: 500 KB – 1MB

Weblap: www.physcip.uni-stuttgart.de/phy11733/quat_e.html

Licenz: GPL2

Igényelt grafikus könyvtár: ---

Támogatott operációs rendszerek:

Linux, DOS, Windows

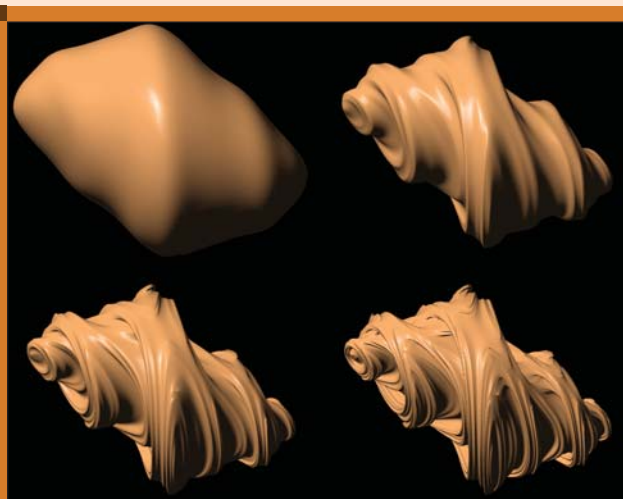
A fraktálok komplex számokra épülő képlete teljesen megegyezik a 2 dimenziós programokban használttal. A 3 dimenziós megjelenítéshez az úgynevezett „Hamiltonian quaternions”-t használja fel. A „quaternions” a komplex számokat négy részből állónak tekintti (1 valós és 3 képzetes) ellentétben a hagyományos 1 + 1-es felbontással. Ez az eljárás alkalmas lenne 4 dimenziós fraktálok kiszámítására is, de a program csak a 3 dimenziókat számolja ki (a 4. érték konstans). A készítője viszont a dokumentációban megígéri, hogyha valaki kifejleszt egy 4 dimenziós megjelenítőt, akkor ő rögvést átalakítja a programját.

Parameters menü

Ebben a menüben adhatjuk meg, tölthetjük be fájlból, vagy menthetjük el a számításához szükséges paramétereket. A *Max Iteration* – a kép részletességét határozza meg, az *Iteration Formula* – az alakzatot, az *i,j,k* paraméterek pedig a nézőpontot. A nézőpontot konkrét számmal is megadhatjuk, beírva az *i,j,k*-nak megfelelő mezőbe, vagy az egérrel a jobb alsó sarokban található téglalapokban állíthatjuk be. A beállító ablak *Intersection* fülén adhatunk meg metszősíkokat, amivel elvágjuk az adott formát, és így még érdekesebb képet kaphatunk. Az *Other* fülénél beállíthatóak a teljes kiszámítandó kép méretei, világitási és élsimítási paraméterei. A *Calc* gombra kattintva kaphatunk előnézeti képet, a beállított értékek alapján.

Calculation menü

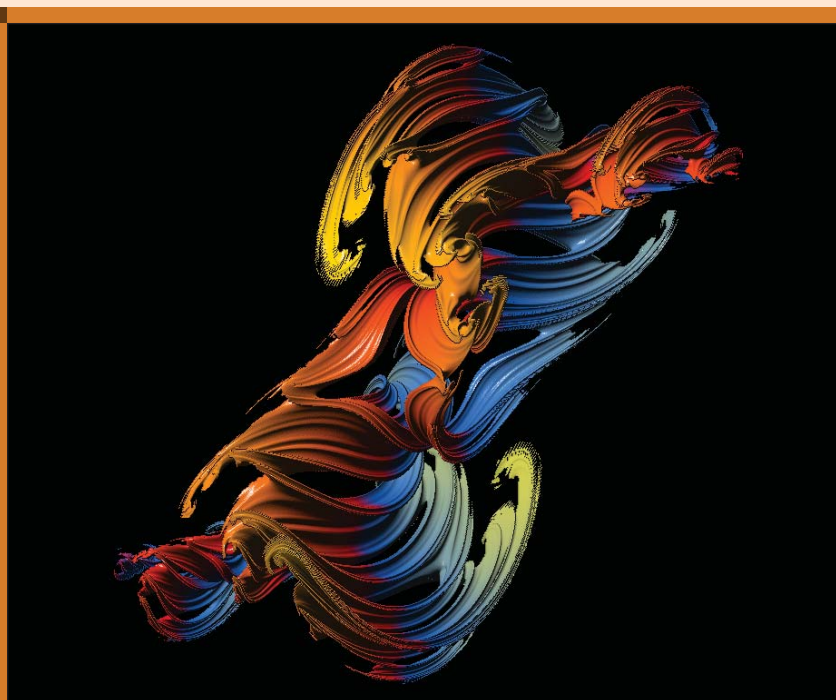
Mikor beállítottuk a paramétereket, akkor innen indíthatjuk vagy a teljes számítási folyamatot, vagy a *ZBuffer* kiszámítását. Ha a *Zbuffert* választjuk, akkor a program csak a fraktál formáját számolja ki, és utána már csak a színeket és a fényeket kell kiszámolnia a következő lépésben, ami már sokkal gyorsabban megy.



■ 5. ábra Az iterációk számának növelésével elért eredmény (5-8-10-12)



■ 6. ábra Egy szép színátmenetes kép



■ 7. ábra Olyan színes, mint némelyik papagáj

néhány másodperc kell a kép befejezéséhez, miután kiválasztottuk a megfelelő színeket.

Ez a program a 3 dimenzió révén sokkal érdekesebb képek előállítására képes, mint az előző. Sokkal tovább lehet vele úgy kísérletezni, hogy mindig új formákat fedezzünk fel.

Ha csak a keresőbe írjuk, be például a *fractal*, vagy *mandelbrot* szavakat, akkor is több százezer képet találunk az interneten. Nagyon változatos képeket lehet létrehozni a különböző fraktálgeneráló programokkal. Remélem mindenki megtalálja, vagy megalkotja a neki tetszőt. Sok sikert, és sok szép képet kívánok!



Szabolcsi Csaba

(szabolcsi@walla.com)
A Linuxot 1994-ben ismerte meg, jelenleg Gentoo-t használ.
Szeret olvasni és főzni.

Image menü

Ha tetszik a kiszámított kép, akkor itt menthetjük el. A program a *PNG* fájlban a fraktál paramétereit is tárolja. Ha nem felel meg az eredmény, akkor a *Close* menüponttal le kell zárni az adott képet, különben nem módosíthatjuk a paramétereiket.

Zbuffer menü

Ez egy rövid menü, megnyitni, bezárni, és elmenteni lehet a *ZBuffer*. Ha ezt elmentettük, akkor már csak

KAPCSOLÓDÓ CÍMEK

Wikipédia a fraktálokról: ➔ <http://en.wikipedia.org/wiki/Fractal>

Fraktálok a Sulineten: ➔ <http://www.sulinet.hu/tart/cikk/ag/0/22128/1>

Művészi fraktálok, akár nyomtatásban is: ➔ <http://fractorama.com>

3D fraktálok: ➔ <http://www.physcip.uni-stuttgart.de/phy11733/gallery.html>

Fraktálok egymásra rétegezve: ➔ <http://spanky.triumf.ca/www/fractint/lee/lee.html>

Művészi képek: ➔ <http://www.fractalus.com/gumbycat/>

Egy másik galéria: ➔ <http://www.faemalia.net/Fractals/>

Mozgóképek: ➔ <http://ericbigas.com/fractals/>