# A SZÁLLÍTÁSI FELADAT TANÍTÁSA ELEGÁNSAN

KISS LÁSZLÓ

**Összefoglalás**

*Cikkemben a szállítási feladat tanítására és a hallgatók egyéni tanulásának támogatására mutatok be egy hatékony, elegáns módszert.*
*A fentieket támogató alkalmazás Excelben VBA támogatással készült, széles paraméterezési lehetőségekkel.*
*Segítségével lényegében számtalan, a témába tartozó probléma szemléltethető és tanulható. Moduláris felépítése miatt jól továbbfejleszthető.*

**Kulcsszavak:** *Oktatásmódszertan, operációkutatás, algoritmusok, programozás*

## Teaching the transportation problem in an elegant way

**Abstract**

*This presentation demonstrates an elegant and effective way to teach the transportation problem as well as enable students to learn it through self-study.*
*The application used for this purpose is done in Excel using VBA and accepts a variety of parameters.*
*It can be used to demonstrate and learn practically countless algorithms used in this area. Its modular architecture allows for easy extension.*

**Keywords:** *Teaching methodology operational research, algorithms, programming*

**Mottó**
„annyiba kerül, amennyibe kerül, de megéri, próbáljuk meg érdekessé tenni az iskolát."
Karácsony Sándor

**Bevezetés**
A szállítási feladat az Óbudai Egyetem Rejtő Sándor Környezetmérnöki és Könnyűipari karán, Környezetmérnök szakon, a Környezetmérnök Informatikus szakirány gyakorlatain került terítékre. A tapasztalatom az volt, hogy – bár csupán a megoldás algoritmusára fókuszáltunk – a hallgatóknak komoly nehézségeik voltak a megértés terén. A tárgy előadásanyagában található példákon kívül az interneten fellelhető anyagokból próbáltak készülni, de általában kevés sikerrel.
Eleinte Excelben készítettem számukra jobban követhető feladatmegoldásokat, később azonban elhatároztam, hogy olyan eszközt igyekszem a kezükbe adni, amivel könnyedén gyakorolhatnak. Erre azonban gyakorlatilag nem került sor, mert – bár az alábbiakban ismertetett alkalmazás elkészült ugyan, de mára – a szakirány megszűnt.
Remélem, hogy lesznek, akik cikkem elolvasása után érdeklődést mutatnak az elkészített alkalmazás iránt.

**Az alkalmazás használata**
Az eszköz, amivel a téma oktatását és az egyéni tanulást végezhetjük egy MS Excel fájl. Kihasználjuk az Excel táblázatkezelő és a vele együtt telepített VBA programozási

lehetőségeit.Az indítás után a Leírás lap jelenik meg a képernyőn, ahol megtudhatjuk, hogy milyen billentyűkombinációkat használhatunk az egyes problémák megoldására, illetve szemléltetésére. CTRL+SHIFT+F = teljes képernyőváltás, CTRL+SHIFT+T = alapállapotba állítás, CTRL+SHIFT+I = induló megoldás előállítása, CTRL+SHIFT+K = induló megoldás előállítása léptethető módon, CTRL+SHIFT+O = optimális megoldás előállítása, CTRL+SHIFT+L = optimális megoldás előállítása léptethető módon.

Az induló megoldás meghatározásának néhány állapotát láthatjuk az 1-4. táblázatokon (léptethető esetben). Hogy melyik módszerrel történjen az előállítás, a Vezérlés lapon állíthatjuk be. Jelenleg az alkalmazásba 4 lehetőség van beépítve. Az Északnyugati sarok módszer és a Minimális költség módszer, illetve azok módosított változatai. Ez utóbbiak annyit tesznek, hogy ha egy adott állapotban a kereslet és a kínálat számai az adott szállításra megegyeznek, akkor lehetőleg a szállítást abban a formájában kihagyjuk, és egy olyannal helyettesítjük, ahol ez nem áll fenn. Ezt azért tesszük, hogy a lekötött elemek száma lehetőleg ne legyen a kívántnál kevesebb. A megjelenített táblázatokban éppen ilyen esetre láthatunk példát.

Hogy milyen feltételek mellett keressük az induló megoldást, a Szállítási_mátrix lapon adhatjuk meg. Egyszerűen az A1 cellától kezdve beírjuk a költségmátrix adatait, közvetlenül alá és mellé pedig a megfelelő igény és készlet adatokat.

Alapállapotban, a fájlban a fent említett három lap látható. Az induló megoldás, a megfelelő billentyűkombináció megnyomása után, az Induló_megoldás lapon jelenik meg. Hasonlóképpen, az optimális megoldás az Optimális_megoldás lapon. A két lap egyidejűleg a fájlban nincs jelen. Mivel az optimális megoldás az utolsó megadott paraméterek alapján számított induló megoldás alapján készül el, ha kíváncsiak vagyunk arra, hogy ez az induló megoldás milyen lépésekben jött létre, a megfelelő léptetéssel (CTRL+SHIFT+K) megtekinthetjük.

**1. táblázat: Induló megoldás meghatározása, kezdeti állapot.**

| A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Módosított minimális költség módszer | | Hova | | | | | Készlet | Hova | | | | | Készlet |
| | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | |
| Honnan | I. | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 190 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 190 |
| | II. | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | 140 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 |
| | III. | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 150 |
| Igény | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | 480 | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | 480 |

**2. táblázat: Induló megoldás meghatározása, az első lépés után.**

A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása

| Módosított minimális költség módszer | | Hova | | | | | Készlet | Hova | | | | | Készlet |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | |
| Honnan | I. | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 190 | 120 | 0 | 0 | 0 | 0 | 70 |
| | II. | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | 140 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 |
| | III. | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 150 |
| Igény | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | 480 | 0 | 110 | 70 | 100 | 80 | 360 |

**3. táblázat: Induló megoldás meghatározása, a második lépés után.**

A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása

| Módosított minimális költség módszer | | Hova | | | | | Készlet | Hova | | | | | Készlet |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | |
| Honnan | I. | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 190 | 120 | 0 | 0 | 0 | 0 | 70 |
| | II. | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | 140 | 0 | 0 | 70 | 0 | 0 | 70 |
| | III. | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 150 |
| Igény | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | 480 | 0 | 110 | 0 | 100 | 80 | 290 |

**4. táblázat: Induló megoldás meghatározása, az utolsó lépés után.**

A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása

| Módosított minimális költség módszer | | Hova | | | | | Készlet | Hova | | | | | Készlet |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | |
| Honnan | I. | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 190 | 120 | 0 | 0 | 0 | 70 | 0 |
| | II. | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | 140 | 0 | 70 | 70 | 0 | 0 | 0 |
| | III. | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | 150 | 0 | 40 | 0 | 100 | 10 | 0 |
| Igény | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | 480 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Az optimális megoldás meghatározása Disztribúciós módszerrel, a potenciálok módszerével történik. Ennek néhány állapotát láthatjuk az 5-10. táblázatokban, léptethető esetben.

Léptetésre három lehetőségünk van. A Kislépés egy-egy újabb algoritmuslépés eredményét jeleníti meg. A Szakaszlépés a megoldási módszer egy-egy szakaszának, mint az u és v változók értékeinek meghatározása, a differenciamátrix kiszámítása és az új lekötött elem kiválasztása, továbbá a hurok kialakítása, a negatív sarkok minimumának eldöntése és a hurok adatainak újraszámolása utolsó lépése utáni állapotot mutatja meg. Ezeket szemléltetik az ábrák. A Megoldások az algoritmus végrehajtása során keletkezett egyes megengedett megoldásokat láttatja a hozzájuk tartozó számítások (változók, differencia mátrix) előtt. A léptetők egymással összhangban vannak, és így az adott feladat tanulása során, azok ismétlésénél, az algoritmus egyes részein könnyedén ugorhatunk át. A léptetőkkel előre és vissza is léphetünk az algoritmusban! Mindeközben természetesen az összköltség változását is nyomon követhetjük.

A Vezérlés lapon megadott paraméterezéssel két dolgot befolyásolhatunk. Az egyik, hogy melyik legyen az a változó, amit 0-nak választunk. Lehet automatikusan az u1, vagy az, amelyik a legtöbb egyenletben szerepel. A másik, hogy ha az induló megoldás által meghatározott kötött elemek száma nem elegendő, akkor mi kötünk le elemet, vagy rábízzuk a programra ezt a feladatot. Az első esetben a leköthető elemek közül választhatunk addig, amíg elegendőt nem kötöttünk le. A másodikban az algoritmus a meglévő kötött elemekkel számol, és ha a megoldás nem optimális, akkor hurkot nem képez, hanem a differencia mátrix alapján lekötött új elemmel bővíti a lekötött elemeket, és úgy folytatja az optimum keresését!

**5. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, kezdeti állapot.**

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

| Aktuális megoldás | | Igény | | | | | Aktuális változók | | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | Aktuális differencia mátrix | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | | | | | | | | | | | | |
| Készlet | 190 | 120 | 0 | 0 | 0 | 70 | u1 | | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 0 | | | | 0 |
| | 140 | 0 | 70 | 70 | 0 | 0 | u2 | | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | | 0 | 0 | | |
| | 150 | 0 | 40 | 0 | 100 | 10 | u3 | | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | | 0 | | 0 | 0 |

| Összköltség | 1160 |
|---|---|

Megoldások ▲ ▼ Szakaszlépés ▲ ▼ Kislépés ▲ ▼

**6. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, a változók kiszámítása után.**

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

| Aktuális megoldás | | Igény | | | | | Aktuális változók | | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | Aktuális differencia mátrix | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | | | 2 | 6 | 5 | 2 | 4 | | | | | |
| Készlet | 190 | 120 | 0 | 0 | 0 | 70 | u1 | -1 | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 0 | | | | 0 |
| | 140 | 0 | 70 | 70 | 0 | 0 | u2 | -3 | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | | 0 | 0 | | |
| | 150 | 0 | 40 | 0 | 100 | 10 | u3 | 0 | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | | 0 | | 0 | 0 |

| Összköltség | 1160 |
|---|---|

Megoldások | Szakaszlépés | Kislépés

**7. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, a differencia mátrix kiszámítása, és az új lekötött elem meghatározása után.**

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

| Aktuális megoldás | | Igény | | | | | Aktuális változók | | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | Aktuális differencia mátrix | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | | | 2 | 6 | 5 | 2 | 4 | | | | | |
| Készlet | 190 | 120 | 0 | 0 | 0 | 70 | u1 | -1 | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 0 | -1 | -2 | 4 | 0 |
| | 140 | 0 | 70 | 70 | 0 | 0 | u2 | -3 | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | 7 | 0 | 0 | 5 | 4 |
| | 150 | 0 | 40 | 0 | 100 | 10 | u3 | 0 | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | 3 | 0 | -2 | 0 | 0 |

| Összköltség | 1160 |
|---|---|

Megoldások | Szakaszlépés | Kislépés

**8. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, a hurok képzése, a negatív sarok minimumának meghatározása és a hurok átszámolása után.**

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

| Aktuális megoldás | | Igény | | | | | Aktuális változók | | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | Aktuális differencia mátrix | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | | | | | | | | | | | | |
| Készlet | 190 | 120 | 0 | 40 | 0 | 30 | u1 | | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 0 | | 0 | | 0 |
| | 140 | 0 | 110 | 30 | 0 | 0 | u2 | | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | | 0 | 0 | | |
| | 150 | 0 | 0 | 0 | 100 | 50 | u3 | | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | | 0 | | 0 | 0 |

| Összköltség | 1160 |
|---|---|

Megoldások ▲ ▼ Szakaszlépés ▲ ▼ Kislépés ▲ ▼

**9. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, az új lekötött elemekkel a változók kiszámítása után.**

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

| Aktuális megoldás | | Igény | | | | | Aktuális változók | | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | Aktuális differencia mátrix | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | | | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | | | | | |
| Készlet | 190 | 120 | 0 | 40 | 0 | 30 | u1 | 0 | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 0 | | 0 | | 0 |
| | 140 | 0 | 110 | 30 | 0 | 0 | u2 | 0 | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | | 0 | 0 | | |
| | 150 | 0 | 0 | 0 | 100 | 50 | u3 | 1 | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | | | | 0 | 0 |

| Összköltség | 1080 |
|---|---|

Megoldások ▲ ▼ Szakaszlépés ▲ ▼ Kislépés ▲ ▼

**10. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, az új lekötött elemekkel a differencia mátrix kiszámítása után. A megoldás optimális.**

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

| Aktuális megoldás | | Igény | | | | | Aktuális változók | | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | Aktuális differencia mátrix | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 120 | 110 | 70 | 100 | 80 | | | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | | | | | |
| Készlet | 190 | 120 | 0 | 40 | 0 | 30 | u1 | 0 | 1 | 4 | 2 | 5 | 3 | 0 | 1 | 0 | 4 | 0 |
| | 140 | 0 | 110 | 30 | 0 | 0 | u2 | 0 | 6 | 3 | 2 | 4 | 5 | 5 | 0 | 0 | 3 | 2 |
| | 150 | 0 | 0 | 0 | 100 | 50 | u3 | 1 | 5 | 6 | 3 | 2 | 4 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 |

| Összköltség | 1080 |
|---|---|

Megoldások

Szakaszlépés

Kislépés

## Egyéb lehetőségek az alkalmazásban

Az alkalmazás – bár sok mindent a megjelenítésben automatikusan állít be, magas szinten paraméterezhető.

A rejtett Induló_megoldás_Paraméterek lapon adhatjuk meg az Induló_megoldás lapon látható információk szövegeit, színeit, vagy akár azt, hogy római, vagy arab számok jelenjenek meg az egyes készlet vagy igény helyeknél. Hasonlóképpen lehetséges ez az optimális megoldással kapcsolatosan, aminek paramétereit az Optimális_megoldás_Paraméterek lap tartalmazza. A Vezérlés lapon található szövegeket a Segédtáblák lapon találjuk, és állíthatjuk be igény szerint. Az algoritmus egyes lépéseihez tartozó információkat megfelelően az Induló_megoldás_lépéstár, illetve az Optimális_megoldás_lépéstár lapokon tekinthetjük meg. A tervezést, és a további módosítás lehetőségét segíti a Paraméterek_oszlopindexei lap. Alapértelmezésben utóbbiak is rejtett lapok.

## Összefoglalás

Fentiekben megismerkedhettünk egy jól tervezett, jól paraméterezhető, számtalan szállítási feladat megoldását lehetővé tevő eszközzel. Mivel az egyes számításokat a program végzi, és azokat kiválóan szemléltethetjük, nem csak a feladatok megoldására, de az egyes esetek vizsgálatára is lehetőségünk nyílik. Különösképpen érdekes lehet ez akkor, ha a lekötött elemek száma nem a szükséges feltételnek megfelelő.

Bízom benne, hogy cikkem felkeltette érdeklődésüket és sokakban felmerül az igény az alkalmazás használatára, továbbá bízom abban is, hogy javaslatokat kapok annak továbbfejlesztésére.

## Hivatkozott források

Kiss L. (2011): Gráf generálás és a Kruskal algoritmus tanítása szebben, jobban, Matematikát, fizikát és informatikát oktatók XXXV. konferenciája (MAFIOK) Szolnok, 2011. augusztus 29-31. ISBN: 978-963-89339-2-8.

Kiss L. (2011): A Dijkstra és a kritikus út algoritmusok kapcsolata és szemléletes tanítása, Kitekintés-Perspective, 2011. XV. évfolyam, Különszám. Szent István Egyetem, Gazdasági Kar, Békéscsaba, 174-182. ISSN: 1454-9921

Kiss L. (2012): Bizonyos gráfelméleti algoritmusok tanítása elegánsan, Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók XXXVI. Konferenciája (MAFIOK), Gyöngyös, 2012. augusztus 27-29. ISBN: 978-963-9941-59-5.

Winston L.W. (2003): Operációkutatás, Módszerek és alkalmazások, Aula Kiadó, Budapest

Hatvany L. (1994): KARÁCSONY SÁNDOR PEDAGÓGIAI ÍRÁSAIBÓL (9 tanulmány, 1922-1946), Csökmei Kör, 1994

**Szerző**

**Kiss László**
főiskolai docens
Óbudai Egyetem,
Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Kar,
kiss.laszlo@rkk.uni-obuda.hu