

MIT TUDNAK AZ ELSŐÉVES MŰEGYETEMI HALLGATÓK A VEKTOROKRÓL?

CSÁKÁNY ANIKÓ

Összefoglalás

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME) elsőéves hallgatói 2010 szeptembere óta nulladik matematika zárthelyi írásával kezdik a tanévet. A dolgozat sikeres teljesítése a továbbhaladás feltétele. A több mint 3000 főből álló minta eredményei érdekes következtetésekre adnak lehetőséget a matematikai kompetenciákkal kapcsolatosan.

A műszaki képzésben résztvevők számára fontos matematikai témák között hangsúlyosan szerepelnek a vektorok és a kapcsolódó koordináta geometria. Ezekben a témakörökben való jártasság a műszaki szakokon tanulók számára alapvető követelmény, számos kötelező mérnöki alaptantárgy tematikája tételezi fel a vektorokkal kapcsolatos elemi ismereteket. A nulladik zárthelyi összeállításánál is külön hangsúlyt kap a vektorokról szóló fejezet.

Az előadás elemzi a kompetencia alapú oktatás eredményességének kérdését az elvégzett vizsgálatok, a vektorokkal kapcsolatos feladatok eredményeinek felhasználásával. A nagy mintákon készült felmérések megalapozott következtetések levonására adnak lehetőséget.

Kulcsszavak: matematika oktatás, felzárkóztatás, vektorok

Előzmények

A mérnökök oktatásával foglalkozó európai egyesület matematika munkacsoportja, a SEFI (European Society for Engineering Education) Mathematics Working Group (MWG) 2002-ben *Matematika az európai mérnökök számára, tananyag a XXI-ik században* címmel kiadványt jelentetett meg (SEFI, 2011) Ebben hangsúlyozzák, a matematika és a mérnöki tudományok közt mindig is szoros volt a kapcsolatot. Kiemelik azt is, bár a mérnöki tudományok többsége a matematikát az elemzés és leírás legalapvetőbb módszereként használja, ennek ellenére egyre több országban romlik a műszaki felsőoktatásba belépő hallgatók matematikai előképzettsége, tudása, jártassága, motiváltsága.

Irodalmi adatok igazolják, Magyarország sem kivétel. A műszaki képzések sok szakon tömegessé váltak, a felsőoktatási intézmények egymás után vezetnek be, tesznek kötelezővé matematikai kompetenciákat mérő kritériumdolgozatokat a golyák számára. 2009-ben országos felmérés is készült a műszaki és természettudományos felsőoktatásba belépő hallgatók körében matematikából, fizikából és kémiából (Radnóti K.-Pipek J., 2008),(Csákány A.-Pipek J., 2009). Az eredmények lehangelőek. Azt támasztják alá, az elsőévesek egy jelentős része nincs megfelelő előképzettség birtokában, ezekből a tantárgyakból sokan felzárkóztatásra szorulnak.

A SEFI MWG munkacsoportban közösen megalkotott *Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education* című dokumentum (SEFI, 2011.) értelmében a matematikai kompetencia a matematikai fogalmak, eljárások és törvényszerűségek felismerésének, használatának, az adott környezetben vagy helyzetben történő értő alkalmazásának képessége, ami kétség kívül a mérnökök matematika képzésének legfőbb célja. Szükséges, de nem elégséges feltétele a matematikai kompetenciának a

tárgyi és technikai tudás. Ezt kiindulópontként elfogadva vizsgáljuk a következőkben a tanulmányaikat kezdő mérnökhallgatók matematikai kompetenciáit elsősorban a nulladik zárthelyiben szerepeltetett vektoros feladatok eredményeinek elemzésével.

Nulladik matematika zárthelyi a BME-n

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem karai 2010-ben döntöttek úgy, hogy a matematika tudás felmérését szolgáló, úgy nevezett „nulladik” matematika zárthelyi eredményes teljesítése váljon az első szemeszteres kötelező matematika tárgyak követelmény-rendszerének kötelező részévé.

A nulladik zárthelyi céljai:

- elvárást definiálni a hallgatók felé, mi az, amit matematikából „mindenkinek tudni kell”;
- motiválni a hallgatókat tudásuk felfrissítésére a képzés kezdetén;
- számszerűsített, objektív adatokat nyerni a felsőfokú tanulmányaikat a BME szakjain megkezdők matematika tudásáról, feltérképezni, mik azok az ismeretrészek, amik hiányoznak;
- visszajelzést adni a hallgatóknak felkészültségük megítéléséről tanulmányaik kezdetekor;
- lehetőséget biztosítani a gyengébb felkészültségűek számára arra, hogy eldönthessék, részt vesznek-e a szervezett felzárkóztatásban;
- információt nyerni arra vonatkozóan, milyen összefüggés van a felvételi pontszám és a tényleges teljesítés, illetve a matematika érettségi szintje és a nulladik zárthelyi eredménye között;
- visszajelzést adni a középiskolákban matematikát tanító tanárok számára is: a BME – saját elvárásai, szempontjai szerint súlyozott – felmérésén miként teljesítenek a középiskolából nemrég kikerült diákok;
- megmutatni, hogy a tesztelés és az ahhoz kapcsolódóan felkínált szervezett felzárkóztatás révén csökkenthető a matematika tárgyakban a sikertelen teljesítések aránya.

A dolgozatírás előkészítése, lebonyolítása

A zárthelyi előkészítésekor komoly elvárásoknak kellett megfelelni: egy napon, három egymás utáni turnusban a BME kb. 3500 elsőéves hallgatója ír dolgozatot három egymás utáni turnusban két párhuzamos – A és B – csoportban szervezve. A körülmények - elsősorban a korlátozott tanterem kapacitás - miatt a zárthelyi 50 perc hosszúságú. Semmilyen segédeszközt nem lehet használni. A zárthelyi eredményének ismeretében van lehetősége a hallgatóknak eldönteni, részt kívánnak-e venni a Műegyetem által szervezett felzárkóztatásban, felveszik-e a Bevezető matematika című, 2 kreditre szabadon választható felzárkóztató tantárgyat. Emiatt a nulladik zárthelyi értékelését nagyon rövid idő alatt, a megírást követő 24 órán belül el kell végezni, a hallgatókat informálni kell eredményükről. A dolgozat a BME Tanulmányi és Vizsgaszabályzata szerint a félév folyamán még két alkalommal pótolható.

A hallgatók előzetes informálása a zárthelyi időpontjával, körülményeivel kapcsolatosan a felvételi döntés megszületését követően még a nyár folyamán megtörténik. A szervező Matematika Intézet segítséget is biztosít a felkészüléshez a hallgatók számára:

- honlapján gyakorló feladatsort és feladatsor archívumot tesz közzé ,

- interaktív gyakorlófelületet biztosít <https://alfa.bme.hu> címen,
- három napos önköltséges tanfolyamot szervez a regisztrációs héten, melyet a Matematika Intézet munkatársai tartanak.

A feladatok összeállításakor középiskolai feladatgyűjtemények, más egyetemek szintfelmérői, kritérium dolgozatai, nemzetközi és országos tudásmérések, régi központi írásbeli felvételi feladatsorok, PISA felmérők feladatai is ötletadó forrásként szolgálnak (OECD-PISA, 2009). A feladatokban hangsúlyosabban szerepeltek a középfokú matematika azon tananyagrészei, melyek a felsőoktatási tanulmányok alapját képezik, illetve amelyeket a műszaki, gazdasági felsőoktatásban történő sikeres előrehaladás szempontjából fontosak. A leggyakrabban szereplő témák:

- algebrai készségek,
- egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok,
- trigonometria,
- geometria, vektoralgebra, koordináta geometria,
- függvények, komplex feladatok.

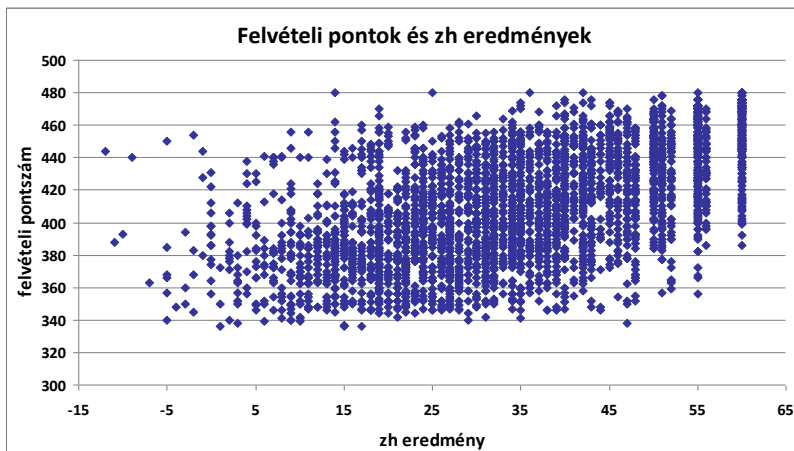
A feladatok összeválogatásánál a várható nagy létszám miatt fontos szempontnak tekintjük, hogy egyszerű legyen a javítás. A gyors feldolgozást teszi lehetővé, hogy a dolgozat 15 darab feleletválasztós kérdésből áll. A megadott öt válaszlehetőség közül mindenütt pontosan egy helyes. A helyes válasz 4, a hibás válasz -1 pontot ér, 0 pontot kap a hallgató, ha üresen hagyja a válaszmezőket.

A nulladik zárthelyi megírására szeptemberben az első vagy második oktatási héten kerül sor. Dolgozatjavításra külön nincs szükség, az egyes feladatokra adott válaszokat egyszerűen csak egy hibavédelemmel ellátott Excel táblázatban kell hallgatónként rögzíteni. Az értékelést a táblázat programozott része elvégzi. 2010-ben a BME-n a nulladik matematika zárthelyit 3328, 2011-ben 3351 első éves hallgató írta meg.

Eredmények

A dolgozat eredményeit a megírás napján feldolgozzuk. 2010 szeptemberében az derült ki, hogy az elvárt 50%-os szintet a résztvevő hallgatóknak csak 36,4%-a teljesítette. El kellett fogadnunk, hogy a hallgatók matematika alapjai nem felelnek meg a feltételezett szintnek, ezért a sikeres teljesítés ponthatárát 50%-ról 40%-ra kellett csökkenteni. A 40%-os szintet a hallgatók 49,3%-a érte el. Azóta, és így 2011-ben is, az elvárt szint a 40% volt [6].

Vizsgáltuk az eredményesség és a felvételi pontszám közötti kapcsolatot. A 2011 évi eredmények felhasználásával készült az 1. ábra. Az ábra minden pontja egy-egy hallgatónak felel meg, egybeeső pontok előfordulhatnak. Látható, hogy a téglalap nagy része majdnem egyenletesen ki van töltve pontokkal. Az adatok alapján elmondhatjuk: a relatíve alacsonyabb felvételi pontszámhoz alacsony nulladik zárthelyi eredmény tartozik, visszafelé azonban ez sajnos, nem igaz. A magas pontszámokkal bekerülők esetében semmit nem



1. ábra A zh eredményesség és a felvételi pontszám közötti kapcsolat (2011)

tudunk mondani a dolgozat várható teljesítéséről. Jól látszik, hogy a magas felvételi pontszám alapján nem tudunk következtetni, milyen lesz a hallgató eredménye a dolgozatban. A felvételi pontszám nem ad megfelelő információt a diák felkészültségéről, várható szerepléséről. Egyértelmű viszont, hogy az emelt szintű matematika érettségivel érkezők sokkal jobban teljesítenek (Csákány A., 2012).

A dolgozat eredményeit elemezve láthatjuk, melyek azok a témakörök, amikben gyengébb eredményeket értek el a hallgatók. Itt is felsorolunk néhányat ezek közül: algebrai készségek (pl. logaritmus használata, egyenlőtlenségek megoldása), geometria, beleértve a vektor algebra és koordináta geometria témákat, szóveges feladatok, trigonometria.

Feladatok elemzése

A Bloom-féle taxonómia a tudás fejlődési szintjeit kategorizálja. A kognitív szintek, amelyeket a követelmények meghatározása és a tanítási-tanulás folyamat tervezése során egyaránt használhatunk, a következők:

1. *Ismeret* szintje: az emlékezésre, felismerésre, felidézésre építő tények, információk, fogalmak, törvények, szabályok, elméletek ismerete.
2. *Megértés* szintje: összefüggések értelmezése, saját szavakkal történő leírása
3. *Alkalmazás* szintje: a probléma felismerése, a megoldás keresése és a megoldás végrehajtása (terminológiák, szimbólumok használata, problémák megoldása ismert vagy szokatlan környezetben)
4. *Analízis* szintje: elemző gondolkodás, magyarázat, összehasonlítás.
5. *Szintézis* szintje: új eredmény létrehozása, amelynek összetevői a tervezés, kivitelezés és az eredmények értékelése.
6. *Értékelés* szintje: a különböző nézetek összevetése, elemzése, azaz önálló véleményalkotás és ítékezés.

A nulladik matematika zárthelyiben elsősorban az első három, az *ismeret*, a *megértés* és az *alkalmazás* szintjeinek tesztelése történik. A következőkben a gyengébben teljesített témakörök közt szereplő vektor algebra témájú feladatok elemzésén keresztül mutatjuk be tapasztalatainkat.

Feladatok elemzése

1. feladat (2010. szeptember 13.)

Adottak az $\mathbf{a}(3;1)$ és $\mathbf{b}(2;-1)$ vektorok. Mennyi az általuk bezárt szög koszinusza?

- (A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ (D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (E) ezek egyike sem

Ez a feladat a teszten belül az összetettebb problémák közül való. Megoldásához szükség van a vektorok skaláris szorzata fogalmának, definíciójának ismeretére (ismeret szintje), szükséges annak felismerésére, hogy a skaláris szorzat segítségével a vektorok által bezárt szög számítható (megértés szintje), emlékezni kell a skaláris szorzat kiszámítási módjára, végül számolási készségre is szükség van a tanultak alkalmazásához (alkalmazás szintje). A feladatot 750 hallgató kapta meg. A válaszok eloszlását az 1. táblázatban foglaltuk össze:

1. táblázat Az 1. feladat válaszainak eloszlása (2010)

1. feladat	Válaszok száma	
A	46	6,1%
B	233	30,1%
C	6	0,8%
D	18	2,4%
E	48	6,5%
nem válaszolt	399	53,1%
összes	750	100,0%

A helyes (B) válasz gyakorisága 30,1%, a hibás válaszok aránya 15,8%. Meglepően magas azok aránya, akik kihagyták a feladatot, 53,1%. Ez a kiadott feladatsoron belül is kiugróan magas arány vélhetően a hallgatók elbizonytalanodásának jele, azt jelzi, hogy a skaláris szorzat fogalmának készség szintű használatára a hallgatók nincsenek felkészülve. Szó szerint ugyanez a feladat más adatokkal szerepelt a 2011. szeptemberi feladatsorban is. Ekkor már érezhetően jobbak lettek az eredmények. A két év adatainak összehasonlítását láthatjuk a 2. táblázatban:

2. táblázat Az 1. feladat 2010 -2011- évi válaszai eloszlásának összehasonlítása

	válaszadók száma	helyes válasz		hibás válasz		nincs válasz	
		fő	%	fő	%	fő	%
2010	750	233	31,1	118	15,8	399	53,1
2011	831	465	56,0	114	13,7	252	30,3

Megállapíthatjuk, hogy bár a BME képzései szempontjából kiemelt a jelentősége, az egyetemre beérkező hallgatók mobilizálható matematikai eszközkészletében a skaláris szorzattal történő számítás nem feltétlenül szerepel.

2. feladat (2012. február 13, keresztfélév) [7]

Adott $\mathbf{e}(5;-5)$ és $\mathbf{f}(7;1)$ vektorok esetén melyik állítás igaz az $\mathbf{e}-\mathbf{f}$ és $\mathbf{e}+\mathbf{f}$ vektorokra?

1. merőlegesek 2. hosszuk egyenlő 3. hegyesszöget zárnak be
 (A) csak az 1. (B) csak a 2. (C) csak a 3. (D) több is igaz (E) egyik sem igaz
 Ez a feladat is a teszten belül az összetettebb problémák közül való. Megoldásához szükség van a vektorok összeadásának, kivonásának ismeretére (ismeret szintje), annak felismerésére, hogyan lehet a skaláris szorzat segítségével a vektorok merőlegességét ellenőrizni (ismeret, megértés szintje), emlékezni kell a skaláris szorzat kiszámítási módjára, végül számolási készségre is szükség van a tanultak alkalmazásához (alkalmazás szintje). Megoldási alternatíva: a hallgató ráismerhet, hogy a megadott két vektor azonos hosszúságú, de nem merőlegesek egymásra. Feltételezheti, hogy egy paralelogramma oldalvektorai, a kérdésben szereplő összeg és különbség vektorok a paralelogramma átlóvektorai, szükségképpen merőlegesek egymásra, de hosszuk eltérő.

3. táblázat A 2. feladat válaszainak eloszlása (2012)

2. feladat	Válaszok száma	
A	77	33,0%
B	25	10,7%
C	29	12,5%
D	29	12,5%
E	11	4,7%
nem válaszolt	62	26,6%
összes	233	100,0

A feladatot a kisebb méretű keresztféléves évfolyam 233 hallgatója kapta meg. A válaszok eloszlását a 3. táblázatban mutatjuk be. A helyes (A) válasz gyakorisága csak 33%, a hibás válaszok aránya magas, 40,4%. Azok aránya, akik kihagyták a feladatot, átlagosnak mondható, 26,6%. A hibás válaszok magas aránya figyelmeztető jel: azt jelzi, hogy a vektorokkal kapcsolatos összetett, többféle ismeret együttes meglétét feltételező feladatban nem számíthatunk a hallgatók biztos tudására, az alapokkal kapcsolatban nehézségeik, hiányosságaik vannak.

Következtetések

Általános tapasztalat a nulladik matematika zárthelyi eredményeinek feldolgozása után, hogy a felsőfokú tanulmányaikat kezdő hallgatók jelentős hányada nem megfelelő alapokkal érkezik. A szükséges előismeretek, matematikai kompetencia hiánya az egyik fő oka a magas sikertelenségi arálynak a kötelező matematika tantárgyakban, de áttételesen gyakran a tanulmányi okból történő elbocsátásoknak is. A tapasztalatok összegzése után került sor a rászoruló hallgatók felzárkózását segítő Bevezető matematika szabadon választható felzárkóztató tantárgy tematikájának kidolgozására. Ebben hangsúlyosan szerepelnek azok a témák, amikben a nulladik zárthelyin elért eredmények gyengébbek. Egyértelmű, hogy ezek között a témák között szerepeltetni kell a vektorokról szóló fejezetet is. Kulcskérdés a középiskolai matematika tanárok

informálása a BME követelményrendszeréről, a nulladik zárthelyi eredményeiről, fontos a velük történő közös gondolkodás, konzultáció. Ez eddig konferenciákon – Varga Tamás Módszertani Napok, Rátz László Vándorgyűlés – tartott előadások, előadás utáni beszélgetések formájában valósult meg.

Irodalomjegyzék

- European Society for Engineering Education (SEFI)(2011): *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education*, First Revision of Report by the SEFI Mathematics Working Group “Mathematics for the European Engineer: A Curriculum for the Twenty-First Century”. <http://sefi.htw-aalen.de/>
- Radnóti K.- Pipek J.(2009): A 2008 szeptemberében a Fizika BSc szakokra és a műszaki felsőoktatásba lépő hallgatók által Fizika felmérés eredményeiről, Fizikai Szemle, 2009. március
- Csákány A.- Pipek J. (2010): A 2009. szeptemberében a műszaki és természettudományos szakokon tanulmányaikat kezdő hallgatók által írt matematika felmérő eredményeiről, Matematikai Lapok, 2010/1
- Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2009 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. <http://www.pisa.oecd.org/>.
- Carr M.- Bowe G.- Ni Fhloinn E. (2010): Improving core mathematical skills in engineering undergraduates. 15th SEFI MWG, Wismar 2010
- Csákány A.(2012): Results of Mathematics Test Zero at Budapest University of Technology and Economics in 2010, Pollack Periodica, 2012, Vol 7, Supplement 1, 2012, Vol 7, supplement 1

Szerző

Csákány Anikó,

egyetemi adjunktus

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Matematika Intézet

csakany@math.bme.hu

Mit tudnak az elsőéves műegyetemi hallgatók a vektorokról?
