

Egy ötlet: hogyan lehet sudokuval játszani a matematikaórán

Bagota Mónika
ELTE TÓK

Az írás ötlete Ronit Bird: Száz játék és fejtörő a számolási nehézségek leküzdésére c. könyvéből származik. A szerző a könyvben olyan gyakorlatokat és játékokat mutat be, amelyek lekötik és ösztönzik a diákokat. A könyvben található játékok és gyakorlatok úgy készültek, hogy „a diákok megbarátkozzanak a számokkal, használják őket, és a matematikára úgy tekintsenek, mint izgalmas próbatételre, mozgalmas és örömteli tevékenységre.”

A könyvben bemutatott játékok közül számomra a népszerű sudoku rejtvényeken alapuló fejtörők voltak a legizgalmasabbak. A „sudoku pótlással” lehetőséget biztosít az összeadás és a kivonás gyakorlására a húszas számkörben. A „sudoku szorzással és osztással” pedig a szorzótábla gyakorlására ösztönöz 10·10-ig.

Az alábbiakban *Ronit Bird* Száz játék és fejtörő a számolási nehézségek legyőzésére (2012) című könyvét szeretném a szerző szavaival röviden bemutatni.

„Ez a könyv a számolási nehézségekkel küzdő diákok, valamint az őket tanító pedagógusok és szülők számára készült” (i. m. 9. o.). „A számolási nehézségekkel küzdő diákokat tanító pedagógusok általános tapasztalata szerint nem elég egyszer vagy kétszer elmagyarázni valamit. Nagyon fontos az ismeretek közlésének módja, és az is, hogy mennyire lelkesek, szorgalmasak a gyerekek. A leglényegesebb az állandó ismétlés, illetve a kis lépésekben való haladás, a fejlesztés lépéseinek gondos megtervezésével. Minden új tudáselemnek biztos alapokon, a korábban tanult és elsajátított ismereteken kell nyugodnia. Ugyanakkor, bár a gyakorlás kulcsfontosságú, az egyszerű, mechanikus ismételtetés rettentően unalmassá válhat, és elveheti a gyerekek kedvét a tanulástól. Arra kell törekednünk, hogy minden egyes témát újszerűen, a korábbiaktól eltérő módon közelítsünk meg” (i. m. 9. o.).

A könyv számos fejtörőt tartalmaz, amelyek egy része gyakoroltatja az összeadás és a kivonást azzal a céllal, hogy a diák túllépjen az egyesével történő számláláson, és megtanuljon fejben számolni. Azok a feladványok pedig, amelyek a szorzást és az osztást gyakoroltatják, azzal a céllal készültek, hogy a diák megértse a szorzótáblát, és megtanulja levezetni a szorzások és osztások eredményeit. A könyv rengeteg fejtörőt és játékot vonultat fel, melyek által személyre szabott, differenciált foglalkozások szervezhetőek.

„A könyvben szereplő fejtörők a népszerű sudoku rejtvényeken alapulnak. Ebből a típusból két sorozatnyi feladatot adunk közre. Az egymás után következő fejtörők mindkét sorozaton belül egyre nehezebbek. A huszonöt »sudoku pótlással« lehetőséget biztosít az összeadás és a kivonás gyakorlására a húszas számkörben (számok összetevőkre bontására, kiegészítésére stb.), a másik huszonöt »sudoku szorzással és osztással« pedig a szorzótábla gyakorlására (10·10-ig). Mindkét sorozat egyúttal a logikus gondolkodást is fejleszti. A gyerekeknek egyik feladvány megoldása során sem kell találgatniuk, próbálgatniuk – így hibázni sem fognak,» (i. m. 11. o.).

Bevallom, hogy már első ránézésre is nagyon izgalmasnak találtam a könyvben előforduló sudokurejtvényeket. Úgy gondoltam, hogy ezek a rejtvények nemcsak azok számára lehetnek érdekesek, akik számolási nehézségekkel küzdenek, hanem na-

gyon izgalmas számolási-logikai fejtörők lehetnek bármely alsó tagozatos diák számára is. Mivel nem vagyok szakértője a diszkalkuliának, így természetesen nem tudom megítélni azt, hogy a diszkalkuliás gyermekek esetében a sudokurejtvények hogyan alkalmazhatók, de abban biztos vagyok, hogy ezek a feladványok kiválóan alkalmasak arra, hogy a gyerekekkel játékosan gyakoroljuk az összeadást, kivonást, szorzást, osztást. Éppen ezért az volt a véleményem, hogy az ilyen jellegű fejtörőkkel feltétlenül érdemes megismertetni a tanító szakos hallgatókat is. Itt azonban azzal a problémával szembesültem, hogy bár szerettem volna a hallgatók számára minél több ilyen feladatot megmutatni, a fenti könyvben az ilyen jellegű feladványok száma korlátozott. Nagy örömmel tapasztaltam azonban azt, hogy az interneten nagyon sok hasonló típusú rejtvény található KenKen¹ elnevezéssel. Egy-két KenKen rejtvényt mintaként ki is próbáltam óvodapedagógus és tanító szakos hallgatókkal, továbbá gyakorló tanítókkal is. Bizony több hallgató is akadt, akiknek nehézséget okoztak a fejtörők, bár nem a számolási problémák, hanem a KenKen rejtvényekre jellemző logikai tulajdonságok miatt. Végül azonban több-kevesebb idő alatt mindenkinek sikerült megoldani a feladványokat. Ami számomra érdekes volt, hogy több hallgató is könnyebben oldotta meg a csak összeadást tartalmazó KenKen feladatot, mint a csak szorzást tartalmazót. Azt gondoltam, hogy éppen fordított lesz a helyzet, hiszen az általunk kipróbált szorzásos KenKennél jóval kevesebb volt a lehetőségek száma. A gyakorló tanítóknak az volt a véleménye a rejtvények kipróbálása után, hogy 2. osztályos gyerekek számára már fel lehet adni a feladványokat (természetesen azt követően, hogy előzőleg a sudoku szabályait megismerték és konkrét fejtörőkön keresztül begyakorolták).

A KenKen (vagy CalcuDoku²) játék rövid bemutatása.

A legegyszerűbb változata az a játéknak, amikor a táblázatban csak egy művelet szerepel (az itt bemutatott változatban az összeadás, ezt jelzik a számok melletti kis összeadásjelek). Ebben a feladványban egy olyan négyzet szerepel, amelynek 3 sora és 3 oszlopa van, ez azt jelenti, hogy a négyzet minden sorában és minden oszlopában az 1, 2, és 3 számoknak kell szerepelnie úgy, hogy mindegyik szám mindegyik sorban és oszlopban csak egyszer szerepelhet. További feltétel ennél a rejtvénynél az, hogy a vastagabb vonallal megrajzolt téglalapba tartozó számok összege megegyezik a téglalap bal felső sarkába írt számmal.

Nézzük tehát a feladványt!

¹ <http://www.kenken.com/>

² <http://www.conceptispuzzles.com/index.aspx>

3+	5+	1+
		5+
4+		

1. ábra

A fenti magyarázat szerint azonnal látható, hogy a jobb felső sarokban levő négyzetbe az 1-es számot kell írni.

3+	5+	1+ 1
		5+
4+		

2. ábra

Az 1. oszlop 1. téglalapjában levő számok összegének 3-mal kell megegyeznie (ez a rendelkezésre álló számokkal csak 1+2 vagy 2+1 módon lehetséges), s mivel az 1. sorban már van 1-es számjegy, így azonnal látható, hogy a számokat az alábbi módon kell beírunk.

3+ 2	5+	1+ 1
1		5+
4+		

3. ábra

Innen már azonnal adódik, hogy az 1. oszlop utolsó helyére csak a 3-as szám kerülhet (természetesen itt lehetne tovább folytatni a megoldást az 1. sor kitöltésével is).

3+ 2	5+	1+ 1
1		5+
4+ 3		

4. ábra

Mivel a 3. sor 1. téglalapjában levő számok összegének 4-gyel kell megegyeznie, így azonnal látható, hogy a 3. sor 2. helyére 1-et kell írunk.

3+ 2	5+	1+ 1
1		5+
4+ 3	1	

5. ábra

Most már azonnal kapjuk, hogy a 3. sor utolsó helyére 2-t kell írunk.

3+ 2	5+	1+ 1
1		5+
4+ 3	1	2

6. ábra

Így nyilván a 3. oszlop második négyzetébe a 3-as szám kerül.

3+ 2	5+	1+ 1
1		5+ 3
4+ 3	1	2

7. ábra

Amiből azonnal következik, hogy a kitöltött táblázat az alábbi lesz.

3+ 2	5+ 3	1+ 1
1	2	5+ 3
4+ 3	1	2

8. ábra

Sudoku kivonással

Az alábbi (csak kivonást tartalmazó) rejtvény *Ronit Bird Száz játék és fejtörő a számolási nehézségek legyőzésére* (2012) című könyvéből származik. A szabályok az előző feladványhoz hasonlóan:

„Útmutató a játékosnak: Az alábbi sudoku fejtörőt úgy kell kitöltened, hogy az 1 és 5 közötti számok mindegyike pontosan egyszer szerepeljen minden sorban és minden oszlopban. A vastagabb vonallal megrajzolt téglalapokban szereplő két szám különbsége egyezzen meg a bal felső sarokba írt értékkel” (i. m. 107. o.).

Sudoku kivonással
1, 2, 3, 4, 5 számjegyekkel

3	Különbség: 3	Különbség: 4		Különbség: 2
Különbség: 4		4		
	Különbség: 3	Különbség: 1	Különbség: 1	
Különbség: 2			5	Különbség: 4
	Különbség: 2			

9. ábra

Az interneten nem találtam olyan KenKen (vagy ehhez hasonló elven működő) rejtvényt, amely egyetlen műveletként csak kivonást tartalmazott volna. Az ilyen

rejtvényekből néhányat, Ronit Bird könyvében találhatunk (a legegyszerűbb változat található meg a 9. ábrán).

KenKen összeadással és kivonással

Az alábbi rejtvényben már két művelet (összeadás és kivonás) szerepel. Mivel ebben a feladványban egy olyan négyzet látható, amelynek 5 sora és 5 oszlopa van, ez azt jelenti, hogy a négyzet minden sorában és minden oszlopában az 1, 2, 3, 4 és 5 számoknak kell szerepelnie úgy, hogy mindegyik szám mindegyik sorban és oszlopban csak egyszer szerepelhet. Továbbá a vastagabb vonallal megrajzolt téglalapba tartozó számok összege (ahol + jel látható), illetve különbsége (ahol – jel látható) megegyezik a téglalap bal felső sarkába írt számmal.

7+	3+	2-		2-
		10+	3+	
9+				3
3-			7+	4-
4+		2		

10. ábra

A KenKen feladványt például az alábbi módon tölthetjük ki. Nyilván azonnal beírhatjuk a 3-ast a 3. sor utolsó helyére, a 2-est pedig a 3. oszlop utolsó helyére. Mivel az 5. oszlop utolsó téglalapjában a különbség 4, így ebbe a téglalapba csak az 1, 5 számok kerülhetnek. Azonban vegyük észre, hogy az 5. sor első téglalapjában az összeg csak úgy lehet 4, ha az 1, 3 számok kerülnek valamilyen sorrendben ebbe a téglalapba, így viszont már adódik az 5. oszlop utolsó téglalapjába írt számok sorrendje (felül 1, alul 5). Ebből már látható, hogy a 4. oszlop utolsó téglalapjába nem kerülhet 2, 5 a kikötések miatt, továbbá mivel 3-at nem írhatunk az utolsó sorba, így a lehetséges kitöltési sorrend csak 3, 4 lehet.

7+	3+	2-		2-
		10+	3+	
9+				3 3
3-			7+	4-
			3	1
4+		2		
		2	4	5

11. ábra

Folytassuk tovább a feladvány kitöltését! Mivel az utolsó oszlopban már csak a 2, 4 számok maradtak, így az 1. sor 3. téglalapjába csak a 3, 5 számok kerülhetnek, ebben a sorrendben. (Az 1. sor 3. téglalapjába a 3, 1 számok nem kerülhetnek az 1. oszlop 1. téglalapja miatt.) Innen már kapjuk, hogy a 2. oszlop 1. téglalapjába 1, 2 kerül (ebben a sorrendben, szintén az 1. oszlop 1. téglalapja miatt). Ebből már adódik az 5. oszlop 1. téglalapjának (2, 4) és az 1. oszlop 1. téglalapjának kitöltése is (4, 3).

7+	3+	2-		2-
4	1	3	5	2
		10+	3+	
3	2			4
9+				3 3
3-			7+	4-
			3	1
4+		2		
		2	4	5

12. ábra

Nyilván a 3. sor 1. téglalapjába csak 5, 4 kerülhet (ebben a sorrendben), és a 4. oszlop 2. téglalapjába csak 1, 2 kerülhet (ebben a sorrendben). Innen már a 3. oszlop hiányzó helyei azonnal kitölthetők (5, 1, 4), továbbá az is azonnal látható, hogy az utolsó sor 1. téglalapjába az 1, 3 számok kerülnek, a hiányzó két hely innen pedig már azonnal adódik.

7+	3+	2-		2-
4	1	3	5	2
		10+	3+	
3	2	5	1	4
9+				3
5	4	1	2	3
3-			7+	4-
2	5	4	3	1
4+		2		
1	3	2	4	5

13. ábra

CalcuDoku szorzással

Az alábbi rejtvényben ismét egy művelet (szorzás) szerepel. Mivel ebben a feladványban is egy olyan négyzet látható, amelynek 5 sora és 5 oszlopa van, ez azt jelenti, hogy a négyzet minden sorában és minden oszlopában az 1, 2, 3, 4 és 5 számoknak kell szerepelnie úgy, hogy mindegyik szám mindegyik sorban és oszlopban csak egyszer szerepelhet. Továbbá a vastagabb vonallal megrajzolt téglalapba tartozó számok szorzata egyezik meg a téglalap bal felső sarkába írt számmal.

6×		5×	4×	
10×			20×	6×
3×	4×			
	20×	6×	15×	
4			2×	

14. ábra

Először a bal alsó négyzetbe írjuk be a 4-et, majd a 2. oszlop utolsó téglalapjába írjuk be a 4, 5 számokat (ebben a sorrendben). Mivel az 5. sor utolsó téglalapjába az 1, 2 számoknak kell kerülniük, így a 3. oszlop utolsó téglalapjába a 2, 3 számok kerülnek (ebben a sorrendben). Ebből azonnal adódik, hogy az 1. oszlop 3. téglalapjába a 3, 1 számok kerülnek (ebben a sorrendben).

6×		5×	4×	
10×			20×	6×
3×	4×			
3				
1	20×	6×	15×	
4	4	2		
4	5	3	2×	
4				

15. ábra

Azonnal látható, hogy a 3. sor 2. téglalapjába az 1, 4 számok kerülnek (ebben a sorrendben), és a 4. oszlop 2. téglalapjába a 4, 5 számok írhatók (ebben a sorrendben). Így viszont azonnal adódik, hogy az 5. oszlop 2. téglalapjába a 3, 2 számok, a 4. sor utolsó téglalapjába a 3, 5 számok, míg az 5. sor utolsó téglalapjába a 2, 1 számok kerülhetnek (ebben a sorrendben).

6×		5×	4×	
10×			20×	6×
			4	3
3×	4×	4		
3	1		5	2
1	20×	6×	15×	
4	4	2	3	5
4	5	3	2×	
4			2	1

16. ábra

Innen pedig már azonnal adódik a feladvány befejezése: Az 1. sor 1. téglalapjába a 2 és 3 számokat kell beírni, a 3. téglalapba pedig az 1 és 4 számokat (ebben a sorrendben). Nyilván az 5 és 2 számokat kell beírunk a 2. sor első téglalapjába, és az 5 és az 1 számokat a 3. oszlop első téglalapjába (ebben a sorrendben).

6×		5×	4×	
2	3	5	1	4
10×			20×	6×
5	2	1	4	3
3×	4×	4		
3	1		5	2
	20×	6×	15×	
1	4	2	3	5
4			2×	
4	5	3	2	1

17. ábra

Összegezés

Természetesen az általam bemutatott fejtörőkkel csak ízelítőt tudtam mutatni az ilyen típusú feladványokból. Ronit Bird könyvében számos pótlásos és kivonásos, illetve szorzásos és osztásos sudoku rejtvényt találhatunk. A könyvben egy-egy rejtvényen belül mindig csak egy művelet fordul elő, viszont itt több olyan feladvány is található, amelyek nem négyzet, hanem téglalap alakú (így egy kicsit megváltozik a beírás szabálya), továbbá számos fejtörőben nem egytől indulnak a számok, hanem például 2-től vagy 3-tól (természetesen ekkor a szerző pontosan megadja a beírandó számokat). Az interneten található KenKen (vagy CalcuDoku) játékokban pedig beállítható a kívánt négyzet mérete (akár 9×9-es is lehet), az alkalmazandó művelet (összeadás, összeadás-kivonás, szorzás, szorzás-osztás, összeadás-kivonás-szorzás-osztás) és a feladvány nehézsége, így akár több száz feladványból válogathat az érdeklődő.

Irodalom

Ronit Bird (2012) *Száz játék és fejtörő a számolási nehézségek legyőzésére*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

<http://www.ronitbird.com/> (2014. 04. 10.)

<http://www.kenken.com/> (2014. 04. 10.)

<http://www.conceptspuzzles.com/index.aspx> (2014. 04. 10.)