REVUE
ÜBER DEN INHALT
DES
ÉRTESITŐ.
SITZUNGSBERICHTE DER MEDICINISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN SECTION DES SIEBENBÜRGISCHEN MUSEUMVEREINS.

I. MEDICINISCHE ABTHEILUNG.

XV. Band. *1890.* *II. Heft.*

ALLGEMEINE THEORIE DES VOGELFLUGES.

(Zweite Mittheilung)

von Dr. Ludwig Martin.

(Siehe auf S. 129)

Meine erste Mittheilung hatte die Aufgabe zu zeigen, wohin die Rechnung führt, wenn man von dem Princip ausgeht, welches Prechtl seiner Zeit seiner Flugtheorie zu Grunde legt. Prechtl glaubt, gestützt auf vielfache eigene Beobachtungen, der Vogel verwende viel kürzere Zeit auf den Anhub, als auf den Niederschlag des Flügels. Obgleich Prechtl die Kürzung der Anhubszeit nur innerhalb bescheidener Grenzen anwendet, so drängt sich uns doch der Gedanke auf, die Richtigkeit dieses Princips vorausgesetzt, wie weit man denn mit der Kürzung der Anhubszeit gehen darf. Meine Rechnung zeigt, dass das Trägheitsmoment der Flügelmasse dieser Kürzung Grenzen setzt.

Die Prechtl'sche Hypothese ist indessen nicht der geeignete Ausgangspunkt zur Ableitung einer Flugtheorie. Mit dem nämlichen Rechte könnte man das entgegensetzte Princip, nämlich die Kürzung der Zeit des Flügelniederschlages, als Ausgangspunkt wählen. Das Ergebniss ist ein analoges, insoferne die Trägheit der Masse auch hier Grenzen setzt, über die es nicht gerathen ist mit der Kürzung der Niederschlagszeit hinaus zu gehen.

Es ist diess aber auch kein solches Princip, auf dem sich eine Flugtheorie aufbauen liesse. Weit natürlicher ist unser Vorgehen, wenn wir bei der Lösung des Flugproblems von Princip des Fallschirms ausgehen. Versuchen wir es.

Der Vogel ist, wenn er sich im Schoosse der Lüfte frei wiegt, immer dem Gesetz des freien Falles unterworfen. Breitet er seine Flügel aus und überlässt er sich so dem freien Fall, so beginnt er nach abwärts zu sinken, nur dass seine Fallgeschwindigkeit in Folge des rasch wachsenden Widerstandes der Luft an eine gewisse endliche Grenze gebunden ist, über welche hinaus selbe nicht mehr wachsen kann. Hat der Vogel diesen Grenzwerth seiner Fallgeschwindigkeit erreicht, so geht er von da an mit gleichförmiger Bewegung in die Tiefe weiter hinab. Seine ausgebreiteten Flügel wirken also hier nach Art eines Fallschirms.

Genau dasselbe geschieht, wenn der Vogel seine Flügel auf und niederschwingt. Untersuchen wir die Vorgänge hiebei; betrachten wir zuerst den Flügelniederschlag. Beim Niederschlag bewegt sicht zwar jeder Punkt der Flügelfläche mit einer eigenen Geschwindigkeit; die Punkte näher zur Schwingunsaxe mit kleinerer, die weiter von der Achse liegenden mit grösserer Geschwindigkeit; es giebt aber auf jedem Flügel einen gewissen Punkt, den man, weil er der Angriffspunkt des Gesammtdruckes des Flügels ist, den Druckpunkt nennt. Nun ist bekannt, dass es sich gleich bleibt, ob man die verschiedenen Punkte des Flügels jeden mit seiner ihm eigenen (also je nach dem Schwingungsradius bald kleineren bald grösseren) Geschwindigkeit oder ob man sie alle gemeinschaftlich mit der Geschwindigkeit des Druckpunktes sich bewegen lässt. Die Widerstände, die die Luft in jeden der beiden Fälle für sich entwickelt, werden gleich gross sein.

Ist diese Geschwindigkeit des Druckpunktes beim Niederschlag genau so gross, als diejenige, die der Vogel mit ausgebreiteten Flügel beim freien Fall annimmt, so ist klar, dass die Fallgeschwindigkeit, die der Vogel beim Beginn des Niederschlages schon besessen hat, sich weder vermehren noch vermindern wird. Und nimmt der Druckpunkt eine noch grössere Geschwindigkeit an, so wird der Widerstand die Fallbewegung verzögern, eventuell ganz aufheben oder sogar in eine nach aufwärts gerichtete Bewegung umwandeln.

Ist der Niederschlag vollendet, so beginnt unmittelbar darauf der Anhub des Flügels. Zunächst hört der frühere Wiederstand auf, an seine Stelle tritt ein neuer nach abwärts gerichteter Widerstand, der im Verein mit der gleichfalls nach abwärts tsrebenden Gravitation den Vogelkörper nach abwärts treibt. Dieser Widerstand beim Anhub hört aber gleichfalls auf, sobald der Flügel seinen Anhub beendet hat.

Wenn also der Flügel sich auf und abbewegt, so entstehen bald nach aufwärts bald nach abwärts gerichtete Drücke, die sich wechselseitig ablösen. Es sei nun P der vertikale Druck der Luft beim Niedergang, Q der vertikale Druck beim Anhub, und G das Körpergewicht des Vogels, so bestimmen die drei Kräfte P, Q und G die Art des Fluges. Die Kraft G wirkt ununterbrochen, die Kraft P wirkt, so lange der Niederschlag anhält, die Kraft Q wirkt, so lange der Anhub dauert. Weiters ist zu beachten, dass P und G entgegensetzte, Q und G hingegen gleichgerichtete Kräfte sind.

Bei jedem Niederschlag wirkt also die Kraft: $P-G$, bei jedem Anhub die Kraft: $Q+G$ auf die Masse des Vogels. Erstere erzeugt die durch Gleichung (1) [siehe den ungr. original Text] dargestellte Acceleration p; letztere die durch Gleichung (2) [s. d. u. o. Text] dargestellte Acceleration q. Diese Accelerationen p und q dauern, so lange der Niederschlag oder beziehentlich der Anhub dauert, und sind constant oder variabel, je nachdem die Kräfte P und Q es sind. Diese hängen aber von der Geschwindigkeit ab, mit welcher der Motor den Druckpunkt des Flügels abwärts oder aufwärts führt. Bedenkt man nun dass jeder Motor (gleichviel ob organischer Körper oder künstliche Maschine), sobald er zur vollen Action gelangt, das Bestreben hat einen gleichförmigen Gang anzunehmen, so müssen wir die Geschwindigkeiten des Auf- und Niederganges, mithin auch die Kräfte P und Q, folgedessen also auch deren Accelerationen p und q für die Dauer ihres Bestandes als constant ansehen.

Es sei nun t die Zeitdauer des Niederganges und t_1 jene des Anhubes, so entsprechen den Accelerationen p und q die durch die Gleichungen (3) [s. d. u. Text] dargestellten Säulenhöhen: h und h_1. Verfolgen wir nun den Verlauf des Fluges. Befindet sich der Vogel bei Beginn des ersten Niederschlages in der Höhe: h_0, so erreicht er am Ende des Niederschlages die Höhe: h_0+h; am Ende des darauffolgenden Anhubes befindet er sich in der Höhe: h_0+h-h_1; am Ende des nächsten Niederschlages in der Höhe h_0+h-h_1+h; am Ende des nächsten Anhubes in der Höhe: $h_0+h-h_1+h-h_1$ u. s. f.

Wiederholt sich dieses Spiel n-mal, so befindet sich der Vogel am Ende des n-ten Spieles in der durch (4) [s. u. T.] ausgedrückten Höhe H. Ist $H > h_0$ so fand ein Steigen statt, ist $H = h_0$ so fand ein Schweben und wenn $H < h_0$, ein Herablassen des Vogels statt. Die Bedingung des Schwebens führt auf (5) [u. T.] diese auf (6). Führt man mit Rückblick auf (3), (2) und (1) P Q und G in (6) ein, so ergibt sich (7), und endlich wenn man nach G ordnet, die Gleichung (8), deren rechte Seite mit $g/_2$ multiplicirt die Arbeit ausdrückt, die die Gravitation in den Zeiten t und t_1 verrichtet, während die linke Seite die Arbeit der Kräfte P und Q darstellt. Letztere ist also gerade so gross als erstere. Da der Motor es ist, der die Kräfte P und Q erzeugt, so hat eigentlich er deren Arbeiten zu leisten, aus dem erhellt, dass die Arbeit des Motors gleich der der Gravitation ist. Diess gibt Anlass der Rechnung eine Wendung nehmen zu lassen; man hat sich nämlich aus ökonomischen Gründen zu bestreben die Arbeit der Gravitation zum Minimum zu machen, damit auch jene des Motors ein Minimum werde.

Um dieses Minimum zu bestimmen, hat man aber früher noch t_1 durch t auszudrücken. Da nämlich t und t_1 die Zeiten des Nieder- und Aufganges sind, so nimmt ein Auf- und Niedergang die Zeit: $t + t_1$ in Anspruch, finden n solche Spiele in der Zeiteinheit statt, so führt diess auf Gleich. (9), aus dem t_1 durch Gleich. (10) sich ergibt. Demnach erhält man mit Rücksicht auf (8) die Gleich. (11). Aus dieser wird das gewünschte Minimum durch die Bedingung (12) erhalten, aber aus dieser ergibt sich noch (13); man hat also nun Anhubs- und Niederschlagszeit gleich. Dadurch geht (7) in Gleich. (14) über und (1) und (2) führen auf (15), also sind auch die Accelerationen p und q gleich; schliesslich führt die Gleichheit der Niederschlags und Anhubszeiten von Gleich. (8) auf (16), demnach ist der Unterschied des Unter- und Oberdrucks gleich dem doppelten Körpergewichte des Vogels.

Nun geht die Untersuchung auf die Bestimmung der Arbeit über, die der Motor zu verrichten hat. Die Arbeit A besteht aus der Summe der beiden Arbeiten des Unter und Oberdruckes; und zwar, da h der Weg des Unterdruckes P, und h^1 der Weg des Oberdruckes Q, also Ph und Qh_1 die partiellen Arbeiten sind, und diese per Secunde n-mal verrichtet werden, so drückt Gleich. (17) die gesuchte

Arbeit A des Motors aus, die unter Beachtung vom (3), (2), (1) und (13) in Gleich. (18) übergeht, welche nach Beachtung von (14) wieters in (19) sich verwandelt. Da nun (16) durch Addition von 2Q auf (20) übergeht, so führt (19) schliesslich auf (21), die endlich unter Anwendung der aus (12) abgeleiteten (22) auf die Gleich. (23) übergeführt wird. Die Arbeit A hängt also vom Unterdruck P, vom körpergewicht G und von der Anzahl n der Flügelschläge ab. Hieran knüpft sich nun ein merkwürdiger Umstand. Der Druck P hängt von der Geschwindigkeit des Druckpunktes ab, die ihrerseits mit der Anzahl der Flügelschläge n in geraden Verhältniss steht, wächst also n, so wächst auch P; indessen hängt P auch noch von der Grösse der Flügelfläche ab, diese wächst oder nimmt ab nach dem Quadrate einer ihrer Dimensionen. Nun sind diese von der Zahl der Flügelschläge aber ganz unabhängig. Denkt man sich die Dimensionen verkleinert, wenn n vergrössert wird, so lässt sich das Abnehmen der Dimensionen und das Zunehmen von n so einrichten, dass P constant der gleiche Werth bleibt, alsdann ersieht man, dass es in unserer Macht liegt n in (23) zu vermehren, während P constant bleibt, dadurch geht die (23) in (24) über, wobei C die Constante ausdrückt. Es ist diess eine wichtige Gleichung, weil ich ihr in den Beweis ausgedrückt finde, dass der Mensch unter alleiniger Ausnützung seiner ihm angebornen Kraft zu fliegen im Stande sein müsse. Ist nämlich A die menschliche Arbeitskraft (für die Dauer) so gibt (24) die erforderliche Anzahl n der Flügelschläge und es ist demnach nur noch die Frage, ob der Mensch im Stande ist eine Flugmaschine zu bauen, deren Flügel n Schläge per Secunde gestatten. Ich glaube mich nicht zu täuschen, wenn ich behaupte, die Erfindung einer solchen Maschine sei eine Aufgabe der nächsten Zeit.

Nach diesem geht die Rechnung auf (23) zurück. Um ersterer eine neue Richtung zu geben, wird von der nicht bestreitbaren Annahme ausgegangen, dass der Oberdruck Q doch irgend ein aliquoter Theil des Unterdruckes P sein müsse; drückt man diese Annahme durch Gleich. (25) aus, so ergeben sich mit leichter Mühe die Gleichungen (26) und schliesslich (27). Diese letztere ist nun Gegenstand eines eingehenden Studiums.

Zunächst wird die neue Grösse m discutirt. Sie ist eine abstracte Zahl deren Werth:

Erstens von der Geschwindigkeit des Auf- und Niederganges unabhängig ist, wie diess aus den leicht verständlichen Proportionen (28) und (20) sich ergibt.

Zweitens ist m unabhängig von der Grösse des Flügels, wie sich diess aus dem Vergleich verschieden grosser aber änlicher Flügel ergibt, der die Proportionen (30) und (31) zur Folge hat;

Drittens ist m immer >1 weil P—G beim Schweben unbedingt $>o$ sein muss, woraus mit Hinblick auf (26) $m-1>o$ sich ergibt. Aus diesem folgt aber dann, dass $P>Q$ sein müsse. Da nun jeder Flügel irgend ein Segment einer Fläche ist, diese aber eine convexe und eine concave Seite, und die concave Seite immer den grössern Widerstand zu erleiden hat, so folgt: dass der Flügel seine concave Seite immer nach abwärts zu kehren hat.

Viertens ist m eine Function der Krümmung des Flügels. Denn P und Q werden durch Integrale von der Form (32) ausgedrückt, in welchen ausser den Coordinaten x y z noch die part. Differ.-quotienten $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ und $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ auftreten. Lässt man nun in (33) an die Stelle von p und q etwa p^1 und q^1 treten, so ändern sich die Integrale in (33) ganz unabhängig von einander, daher auch der Werth von m sich ändert. Aber p und q verändern heisst so viel, als die Form der Flügelfläche verändern; also hängt m von dieser Form ab.

Hierauf wendet sich die Untersuchung zur Gleich. (27), in der ausser der bekannten terrestrischen Acceleration g, noch vier andere Grössen auftreten, zu deren Bestimmung die (27) allein nicht hinreicht. Man erfordert wenigstens noch zwei weitere Bedingungen, wonach noch zwei Grössen unbestimmt bleiben, von denen die eine als dependent, die andere als independent genommen werden kann.

Eine solche Nebenbedingung wäre b. w. die Voraussetzung, die Flügelfläche so zu wählen, dass m ein Maximum sei. Mit dieser Frage kann ich mich jetzt nicht befassen, ich habe mich mit ihr befasst noch im Jahre 1862 in meinem Antrittsvortrage in der ung. Akademie der Wissenschaften, bei welcher Gelegenheit ich jene Erzeugende der Flügelfläche suchte, die in einer zur Schwingungsachse senkrechten Ebene liegen. Diese Erzeugende ist, wie die Rechnung zeigt, eine ogarithmische Spirale; und die Grösse m ist eine Function der in der Gleichung dieser Erzeugenden auftretenden Constante. Diese Function ist noch nicht bestimmt, es erleidet aber keine Zweifel, dass meine später, in Folge ausser mir gelegenen Gründen, unterbrochene Arbeit darauf geführt hätte. Wie dem nun jetzt auch immer sei so viel ist gewiss dass die Form des Flügels die Grösse m bestimmt.

Fasst man aber die Frage in aller Allgemeinheit auf, so stellen sich folgende sechs Combinationen ein:

Erstens: wenn A und m zu bestimmen sind, dann geht (24) in (34) über, in der die Constante A_0 die Grenze ist gegen welche hin A convergiert wenn m auf ∞ losgeht; aber dann wird $Q = 0$ und $P = 2G$. Diese Grenze wird zwar nie erreicht weil Q wenn auch klein, doch immer > 0 bleibt, indessen convergirt A ziemlich rasch gegen A_0 hin; denn lässt man $m = 1, 2, 3, 4, 5 \ldots$ werden, so wird: $A/A_0 = \infty, 9. 4, {}^{25}/_{9}, {}^{9}/_{4} \ldots$

Zweitens: wenn A und G zu bestimmen sind, geht (27) in (36) über, wo die Constante μ den Weg ausdrückt den die Last G bei der Arbeit A zurück legt.

Drittens: wenn A und n zu bestimmen sind, so führt (27) auf (24) zurück.

Viertens wenn m und G zu bestimmen sind, so führt das auf (37) wo G_0 der Grenzwerth der Last G ist, während m auf ∞ los geht, auch führt der Vergleich von (35) mit (38) zur merkwürdigen Gleichung (40) und ausserdem zur Ungleichheit (41).

Fünftens wenn m und n zu bestimmen sind, so gelangt man zur (42) in der die Constante n_0 wieder die Grenze von n ist während m auf ∞ losgeht. Der Vergleich von (35), (38) und (43) führt auf die Gleichung (44). Die Constanten n_0 G_0 A_0 stehen in merkwürdiger Beziehung und zwar sind n_0 und A_0 die Minima von n und A, hingegen G_0 das Maximum von G.

Sechstens: wenn endlich G und n bestimmt werden sollen, so gelangt man zur (45) wo die Constante γ den auf je einen Flugschlag entfallenden Theil der Gesammtlast G bezeichnet.

Mit dem schliesst die Rechnung, die nur den Zweck hat, zu ziegen, dass die Theorie des Fliegens auf gewissen Grundprincipien basirt, die aus der Theorie des Fallschirmes sich ergeben; die jede Specialisirung streng vermeidende Rechnung ist ganz allgemein gehalten, daher jederzeit giltig. Der auffälligste Umstand ist aber unstreiçig der, dass die Deduction uns in den Stand setzt die Arbeits-Kraft für ein gegebene Last und eine vorgeschriebene Anzahl von Flügelschlägen zu berechnen, ohne Form und Grösse der Flügel zu kennen.