Kétsoros jelmezőjű adattárolólapok alárendeléses jelkulcsrendszereinek elmélete

OROSZ GÁBOR

A dokumentációtechnikában használatos kétsoros peremlyukasztású kártyáknak, mint adattároló közegeknek, ismert szelektív jelkulcsrendszerei — vagyis ama kódrendszerek, amelyekkel egyértelmű leképezés és visszakeresés egyaránt teljesérvényűen végrehajtható — mellérendeléses viszonyú jelzetekkel dolgoznak. Ez azt jelenti, hogy a jelkulcsrendszer valamennyi jelzete teljesen egyenrangú, tehát minden adatot, fogalmat körére és tartalmára való tekintet nélkül egyformán egy esetlegesen választott jelzet képez le. E jelzetek egymástól függetlenek, alárendeltségi viszony nincs közöttük. Az ilyen jelkulcsrendszerekkel gradációs jellegű adatnyilvántartás és visszakeresés nem érhető el. Viszont a dokumentációs munkában — nem is ritkán — szükség lehet arra, hogy az adatok közötti hierarchikus jelleg a tárolásban és visszanyerésben nyilvánítható legyen, azaz fennálljon annak lehetősége, hogy valamely csoport összes egyedi eseteinek adatlapjai egyetlen válogatási aktussal kiemelhetők legyenek. Indokolt tehát kivizsgálni oly jelkulcsrendszerek szerkesztésének lehetőségeit, amelyeknél úgy a jelzetek szerkezetében, mint a rendszer alkalmazásában alárendeléses viszony érvényesül.

A tárgyalásra kerülő rendszertípusokra az jellemző, hogy azok több genusból s a genusokon belül több — de valamennyi genusban azonos számú — speciesből állanak. A genusok és speciesek számossága az egyes rendszerekben — a rendszer szerkezetétől függően — igen különböző. Néha több a genus, mint az egyes genusokon belül a species, máskor fordított helyzettel találkozunk, vagy esetleg mennyiségeik közel állanak egymáshoz.

A vizsgált rendszerek mind kétfokozatúak, mert a kétsoros kártyákhoz szerkeszthető alárendeléses viszonyú jelkulcsrendszerek eddig föl nem derített problémáinak alapvető kimunkálása a célunk. Többfokozatú rendszerek a jelmezők multiplikálása útján — az előadottak felhasználásával — könnyen előállíthatók.

0

0.1 A kétsoros peremlyukasztású kártyák alárendeléses viszonyú jelkulcsrendszereinek szerkesztéséhez az alapot tulajdonképpen maga a kártya szolgáltatja. Az a körülmény, hogy a kártya jelzetfelvevő mezeje két lyuksort tartalmaz, természetes lehetőséget nyújt a kétfokozatú alárendeléses rendszerek szerkesztéséhez. Ha ugyanis az egymással párhuzamosan futó két lyuksort gondolatban egymástól elválasztjuk és mint két önálló jelmezőt szemléljük, akkor önkéntelenül adódik, hogy az egyiket a generikus, a másikat a specifikus fogalmak jelzeteinek felvételére vegyük igénybe. Erre az elvi felismerésre épül a gyakorlati kivitelezés.

0.2 A kétsoros jelmezőjű kártyán kétféle bejelölés eszközölhető: a belső lyuksorba mély, a külsőbe sekély hornyolással. Tehát a kártya bármelyik oszlopába (oszlopnak nevezzük a két egymásfölötti lyukból álló lyukpárt) e kétféle hornyolás valamelyike tehető. A kettő egyidejűleg nem, mert a mély horony a sekélyt elnyeli, megsemmisíti. A külső sor valamelyik jelhelyére szúrva a szelektáló tűt, nemcsak az eme jelhelyen hornyolt, azaz a sekély hornyolású kártyák fognak kiesni, hanem a mélyen hornyoltak is.

A legegyszerűbb leképezési mód, hogy egyetlen jelhelyre tett bejelöléssel, azaz egyetelen lyuk hornyolásával rögzítjük a kártyán a bejelölendő adatot. Ez az ún. közvetlen bejelölés. Ebben az esetben a jelkulcsrendszer kapacitása a lehető legkisebb: a rendszer jelzeteinek számossága egyenlő a jelmező jelhelyeinek számosságával. Növelhető azonban a kódkapcitás az ún. kombinatorikus jelzetek alkalmazásával, amikor a jelzetek a jelmező jelhelyeiből képzett kombinatorikus formációk, melyek számossága a jelhelyekét — főleg terjedelmesebb jelmezők esetén — jelentősen meghaladja.

0.3 Ezek előrebocsátása után lássuk, mik lesznek az alárendeléses rendszerek szerekesztésének alapelvei.

Mivel a mély hornyolásnak a sekéllyel szemben bizonyos magasabb rendű jellege van, a generikus gradus leképezéséhez ezt vesszük igénybe; a specifikus jelleget pedig a sekély hornyolással képezzük le. A generikus jelzeteknek csupán az eme sajátosságot érvényesítő tényezőből kell állaniok, ezért csak mély horonnyal vannak a jelmezőbe jelölve. A specifikus jelzeteknek ellenben komplex struktúráknak kell lenniök, amelyek a generikus és a specifikus jelleg tényezőit egyaránt tartalmazzák. A generikus tényező a jelzet csoportbeli hovatartozandóságát juttatja kifejezésre, a specifikus tényező viszont a genus számos specifikus jelzete közötti diszkriminációt biztosítja. Tehát a specifikus jelzet egyik részét a genus mély hornya(i), másik részét pedig a specifikus komponens sekély hornya(i) teszik.

A generikus jelzet szerinti szelektálás a belső lyuksorba szúrt annyi tűvel történik, ahány mély horonyból áll a jelzet. A specifikus jelzet szelektálásához ellenben ezeken a tűkön, mint a generikus komponens válogatóin kívül még a specifikus komponenst kiszúró tűk is szükségesek, melyek a külső lyuksorba kerülnek. Ha egy csoport (genus) teljes anyagának kiemelése a cél, akkor a generikus jelzet szerint szelektálunk. Ha viszont egy specifikus adatra vonatkozó anyagot keresünk, akkor a teljes specifikus jelzetet, azaz annak mindkét komponensét kell tekintetbe vennünk.

A specifikus jelzeteknek hiánytalan egészeknek kell lenniök, vagyis a két alkotónak — a generikus és a specifikus komponensnek — teljes egészében kell szerepelnie a jelzetben. Ezért a specifikus komponens képzésére rendelkezésre álló jelmezőrészt mindenkor úgy kapjuk, hogy a teljes jelmezőterjedelemből kivonjuk a generikus jelzet képzéséhez szükséges oszlopokat.

0.4 A tárgyalásra kerülő problémakört négy részre bontottuk. Az elsőben az alapvetőnek tekintendő eljárással foglalkozunk. Ennél mind a generikus, mind a specifikus komponens közvetlen leképezésű. A következő részekben a kombinatorikus formációkkal dolgozó eljárásokat vizsgáljuk; mégpedig a specifikus jelzeteket illetőleg a második részben, a generikussal kapcsolatban a harmadikban. A negyedik rész pedig ama esetről szól, amikor mindkét komponens egyaránt kombinatorikus.

A jelkulcsrendszerek megalkotása különleges szerkesztő munkát igényel. A rendszer struktúrájára, jelzeteinek összetételére vonatkozó alap-elgondolások nyomán a rendelkezésre álló jelmezőhöz kell képezni a jelzetek formációit. Ez, főleg terjedelmesebb jelmezők és komplikáltabb jelkulcsok esetén, eléggé körülményes munka. Kívánatos tehát, hogy a készítendő rendszer összes jellemző adatai már előre kiszámíthatók legyenek, hogy elbírálható legyen, vajon a célnak megfelel. Ezért a tárgyalt típusok mindegyikénél megállapítjuk a jellemző adatok kiszámításához szükséges képleteket.

Az egyes részeken belül két esetet vizsgálunk. Az egyik a vonatkozó típusú rendszerenek tetszészerinti terjedelmű jelmezőhöz való szerkesztésével (általános eset), a másik pedig ama típus maximális jelzetkapacitású rendszerének problémájával foglalkozik. Az általános eset alsó határát az a rendszer képezi, amely a lehető legkevesebb — de egynél több — generikus, illetve specifikus jelzetet tartalmaz. Az ehhez szükséges jelmezőterjedelmet nevezzük a vonatkozó eljárás minimális jelmezőterjedelmének.

Tárgyalásunkban, valamint a tanulmányhoz csatolt jelzettáblázatokban a mély hornyolást, mint a generikus jelzetnek, illetve a specifikus jelzet generikus komponensének jelelemét nagy betűvel, a sekély hornyolást, azaz a specifikus komponens jelelemét kis betűvel jelöljük.

1

1.1 A legyegyszerűbb szerkezetű alárendeléses jelkulcsrendszer úgy állítható elő, hogy a generikus jelzeteket, illetve a specifikus jelzetek generikus komponensét egyetlen mély, a specifikus komponenst pedig egyetlen sekély horonnyal jelöljük a jelmezőbe. Egy teljes specifikus jelzet tehát két jelelemből fog állani: egy sekély és egy mély horonyból. — Ez a kivitel tekinthető ama alaphelyzetnek, amelyből a problémakör további megoldásai is leszármaztathatók.

Példaként az ilyen típusú jelkulcsrendszerek legkisebbikét mutatjuk be. A jelmező terjedelme 3 oszlop. Ebbe a jelmezőbe három jelhelyre tehető váltakozva egy-egy mély horony. Ezért a rendszer 3 genust (csoportot) fog felölelni A generikus jelzetek az 1. ábrán láthatók.

Mindegyik jelzetben a mély horony mellett még két oszlop van. Ha ezekbe egy-egy sekély hornyú bejelölést eszközlünk, akkor azok a mély horonnyal együtt specifikus jelzeteket fognak képezni. A fenti generikus jelzeteknek megfelelő csoportok specifikus jelzeteit a 2. ábrán mutatjuk be.

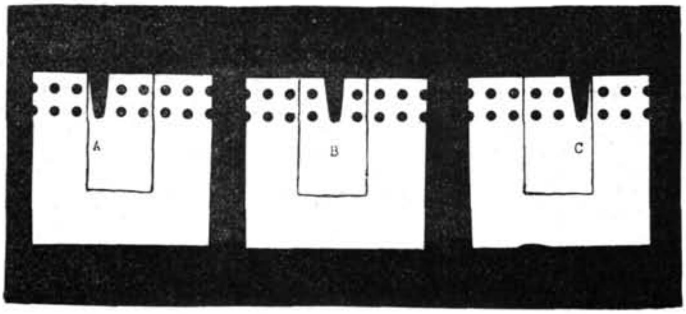
Jelkulcsrendszerünk összesen 9 jelzetet tartalmaz.

A jelzetekkel ellátott kártyakvantum szelektálása a kihornyolt jelhelyekre szúrott tűkkel történik. Ha egy teljes csoport anyagát akarjuk kiemelni, akkor a vonatkozó oszlop belső jelhelyére szúrt egyetlen tűvel dolgozunk, ha ellenben valamelyik specifikus jelzettel jelölt lapokat óhajtjuk kiválogatni, két tű szükséges: egy a belső, egy pedig a külső lyuksor megfelelő jelhelyére.

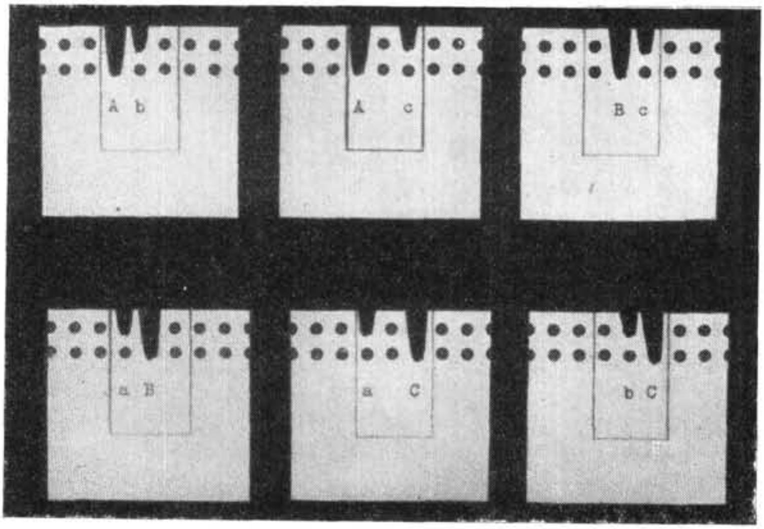
1.2 Ilyen típusú jelkulcsrendszert természetesen bármekkora terjedelmű jelmezőhöz szerkeszthetünk. A rendszer jelzetkapacitása nyilvánvalóan a jelmező terjedelmétől fog függeni. Meg is tudjuk határozni a kettejük közötti kapcsolatot.

Legyen a jelmező terjedelme n oszlop. A generikus jelzetek számossága ugyanennyi, tehát a rendszer n csoportot fog tartalmazni. Egy csoportban viszont

$n-1$ specifikus jelzet lesz, mivel az n oszlopból egyet a generikus komponens számára foglalunk le és így $n-1$ oszlopnyi jelmezőrész marad a csoporthoz tartozó jelzetek specifikus komponenseinek képzésére. E jelkulcsrendszereket



1. ábra. Generikus jelzetek



2. ábra. Specifikus jelzetek

tehát az jellemzi, hogy az egyes csoportokban levő jelzetek mennyisége eggyel kevesebb a rendszer csoportjainak számánál.

Valamennyi csoportban együttvéve

$$n^2 - n$$

mennyiségű specifikus jelzet van. A rendszer pedig összesen

$$n^2$$

jelzetet (generikusat + specifikusat) tartalmaz.

A minimális jelmezőterjedelem 3 oszlop, mert 2 oszlop esetén a létező két csoport mindegyikében már csak egy-egy specifikus jelzet lehetne.

Az $n = 3, 4, \ldots 10$ oszlopnyi jelmezőterjedelemhez szerkeszthető jelkulcsrendszerek jellemző adatait az 1. táblázatban közöljük. A gyakorlati alkalmazás elősegítése érdekében pedig az 1. függelékben a jelkulcsrendszerek teljes jelzetkészletét adjuk az $n = 3, 4, \ldots 7$ jelmezőkhöz.

1. táblázat

(1 mély + 1 sekély bejelölés)

	$n=$	3	4	5	6	7	8	9	10
Generikus jelzetek	n	3	4	5	6	7	8	9	10
Egy csoport specifikus jelzetei	$n-1$	2	3	4	5	6	7	8	9
Specifikus jelzetek összmennyisége	n^2-n	6	12	20	30	42	56	72	90
Teljes jelzetkapacitás	n^2	9	16	25	36	49	64	81	100

Vizsgáljuk meg, hogy az 1 pontban leírt jelkulcstípuson miként hajtható végre olyan értelmű kapacitásnövelés, hogy abban a csoportok számának változatlanul maradása mellett az egyes csoportok specifikus jelzeteinek mennyisége emelkedjék.

Egy csoporton belül a specifikus jelzetek mennyisége a képezhető specifikus komponensek számosságától függ. Ez viszont a leképezés módjától. Az egyetlen horonnyal történő leképezésről a több hornyot alkalmazó leképezésre való áttéréssel a specifikus komponensek, s ennek következtében a specifikus jelzetek számának emelkedése érhető el. Mégpedig minél több sekély hornyot használunk a specifikus komponens leképezéséhez, annál nagyobb lesz a jelkulcsrendszer specifikus jelzetkapacitása.

Az így szerkesztett jelkulcsrendszerek annyi csoportot tartalmaznak, ahány elemből áll a jelmező, azaz aránylag keveset; az egyes csoportokban azonban viszonylag sok specifikus jelzet van.

2.1 A rendszerek jellemző adatainak kiszámításához szükséges képletek most a következőképpen alakulnak.

Az n oszlopból álló jelmezőhöz itt is n számú generikus jelzet képezhető, mivel e jelzetek most is egyetlen mély horonnyal jelöltetnek a jelmezőbe. A specifikus jelzetek leképezéséhez viszont 1 mély és b sekély hornyot használunk (ahol $b \geqq 2$); a rendelkezésre álló jelmezőrész $n-1$ oszlopnyi.

Mivel $n-1$ elemből b elemet sorrendjük megtartása mellett

$$\binom{n-1}{b}$$

féleképpen lehet választani, ennyi egy csoport specifikus jelzeteinek számossága.

Valamennyi csoportban összesen

$$n\binom{n-1}{b}$$

specifikus jelzet van.

A rendszer teljes jelzetkapacitása pedig

$$n+n\binom{n-1}{b}.$$

A minimális jelmezőterjedelem

$$n=2b+1.$$

Éspedig azért, mert ha $n=2b$ jelmezőterjedelmet veszünk, akkor $n-1=2b-1$ lesz; s a specifikus jelzetek számosságára ezt kapjuk:

$$\binom{2b-1}{b}.$$

Azonban

$$\binom{2b-1}{b}=\binom{2b-1}{b-1}.$$

Azaz a rendszer specifikus jelzetkapacitása (összakapacitása is) akkora, mintha eggyel kevesebb sekély hornyot alkalmaznánk a specifikus komponens képzéséhez. Tehát $2b+1$-nél kisebb jelmezőterjedelem esetén b horonnyal való leképezés nem gazdaságos.

A szelektáló tűk száma:

generikus jelzeteknél	1 (belső sorban)
specifikus jelzeteknél	1 (belső s.) $+ b$ (külső s.)

A 2. táblázatban az $n=5, \ldots 10$ jelmezőhöz $b=2$,
$n=7, \ldots 10$ jelmezőhöz $b=3$,
$n=9, 10$ jelmezőhöz $b=4$

esetén szerkesztett rendszerek adatai találhatók. A 2. függelékben pedig az $n=5, 6, 7$ jelmezőhöz $b=2$-vel alkotott rendszerek teljes jelzetállományát közöljük.

A 2. táblázat adatain jól megfigyelhető a minimális jelmezőterjedelemmel kapcsolatosan tett fentebbi elméleti megállapításunk érvénye. Ha pl. $b=3$ esetén $n=6$-ot veszünk, akkor egy csoport specifikus jelzeteinek száma 10, a specifikus jelzetek összmennyisége 60, a teljes jelzetkapacitás pedig 66 lesz. De ugyanezeket az adatokat találjuk a táblázat $b=2$ zónájának $n=6$ oszlopában. Tehát $b=3$ esetén a jelmezőt legalább 7 oszlopból állónak kell venni, hogy a $b=2$-vel képezett rendszerhez képest a jelzetek számának emelkedését érjük el. Hasonló jelenség figyelhető meg $b=4$ esetén az $n=8$ terjedelmű jelmezőnél. A jelzetkapacitás ugyanakkora lesz, mintha $b=3$-at alkalmazunk. Kapacitásnövekedés csak $n=9$-nél kezdődik.

2. táblázat

(1 mély + b sekély bejelölés)

		$b = 2$						$b = 3$				$b = 4$	
	$n =$	5*	6*	7	8	9	10	7*	8*	9	10	9*	10*
Generikus jelzetek	n	5	6	7	8	9	10	7	8	9	10	9	10
Egy csoport specifikus jelzetei	$\binom{n-1}{b}$	6	10	15	21	28	36	20	35	56	84	70	126
Specifikus jelzetek összmennyisége	$n\binom{n-1}{b}$	30	60	105	168	252	360	140	280	504	840	630	1260
Teljes jelzetkapacitás	$n + n\binom{n-1}{b}$	35	66	112	176	261	370	147	288	513	850	639	1270

A táblázat csillaggal jelölt hasábjaiban található adatok egyúttal a vonatkozó jelmezőterjedelem maximális kapacitású jelkulcsrendszerének adatai is.

2.2 Mivel az egyes csoportokhoz tartozó specifikus jelzetek specifikus komponensei a rendelkezésre álló jelmezőrész jelhelyeiből képezett ismétlés nélküli kombinációk, amelyeknek számát a binomiális koefficiensek formulájával számíthatjuk ki, minden jelmezőterjedelemhez megállapítható, hogy hány sekély horony alkalmazásával szerkeszthető a lehető legtöbb specifikus jelzetet tartalmazó jelkulcsrendszer. Ismeretes ugyanis, hogy valamely szám binomiális koefficienseinek értéke mikor éri el a maximumot, az a szám páros vagy páratlan jellegétől függ

A mi esetünkre vonatkoztatva tehát az

$$\binom{n-1}{b}$$

kifejezés akkor fogja elérni maximális értékét, ha $n-1$

páros szám esetén	páratlan szám esetén
$n - 1 = 2b.$	$n - 1 = 2b + 1.$

Tehát

$b = \frac{n-1}{2}$	$b = \frac{n-2}{2}$

sekély hornyot kell igénybevenni a specifikus komponens leképezéséhez, hogy a szerkeszthető specifikus jelzetek kvantuma a maximumot érje el.

Egy csoport specifikus jelzeteinek számossága mármost

$$\binom{n-1}{\frac{n-1}{2}} \qquad \Bigg| \qquad \binom{n-1}{\frac{n-2}{2}}.$$

Az összes specifikus jelzetek száma

$$n\binom{n-1}{\frac{n-1}{2}} \qquad \Bigg| \qquad n\binom{n-1}{\frac{n-2}{2}}.$$

A rendszer összes jelzeteinek mennyisége:

$$n\left[1+\binom{n-1}{\frac{n-1}{2}}\right] \qquad \Bigg| \qquad n\left[1+\binom{n-1}{\frac{n-2}{2}}\right].$$

A generikus jelzetek szelektálásához most is egyetlen tű szükséges. A specifikus jelzetekhez pedig

$$1 \text{ (belső s.)} + \frac{n-1}{2} \text{ (külső s.)} \qquad \Bigg| \qquad 1 \text{ (belső s.)} + \frac{n-2}{2} \text{ (külső s.)}.$$

Tehát összesen

$$\frac{n+1}{2}. \qquad \Bigg| \qquad \frac{n}{2}.$$

A 2. táblázat csillaggal jelölt rovatainak megfelelő jelkulcsrendszer a vonatkozó jelmezőterjedelem maximális specifikus jelzetkapacitású rendszere.

3

A jelkulcsrendszer bővítésének kívánalma nemcsak a specifikus jelzeteket illetőleg merülhet fel, hanem a generikus jelzetekkel kapcsolatban is adódhatik ilyen igény. Szükség lehet oly jelkulcsrendszerre, melyben a csoportok számossága tetemes. Nyilvánvaló, hogy ennek érdekében a generikus jelzetek képzésénél kell áttérni az egyetlen helyett a több mély horonnyal való leképezésre. Ennek viszont az a folyománya, hogy a specifikus komponens képzése számára fennmaradó jelmezőrész az eddiginél, az $n-1$-nél kisebb lesz. Ezért a most tárgyalásra kerülő eljárással oly jelkulcsrendszereket állíthatunk elő, amelyek aránylag sok csoportot ölelnek fel, de a csoportok jelzetállománya elég csekély.

3.1 Lássuk, miként alakulnak most a jellemző adatok kiszámítására szolgáló képletek.

Ha a jelmezőterjedelem n oszlopnyi, s egy generikus jelzet leképezéséhez felhasznált mély hornyok száma c, akkor a generikus jelzetek mennyisége

$$\binom{n}{c}$$

ahol

$$c \geqq 2.$$

Egy csoport specifikus jelzeteinek száma

$$n - c,$$

mivel ennyi oszlop marad a jelmezőben az egyetlen sekély horonnyal bíró specifikus komponensek képzéséhez.

Valamennyi csoport összes specifikus jelzeteinek száma nyilvánvalóan

$$(n - c)\binom{n}{c}.$$

A rendszer teljes jelzetkapacitása pedig

$$\binom{n}{c}(n - c + 1).$$

A minimális jelmezőterjedelem

$$2c.$$

Ha ugyanis $2c - 1$ terjedelmű jelmezőt veszünk, akkor a generikus jelzetek száma

$$\binom{2c-1}{c};$$

s a specifikus komponensek számossága $(2c - 1) - c = c - 1$. Viszont ugyanezen jelmezőhöz $c - 1$ mély horony alkalmazása esetén

$$\binom{2c-1}{c-1}$$

generikus jelzet és $(2c - 1) - (c - 1) = c$ specifikus komponens szerkeszthető. Mivel

$$\binom{2c-1}{c} = \binom{2c-1}{c-1},$$

a generikus jelzetek száma mindkét esetben ugyanannyi, viszont a másodikban több a specifikus komponens. Tehát c mély horony esetén a $2c - 1$ terjedelmű jelmező alkalmazása előnytelen; a jelmezőnek legalább $2c$-nek kell lennie.

A generikus jelzetek szelektálásához c tű szükséges a belső sorba szúrva, a specifikus jelzeteknél ezekhez még egy tű járul a külső lyuksorban.

A 3. táblázatban az $n = 4, \ldots 10$ jelmezőhöz $c = 2$,
$n = 6, \ldots 10$ jelmezőhöz $c = 3$,
$n = 8, 9, 10$ jelmezőhöz $c = 4$

esetén szerkeszthető rendszerek adatait közöljük. Az $n = 4, 5, 6, 7$ jelmezőhöz $c = 2$-vel alkotott rendszerek jelzetállománya pedig a 3. függelékben található.

3. *táblázat*

(c mély + 1 sekély bejelölés)

		c = 2							c = 3					c = 4		
	n=	4*	5*	6	7	8	9	10	6*	7*	8	9	10	8*	9*	10
Generikus jelzetek	$\binom{n}{c}$	6	10	15	21	28	36	45	20	35	56	84	120	70	126	210
Egy csoport specifikus jelzetei	$n - c$	2	3	4	5	6	7	8	3	4	5	6	7	4	5	6
Specifikus jelzetek összmenyisége	$(n - c)\binom{n}{c}$	12	30	60	105	168	252	360	60	140	280	504	840	280	630	1260
Teljes jelzet-kapacitás	$(n - c + 1)\binom{n}{c}$	18	40	75	126	196	288	405	80	175	336	588	960	350	756	1470

A táblázat csillaggal jelölt hasábjaiban található adatok egyúttal a vonatkozó jelmezőterjedelem maximális kapacitású jelkulcsrendszerének adatai is.

A minimális jelmezőterjedelemre vonatkozókat jelen esetben is igazolják a táblázat adatai. Tekintsük az $n = 5$ és $c = 3$ alapadatokkal bíró rendszert. Ebben a generikus jelzetek számossága 10, egy csoport specifikus jelzeteié 2, a specifikus jelzetek összmennyisége 20, a teljes jelzetkapacitás 30. Ha ezeket az adatokat a táblázat első, azaz $c = 2$ zónájának $n = 5$ oszlopában levő adatokkal összevetjük, szemléletesen igazolódik, hogy $n = 5$ esetén két mély horony alkalmazásával jobb eredményt érünk el, mint hárommal. Tehát három mély horony gazdaságos alkalmazásához legalább $n = 6$ terjedelmű jelmező szükséges.

3.2 A generikus jelzetek mennyiségének emelése kapcsán is felmerül a maximalitás kérdése. Meg kell határozni milyen feltételek mellett állítható elő egy adott jelmezőterjedelmehez a lehető legtöbb generikus jelzet.

A probléma itt is oda megy vissza, hogy a generikus jelzeteknek, mint a teljes jelmezőterjedelemből képezett ismétlés nélküli kombinációknak száma mikor éri el a csúcspontot.

Az

$$\binom{n}{c}$$

kifejezés maximális értéke attól függ, hogy n páros vagy páratlan szám. Éspedig ha n

páros szám, azaz	páratlan szám, azaz
$n = 2c$	$n = 2c + 1$

akkor

$$\binom{n}{\frac{n}{2}} \quad \Bigg| \quad \binom{n}{\frac{n-1}{2}}$$

képlet szolgáltatja a generikus jelzetek (csoportok) maximális számát.

Mivel a generikus komponens képzése számára mindkét esetben c számú jelmezőoszlop van lefoglava, azért a specifikus komponens képzésére $n - c$, azaz

$$\frac{n}{2} \quad \Bigg| \quad \frac{n+1}{2}$$

oszlopnyi jelmezőrész marad; tehát ennyi lesz az egyes csoportokban levő specifikus jelzetek száma.

A specifikus jelzetek összemennyisége

$$\frac{n}{2}\binom{n}{\frac{n}{2}} \quad \Bigg| \quad \frac{n+1}{2}\binom{n}{\frac{n-1}{2}}.$$

A rendszer teljes jelzetkapacitása

$$\frac{n+2}{2}\binom{n}{\frac{n}{2}} \quad \Bigg| \quad \frac{n+3}{2}\binom{n}{\frac{n-1}{2}}.$$

A szelektáló tűk száma a generikus jelzeteknél (tehát a belső sorba szúrva)

$$\frac{n}{2} \quad \Bigg| \quad \frac{n-1}{2}.$$

A specifikus jelzeteknél ezekhez még egy — a külső sorba szúrt — tű járul, tehát összesen

$$\frac{n+2}{2} \quad \Bigg| \quad \frac{n+1}{2}$$

tű szükséges.

A 3. táblázatban az $n = 4, \ldots 9$ oszlopnyi jelmezőkhöz szerkeszthető olyan jelkulcsrendszerek, amelyek a lehető legtöbb generikus jelzetet tartalmazzák a csillaggal jelölt rovatokban találhatók.

4

E pontban azzal az esettel foglalkozunk, amikor a generikus és specifikus jelzetek számának fokozása egyaránt szükséges. E célból mind a generikus, mind a specifikus komponensnél többhornyos leképezést kell alkalmazni. Azaz mindkettő a jelmező megfelelő részeinek jelhelyeiből képezett kombinatorikus formáció.

4.1 A probléma általános megfogalmazásban oly jelkulcsrendszerek szerkesztését jelenti, melyeknél úgy a generikus, mint a specifikus komponenseket leképező hornyok száma tetszészerinti mértékben választható egynél többnek. Illetve a mély és a sekély hornyok száma úgy vehető fel, hogy bizonyos felmerülő igényeknek megfelelő jelkulcsrendszer létesüljön, amely kellő mennyiségű csoportot, s azokon belül elegendő sokaságú specifikus jelzetet tartalmaz. Így nyilvánvalólag igen különböző kapacitásviszonyokkal rendelkező rendszerek állíthatók elő. Akár olyanok, amelyekben a generikus jelzetek mennyisége nagyobb a specifikus jelzetekénél, de olyanok is, amelyekben éppen fordított a helyezet, azaz több jelzet van egy csoportban, mint ahány csoportból áll a rendszer.

A szerkesztendő rendszer struktúrája és jelzetféleségeinek mennyiségei a jelmező terjedelmétől (n), a generikus jelzetek mély hornyainak számától (d), valamint a specifikus komponens sekély hornyainak számától (f) függ. A specifikus komponens képzésére rendelkezésre álló jelmezőrész $n - d$ oszlopnyi.

Mivel a generikus jelzetek a teljes jelmezőből képezett d-ed osztályú ismétlés nélküli kombinációk, számosságuk

$$\binom{n}{d}.$$

A specifikus komponensek viszont az $n - d$ terjedelmű jelmezőrész jelhelyeinek f-ed osztályú ismétlésnélküli kombinációi, ezért egy csoport specifikus jelzeteinek mennyisége

$$\binom{n-d}{f}.$$

A specifikus jelzetek összemennyisége

$$\binom{n}{d}\binom{n-d}{f};$$

a rendszer összes jelzeteinek száma pedig

$$\binom{n}{d} + \binom{n}{d}\binom{n-d}{f}.$$

A szelektáló tűk száma:

generikus jelzetek esetén	d (belső sorban)
specifikus jelzetek esetén	d (belső sorban) $+ f$ (külső sorban).

Mivel a d és az f értékeinek változtatásával rendkívül sokféle rendszer szerkeszthető, azért csupán a legegyszerűbb típusnak, melynél $d = f = 2$ adatait közöljük az $n = 6, \ldots 10$ terjedelmű jelmezőhöz a 4. táblázatban. Most $n = 6$ a minimális jelmezőterjedelem, mert az $n = 5$-höz szerkeszthető jelzésrendszer ugyanolyan, mintha az egyszerűbb — 2 mély és 1 sekély hornyú — leképezést alkalmaznók (ld. 3. táblázat $n = 5$ rovatát). — A 4. függelékben az $n = 6$, 7 jelmezőkhöz szerkeszthető rendszerek teljes jelzetkészletét adjuk.

4. táblázat

(2 mély + 2 sekély bejelölés)

$n =$		6	7	8	9	10
Generikus jelzetek	$\binom{n}{d}$	15	21	28	36	45
Egy csoport specifikus jelzetei	$\binom{n-d}{f}$	6	10	15	21	28
Specifikus jelzetek összmennyisége	$\binom{n}{d}\binom{n-d}{f}$	90	210	360	756	1260
Teljes jelzet-kapacitás	$\binom{n}{d}+\binom{n}{d}\binom{n-d}{f}$	105	231	388	792	1305

4.2 A maximálkapacitás problémája természetesen most is felmerülhet, de meg kell határozni, hogy mire vonatkozik. Mi a generikus jelzeteknél a teljes jelmezőre, a specifikus jelzeteknél viszont a specifikus komponens számára rendelkezésre álló jelmezőrészre vonatkoztatva értelmezzük. Azaz azt fogjuk vizsgálni, hogy milyen feltételek mellett szerkeszthetők olyan jelkulcsrendszerek, amelyek valamely jelmezőhöz az egyáltalában elérhető legtöbb generikus jelzetet, s az így kapott csoportokon belül pedig a lehető legtöbb specifikus jelzetet tartalmazzák.

Legyen n a jelmezőterjedelem és k a generikus jelzetet leképező mély hornyok száma abban a határhelyzetben, amikor a jelmezőhöz szerkeszthető generikus jelzetek számossága a legmagasabbra emelkedik; akkor az

$$\binom{n}{k}$$

formula fogja szolgáltatni a generikus jelzetek maximális számát. Eme kifejezés értéke attól függ, hogy az n páros vagy páratlan szám. Ha n

páros szám	páratlan szám
azaz $n = 2k$	azaz $n = 2k + 1$,

akkor a fenti kifejezés így alakul

$\binom{2k}{k}$	$\binom{2k+1}{k}$

Ez az n oszlopnyi terjedelmű jelmezőhöz szerkeszthető generikus jelzetek maximális száma.

Ha az n oszlopból álló jelmezőnek k oszlopát használjuk fel a generikus komponens képzéséhez, akkor a specifikus komponens képzése számára

$$n - k = m$$

oszlopnyi jelmezőrész marad. Az m értéke szintén attól függ, hogy az n páros vagy páratlan számú. Ha ugyanis

$n = 2k$	$n = 2k + 1$

akkor

$m = k = \frac{n}{2}$	$m = k + 1 = \frac{n+1}{2}$

Jelöljük s-el a specifikus komponenst leképező sekély hornyok számát abban a határhelyzetben, amikor a specifikus jelzetek számossága emelkedik a legmaasabbra. Így

$$\binom{m}{s}$$

egy csoport specifikus jelzeteinek maximális száma.

Nyilvánvalólag itt is fennáll az előbbi analogonja: az m páros vagy páratlan szám lehet. Mégpedig e kettősség egyaránt fennforoghat n páros vagy páratlan jellege mellett. Tehát összesen négyféle esehetőség adódik. Éspedig ha

$n = 2k$	$n = 2k + 1$

akkor m lehet

páros	páratlan	páros	páratlan
$m = 2s$	$m = 2s + 1$	$m = 2s$	$m = 2s + 1$

Ezek nyomán az s-et így fejezhetjük ki:

$s = \frac{m}{2}$	$s = \frac{m-1}{2}$	$s = \frac{m}{2}$	$s = \frac{m-1}{2}$
$= \frac{k}{2}$	$= \frac{k-1}{2}$	$= \frac{k+1}{2}$	$= \frac{k}{2}$
$= \frac{n}{4}$	$= \frac{n-2}{4}$.	$= \frac{n+1}{4}$	$= \frac{n-1}{4}$.

Az összefüggéseket figyelembe véve az $\left(\frac{m}{s}\right)$ értéke a négy különböző helyzetben így alakul

$\binom{m}{\frac{m}{2}} = \binom{k}{\frac{k}{2}} =$	$\binom{m}{\frac{m-1}{2}} = \binom{k}{\frac{k-1}{2}} =$	$\binom{m}{\frac{m}{2}} = \binom{k+1}{\frac{k+1}{2}} =$	$\binom{m}{\frac{m-1}{2}} = \binom{k+1}{\frac{k}{2}} =$
$= \binom{2s}{s}$	$= \binom{2s+1}{s}$	$= \binom{2s}{s}$	$= \binom{2s+1}{s}$.

Mivel az alapvető és kiindulásul szolgáló tényező a jelmezőterjedelem, azért fejezzük ki n-ben a rendszerszerkesztés szempontjából lényeges formulákat. Így eme egyetlen adat ismeretében kiszámíthatjuk a szerkesztendő rendszer összes jellemző adatait.

Az n oszlopnyi jelmezőhöz szerkeszthető jelkulcsrendszerben a generikus jelzetek számossága, azaz $\binom{n}{k}$

ha n páros szám	ha n páratlan szám
$\binom{n}{\frac{n}{2}}$;	$\binom{n}{\frac{n-1}{2}}$;

egy csoport specifikus jelzeteinek számossága, azaz $\binom{m}{s}$

ha n páros szám és ha $m = \frac{n}{2}$		ha n páratlan szám és ha $m = \frac{n+1}{2}$	
páros szám	páratlan szám	páros szám	páratlan szám
$\binom{\frac{n}{2}}{\frac{n}{4}}$	$\binom{\frac{n}{2}}{\frac{n-2}{4}}$	$\binom{\frac{n+1}{2}}{\frac{n+1}{4}}$	$\binom{\frac{n+1}{2}}{\frac{n-1}{4}}$.

A specifikus jelzetek összmennyiségét az

$$\binom{n}{k}\binom{m}{s}$$

képlet szolgáltatja, mely e négy helyzetben ilyen lesz:

$$\binom{n}{\frac{n}{2}}\binom{\frac{n}{2}}{\frac{n}{4}} \quad \Bigg| \quad \binom{n}{\frac{n}{2}}\binom{\frac{n}{2}}{\frac{n-2}{4}} \quad \Bigg| \quad \binom{n}{\frac{n-1}{2}}\binom{\frac{n+1}{2}}{\frac{n+1}{4}} \quad \Bigg| \quad \binom{n}{\frac{n-1}{2}}\binom{\frac{n+1}{2}}{\frac{n-1}{4}}.$$

A rendszer összes — generikus és specifikus — jelzeteinek mennyisége

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k}\binom{m}{s}.$$

Ennek is négyféle változata van, amelyek a fentebbiek felhasználásával könnyen előállíthatók.

Az $n = 7, \ldots 10$ jelmezőhöz szerkeszthető maximális kapacitású rendszerek adatait az 5. táblázat tartalmazza.

5. táblázat

(k mély + 2 sekély bejelölés)

	$n =$	7	8	9	10
Generikus komponenst leképező mély hornyok	k	3	4	4	5
Specifikus komponens képzéséhez rendelkezésre álló jelmezőoszlopok	m	4	4	5	5
Specifikus komponenst leképező sekély hornyok	s	2	2	2	2
Generikus jelzetek	$\binom{n}{k}$	35	70	126	252
Egy csoport specifikus jelzetei	$\binom{m}{s}$	6	6	10	10
Specifikus jelzetek összmennyisége	$\binom{n}{k}\binom{m}{s}$	210	420	1260	2520
Teljes jelzetkapacitás	$\binom{n}{k} + \binom{n}{k}\binom{m}{s}$	245	490	1386	2772

A függelékek táblázatai a különböző típusú jelkulcsrendszerek jelzetállományát tartalmazzák. A kizárólag nagy betűkből álló jelzetek a generikusak, a nagy és kis betűkből összetettek a specifikus jelzetek. Az n valamely értékéhez tartozó jelzetkészlet a vonatkozó négy szögű kereten belül található. Mégpedig a kereten belül levő valamennyi jelzet a rendszer állományához tartozik, tehát az n alacsonyabb értékeihez tartozó kisebb keretekben levő jelzetek is.

1. Függelék

Jelkulcsrendszerek 1 mély és 1 sekély horonyból álló jelzetekkel

$n = 7$ $n = 6$ $n = 5$ $n = 4$ $n = 3$

A	B	C	D	E	F	G
Ab	Ba	Ca	Da	Ea	Fa	Ga
Ac	Bc	Cb	Db	Eb	Fb	Gb
Ad	Bd	Cd	Dc	Ec	Fc	Gc
Ae	Be	Ce	De	Ed	Fd	Gd
Af	Bf	Cf	Df	Ef	Fe	Ge
Ag	Bg	Cg	Dg	Eg	Fg	Gf

2. Függelék

Jelkulcsrendszerek 1 mély és 2 sekély horonyból álló jelzetekkel

$n = 7$ $n = 6$ $n = 5$

A	B	C	D	E	F	G
Abc	Bac	Cab	Dab	Eab	Fab	Gab
Abd	Bad	Cad	Dac	Eac	Fac	Gac
Abe	Bae	Cae	Dae	Ead	Fad	Gad
Acd	Bcd	Cbd	Dbc	Ebc	Fbc	Gbc
Ace	Bce	Cbe	Dbe	Ebd	Fbd	Gbd
Ade	Bde	Cde	Dce	Ecd	Fcd	Gcd
Abf	Baf	Caf	Daf	Eaf	Fae	Gae
Acf	Bcf	Cbf	Dbf	Ebf	Fbe	Gbe
Adf	Bdf	Cdf	Dcf	Ecf	Fce	Gce
Aef	Bef	Cef	Def	Edf	Fde	Gde
Abg	Bag	Cag	Dag	Eag	Fag	Gaf
Acg	Bcg	Cbg	Dbg	Ebg	Fbg	Gbf
Adg	Bdg	Cdg	Dcg	Ecg	Fcg	Gcf
Aeg	Beg	Ceg	Deg	Edg	Fdg	Gdf
Afg	Bfg	Cfg	Dfg	Efg	Feg	Gef

Jelkulcsrendszerek 2 mély és 1 sekély horonyból álló jelzetekkel

$n = 7$ $n = 6$ $n = 5$ $n = 4$

AB	ABc	ABd	ABe	ABf	ABg
AC	ACb	ACd	ACe	ACf	ACg
AD	ADb	ADc	ADe	ADf	ADg
BC	BCa	BCd	BCe	BCf	BCg
BD	BDa	BDc	BDe	BDf	BDg
CD	CDa	CDb	CDe	CDf	CDg
AE	AEb	AEc	AEd	AEf	AEg
BE	BEa	BEc	BEd	BEf	BEg
CE	CEa	CEb	CEd	CEf	CEg
DE	DEa	DEb	DEc	DEf	DEg
AF	AFb	AFc	AFd	AFe	AFg
BF	BFa	BFc	BFd	BFe	BFg
CF	CFa	CFb	CFd	CFe	CFg
DF	DFa	DFb	DFc	DFe	DFg
EF	EFa	EFb	EFc	EFd	EFg
AG	AGb	AGc	AGd	AGe	AGf
BG	BGa	BGc	BGd	BGe	BGf
CG	CGa	CGb	CGd	CGe	CGf
DG	DGa	DGb	DGc	DGe	DGf
EG	EGa	EGb	EGc	EGd	EGf
FG	FGa	FGb	FGc	FGd	FGe

Jelkulcsrendszerek 2 mély és 2 sekély horonyból álló jelzetekkel

$n = 7$	$n = 6$	AB	ABcd	ABce	ABcf	ABde	ABdf	ABef	ABcg	ABdg	ABeg	ABfg
		AC	ACbd	ACbe	ACbf	ACde	ACdf	ACef	ACbg	ACdg	ACeg	ACfg
		AD	ADbc	ADbe	ADbf	ADce	ADcf	ADef	ADbg	ADcg	ADeg	ADfg
		AE	AEbc	AEbd	AEbf	AEcd	AEcf	AEdf	AEbg	AEcg	AEdg	AEfg
		AF	AFbc	AFbd	AFbe	AFcd	AFce	AFde	AFbg	AFcg	AFdg	AFeg
		BC	BCad	BCae	BCaf	BCde	BCdf	BCef	BCag	BCdg	BCeg	BCfg
		BD	BDac	BDae	BDaf	BDce	BDcf	BDef	BDag	BDcg	BDeg	BDfg
		BE	BEac	BEad	BEaf	BEcd	BEcf	BEdf	BEag	BEcg	BEdg	BEfg
		BF	BFac	BFad	BFae	BFcd	BFce	BFde	BFag	BFcg	BFdg	BFeg
		CD	CDab	CDae	CDaf	CDbe	CDbf	CDef	CDag	CDbg	CDeg	CDfg
		CE	CAab	CEad	CEaf	CEbd	CEbf	CEdf	CEag	CEbg	CEdg	CEfg
		CF	CFab	CFad	CFae	CFbd	CFbe	CFde	CFag	CFbg	CFdg	CFeg
		DE	DEab	DEac	DEaf	DEbc	DEbf	DEcf	DEag	DEbg	DEcg	DEfg
		DF	DFab	DFac	DFae	DFbc	DFbe	DFce	DFag	DFbg	DFcg	DFeg
		EF	EFab	EFac	EFad	EFbc	EFbd	EFcd	EFag	EFbg	EFcg	EFdg
		AG	AGbc	AGbd	AGbe	AGbf	AGcd	AGce	AGcf	AGde	AGdf	AGef
		BG	BGac	BGad	BGae	BGaf	BGcd	BGce	BGcf	BGde	BGdf	BGef
		CG	CGab	CGad	CGae	CGaf	CGbd	CGbe	CGbf	CGde	CGdf	CGef
		DG	DGab	DGac	DGae	DGaf	DGbc	DGbe	DGbf	DGce	DGcf	DGef
		EG	EGab	EGac	EGad	EGaf	EGbc	EGbd	EGbf	EGcd	EGcf	EGdf
		FG	FGab	FGac	FGad	FGae	FGbc	FGbd	FGbe	FGcd	FGce	FGde