

# K-STRATÉGA ÉS R-STRATÉGA VERSENGÉSE (A CIPZÁR- ÉS A TÉPŐZÁR-BIFURKÁCIÓ)

Farkas Miklós

az MTA doktora, professor emeritus, Budapesti Műszaki Egyetem, Matematikai Intézet  
Differenciálegyenletek Tanszék – fm@math.bme.hu

*K-stratégának* nevez az ökológiai irodalom egy olyan fajt, amely képes fennmaradni viszonylag alacsony környezeti fenntartóképesség ( $K$ ) mellett, és miután ilyen körülmények között gyenge az interspecifikus verseny, a születési rátája is viszonylag alacsony. Tipikus példaként az Andokban élő kondorkeselyűt szokták felhozni, amely két-három évenként rak egy tojást, és kicsinyét nagy gonddal neveli. *R-stratégának* neveznek egy olyan fajt, amely magas szaporodási rátájával ( $r$ ) igyekszik versenytársai között fennmaradni, viszont életének jelentős részét táplálkozással kénytelen tölteni. Ennek tipikus példája az üregi és a mezei nyúl. Az Ausztráliába Európából behurcolt rendkívül gyorsan szaporodó nyúl komoly versenytársa a kengurunak, amely inkább  $K$ -stratégának tekinthető.

Mintegy húsz évvel ezelőtt egy akkor sokak által vizsgált dinamikai rendszert tanulmányoztunk, amely két ragadozó faj versengését modellezte egy zsákmányfajért (Farkas, 1984, 1987). Sikertült olyan feltételeket találnunk, amelyek mellett az egyik ragadozó  $K$ , másik  $r$ -stratégának tekinthető. A rendszer egyensúlyi helyzetei egy egyenes szakaszt töltenek ki. Ha a környezeti fenntartó képesség (a zsákmányra nézve) alacsony, vagyis kevés a ragadozók tápláléka, akkor az egyenes szakasz a rendszer attraktora, és a három faj által alkotott ökológiai rendszer stabilisan fennmaradhat úgy, hogy a két ragadozó abundanciájának aránya

tetszőleges lehet. Ha elkezdjük növelni a fenntartó képességet, akkor az egyensúlyi helyzetek fokozatosan destabilizálódnak, kezdve azokkal, amelyekben a  $K$ -stratéga abundanciája nagyobb az  $r$ -stratégáénál. Meghatározott  $K$  értéknél már az összes egyensúlyi helyzet destabilizálódott, a  $K$ -stratéga kihalt, és fennmarad stabilisan az  $r$ -stratégából és a zsákmányból álló kétkomponensű rendszer. Ezt a jelenséget neveztük el *cipzár-bifurkációnak* (zip bifurcation).

Most chilei matematikusokkal a jelenséget általánosítottuk három ragadozó fajtól és egy zsákmányfajból álló, négykomponensű rendszerre. Az első ragadozó inkább  $K$ - és kevésbé  $r$ -stratéga, mint a második, ez pedig inkább  $K$ - és kevésbé  $r$ -stratéga, mint a harmadik. A rendszer egyensúlyi helyzetei egy kétdimenziós háromszög lapot töltenek ki, amely kis  $K$  értéknél a rendszer attraktora. Analóg eredményt kaptunk, mint korábban. Ha növeljük  $K$ -t, akkor fokozatosan először az első, majd a második ragadozó veszít teret, és végül, meghatározott  $K$  érték felett mindkettő kihalt, és az  $r$ -stratégából és a zsákmányból álló kétkomponensű rendszer marad fenn. Ezt a jelenséget *tépőzár-bifurkációnak* (velcro bifurcation) neveztük el.

Megjegyzem, hogy időközben ezt a jelenséget észleltük egy politológiai szituáció modellezésénél is (Farkas – Bocsó, 2003).

---

Kulcsszavak: *populációdinamika, bifurkációk, kompetitív rendszerek*

**IRODALOM**

Farkas Miklós (1984): Zip Bifurcation in a Competition Model. *Nonlinear Analysis-Theory Methods & Applications*, **8**, 1295–1309.

Farkas Miklós (1987): Competitive Exclusion by Zip Bifurcation. *In Dynamical Systems, IIASA Workshop*

*1985 Sopron. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 287. Springer, 165–178.

Farkas Miklós–Bocsó Attila (2003): Political and Economic Rationality Leads to Vetro Bifurcation. *Applied Mathematics and Computation*. **140**, 381–389.

