

alakjával. Így a Mars által elnyelt $P_{be,M}$ sugárzási teljesítmény:

$$P_{be,M} = c_{N,M} A_{n,M} \bar{a}_M, \quad (22)$$

ahol $c_{N,M}$ a napállandó a Nap–Mars-távolságban, értéke $595,48 \text{ W/m}^2$, amelyet a diákokkal érdemes kiszámoltatni, $A_{n,M}$ a Mars keresztmetszete vagy normális felülete, $\bar{a}_M = 0,75$ a marsi elnyelt sugárzási arány. Az elnyelt sugárzási teljesítménnyel egyensúlyban lévő, tehát azzal azonos nagyságú, Mars által kibocsátott $P_{ki,M}$ sugárzási teljesítmény pedig:

$$P_{ki,M} = A_M \sigma T_M^4, \quad (23)$$

itt A_M a Mars felszíne, T_M pedig a hőmérséklete. A földi minta alapján a Mars emissziós tényezőjét is 1 közelinek vesszük. Az egyenleteket megoldva: $T_M = 210 \text{ K}$ értéket kapunk. Az irodalmi 218 K -től való eltérés oka nyilvánvalóan az általunk teljesen elhanyagolt légkör hatásainak tudható be, bár az eltérés nem jelentős. Az itt felhasznált eljárást persze más bolygókra is alkalmazhatjuk.

Összefoglalás

Feketetest-sugárzás, csillagászat és egy kis környezetfizika. Ezeket a témákat sikerült érinteni mindössze az energiamegmaradás elvének felhasználásával. Kellemes felüdülés lehet a diákoknak és a tanároknak egyaránt, ha az energiamegmaradás törvényét nem min-

dig az unalomig ismételt feladatokban, illetve problémákban használjuk fel. Mindemellett egyértelműen látszik, hogy a hőmérsékleti sugárzásból kiindulva mennyi érdekes és sokrétű témába nyelhetünk betekintést, kaphatunk ízelítőt.

Azonban nem csak egyes, éppen aktuális tudományos kutatások alapjaival ismerkedhetnek meg a diákok, hanem a *fizikai modellezés*, mint a tudományos megismerési folyamat egyik legfontosabb részének logikáját, működését is magukévá tehetik.

Köszönetnyilvánítás

A projekt jelentős részét a hallei diákok végezték, nekik ez úton is szeretném a köszönetemet kifejezni. Köszönöm még Wolfgang Pannicke, a hallei diákok csillagászat tanárának, hogy segítette megtalálni a megfelelő léptéket a gyerekekkel való munkában.

Köszönettel tartozom még témavezetőmnek, *Rácz Zoltánnak*, akinek segítő munkája és motivációja nélkül e cikk nem jött volna létre.

Irodalom

1. http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/regenerative-energieversorgung/ausblick#Strahlungleistung_auf_die_Erde
2. *Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan*. Előadáskivonatok, ELTE Természettudományi Oktatásimódszertani Centrum, Budapest (2011) 295–300.
3. Bardo Diehl, Roger Erb: *Physik Oberstufe Gesamtband*. Cornelsen Verlag, Berlin, 2008.
4. <http://www.icess.ucsb.edu/modis/EMIS/html/seawater.html>
5. <http://terpconnect.umd.edu/~sliang/papers/Jin2006.emissivity.pdf>
6. <http://www.kowoma.de/gps/zusatzerklaerungen/atmosphaere.htm>
7. Szirtes Tamás: *Dimenzióanalízis és alkalmazott modellelmélet*. Typotex Kiadó, Budapest, 2006.
8. *Fizikatanítás tartalmasan és érdekesen*. Előadáskivonatok, ELTE Fizika Doktori Iskola, Budapest (2010) 281–286.

A DIÁKOK HIDROSZTATIKAI NYOMÁSSAL KAPCSOLATOS TUDÁSSZINTJE ÉS TÉVKÉPZETEI

Kuczmann Imre
Nádasi Ferenc Gimnázium, Budapest

A középiskolai fizikaoktatás ma nem terjed ki a folyadékok mechanikájára, így a diákok gondolkodása ebben a témakörben csak az általános iskola hetedik évfolyamában megszerzett ismeretekre támaszkodik. Az említett évfolyamban szó van a nyomás fogalmáról, a hidrosztatikai nyomás kiszámításának módjáról, Pascal törvényéről, a közlekedőedények elvéről, Arkhimédész törvényéről, a kapilláris jelenségekről, de a tananyag bevezető jellege miatt a diákok nem foglalkoznak az áramló közegek mechanikájával. Később, a középiskolában használják a nyomás fogalmát a gázok tanulmányozásakor, de a szűkre szabott órakeret miatt ott sem kerül sor a hidrodinamikára, sőt a hidrosztatikai ismeretek megerősítésére sem. A diákok nem találkoznak a kontinuitási egyenlettel és a Bernoulli-egyenlettel, ezekre esetleg csak egy kiegészítő képzési forma keretén belül, vagy az osztály szakosított jellege miatt kerül sor.

Egy középiskolában végzett felmérés alkalmat nyújt, hogy megítéljük, milyen mértékben szereztek a diákok maradandó hidrosztatikai ismereteket, és arra is, hogy megvizsgáljuk, mennyire volt hatékony az oktatás a nyomással kapcsolatos tévképzetek leküzdésében.

Tévképzeteknek az olyan hibás elképzeléseket nevezzük, amelyek valamilyen tapasztalat, előismeret vagy logikai művelet kapcsán látszanak helyesnek, a valóságot azonban nem tükrözik. Gondoljunk például arra a „tapasztalatra”, hogy egy papírlap lassabban szokott leesni az asztalról, mint egy pohár. Ez a megfigyelés látszólag alátámaszthatja azt az elképzelést, hogy a nehezebb tárgyak nagyobb sebességgel esnek a földre. Ez viszont csak egy tévképzet. A tévképzetek makacsul tartják magukat az oktatás ellenére is, és éppen a felszínes tapasztalat alapozza meg létüket, vagy teszi nehezzé a leküzdésüket. Egy idő után akár vissza is térhetnek.

1. táblázat

A diákok eredményességének évfolyamonkénti átlaga		
	<i>a jó feleletek átlagos száma</i>	<i>megválaszolatlan feladatok átlagos száma</i>
12. évf.	7	0,6
11. évf.	3,04	2
10. évf.	3,74	1,16
9. évf.	3,67	1,16

Az iskolai tévképzetekkel a szakirodalom részletesen foglalkozik, igyekszik a jellegzetességeiket több szempontból is megvilágítani [1, 2]. Természetükből kifolyólag a cáfolatuk leghatékonyabb módja a kísérletezés, illetve a jelenségek lényegi vonásának hatékony kiemelése. A siker előfeltétele az, hogy egy adott témakör magyarázata során legalább számoljunk az előfordulásukkal.

Az alábbi elemzés három budapesti gimnázium diákjai körében végzett felmérés eredményeiből indul ki. A felmérésben 186 diák vett részt a kilencedik, tizedik és tizenegyedik évfolyamból. A feladatlapok 14 szituációt tartalmaztak, amelyek a folyadékokban vagy gázokban fellépő nyomásra vonatkoztak. A diákoknak főleg a különböző pontokban fellépő nyomásokat kellett összehasonlítaniuk. A tizenkettedik évfolyamból bekapcsoltak száma elenyésző volt (5 diák, de éppen egy specializált osztályból). A bekapcsolt diákok körében nem vonhatunk le következtetést arra nézve, hogy van-e összefüggés a sikeresség és az évfolyam közt. Ezt a helyes válaszok statisztikája mutatja az 1. táblázatban.

A feladatokat egy egyszerű ábra és egy rövid leírás mutatta be. A válaszadás egy tanítási órán keresztül zajlott. Indoklásokat azért kértünk, hogy fény derüljön a diákok gondolkodási formáira is. Ez sok szempontból tanulságos és lehetőséget ad a tananyag átadásának hatékonyabb szervezésére is [3].

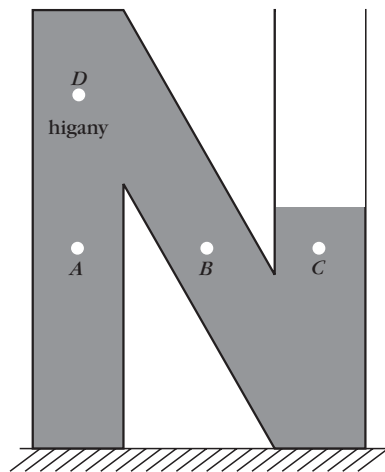
Az első 9 szituáció a hidrosztatika kérdéskörére, további 5 a hidrodinamika tipikus ismereteire (a Bernoulli-egyenlettel kapcsolatos ismeretekre) vonatkozott. A hidrosztatikai kérdések közül több egy külföldi vizsgálat kérdései közül való [3]. Mivel a folyadékok és gázok áramlása általában a középiskolában sem tananyag, a hidrodinamikai rész csak azt mutatta, hogy miként próbálják a diákok a jelenségeket megérteni szakszerű fizikai ismeretek hiányában.

A kapott válaszok értékelése

1. feladat

Az „N” alakú edényben lévő higany a *C* pont felett kapcsolatban van a külső nyomással (1. ábra). A cél a megjelölt pontokban fellépő nyomások összehasonlítása [3].

A feladatlapot megoldó 186 diák közül csak 26 látta be helyesen, hogy az *A*, *B* és *C* pontokban a



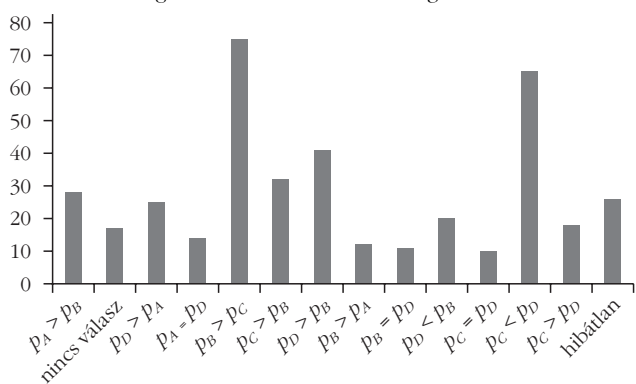
1. ábra. Higany az „N” alakú edényben.

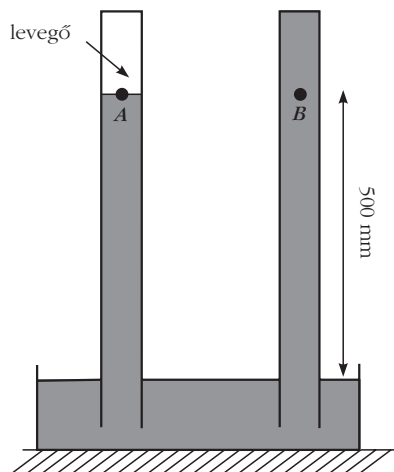
nyomás azonos, a *D* pontban pedig kisebb (az *AD* szintkülönbségnek megfelelően). A megállapítást a feladatlapban a $p_A = p_B = p_C > p_D$ felírással lehetett lejegyezni (hasonlóan a többi feladatnál is). A válaszközből kiolvasható állítások eloszlását az 1. diagram mutatja.

A diagram tükrözi a szituációval kapcsolatos nagyfokú bizonytalanságot és egyértelműen arról tanúskodik, hogy a diákok nehezen alkalmazzák a hidrosztatikai nyomással kapcsolatos ismereteiket. Nyilván zavaróan hatott az, hogy a *D* pont fölött hosszabb a higanyoszlop, mint a *C* pont fölött, és a diákok bizonyára azt sem érzékelték, hogy a szituációnak a Torricelli-féle kísérlethez is köze van. A kapott indoklások arra utalnak, hogy a higany szabad felszínére ható külső légnyomással vagy nem számolnak (ezt mutatja a $p_B > p_C$ válaszok kiugróan magas száma), vagy kétféleképpen is rosszul számolnak: van, aki úgy gondolja, hogy minél közelebb van a kérdéses pont a szabad felszínhez, annál nagyobb a nyomás (ezt mutatják a $p_D > p_A$ válaszok), és van, aki éppen fordítva ($p_B < p_D$). Ez az indoklásokban is megjelenik. A válaszok Pascal törvényének hiányos ismeretéről is tanúskodnak.

A legjellegzetesebb indokok a következők voltak: $p_C < p_B < p_D$ „mert a légnyomás az *A* pont felé sűríti a higanyt”; $p_C < p_B < p_D < p_A$, mert „*A*-t csak a higany és a légnyomás befolyásolja, *C*-t pedig csak a lég-

1. diagram az 1. feladatra adott megoldásokról.





2. ábra. A Torricelli-féle kísérlet részletezése.

nyomás. A $p_C > p_B = p_A > p_D$ állítás indoklása az volt, hogy a C-t felfelé nyomja a higany és visszatartja a légnymós, de a D-n „csak a higany súlya, ami rajta van”. Más esetben $p_A = p_B > p_D < p_C$, „mert csak C-re hat a külső nyomás”. Egy helyen a $p_A < p_D < p_B < p_C$ válasz szerepelt azzal az indokkal, hogy „C-ben a legnagyobb a nyomás mert az van a legközelebb a légnymóshoz”. A diákok ennél a feladtnál és számos továbbiánál is sok esetben indoklás nélkül választottak.

2. feladat

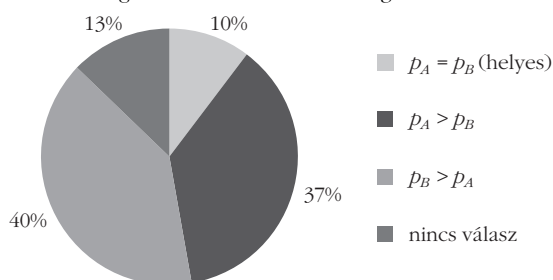
A feladat az előzőtől csak annyiban különbözött, hogy a C pont fölött rövidített szár volt, és meg kellett ítélni, kifolyik-e a higany, ha a külső légnymós a nullára csökkentjük. A kérdésre a diákok 53%-a helyes választ adott, de a helytelen válaszok (38%) indokaiból érdemes néhányat megemlíteni: „nem folyik ki, mert nem erőlködik vákuum létrehozásával”; „nem folyik ki, mert nincs nyomás”; „nem folyik ki, mert ugyanúgy tapad az edény falához”; „nem folyik ki, mert a gravitáció marad”; nem folyik ki, „mert szívóhatás ébred, ami bent tartja”. Volt, aki egyszerűen arra az álláspontra helyezkedett, hogy „nem a levegő tartja az edényben a higanyt”.

3. feladat

Ez egyike volt a nehezebb feladatoknak, a Torricelli-féle kísérlethez kapcsolódott (2. ábra).

Az egyik zárt üvegcső végében levegő van, és ismert az A ponttal egy magasságban lévő B pont helyzete a külső higanyszinthez képest (500 mm). Össze

2. diagram a 3. feladatra adott megoldásokról.



kellett hasonlítani az A és B pontban fellépő nyomásokat [3]. A kapott eredményeket a 2. diagram tartalmazza.

A helyes választ meg lehetett indokolni azzal, hogy azonos folyadékban azonos magasságokban egyenlők a nyomások.

A helytelen válaszok néhány indoka: „ $p_A > p_B$, mert a levegő nyomást fejt ki a higanyra”; „ $p_A < p_B$, mert a levegő súlya kisebb a higanynál”; „ $p_B > p_A$, mert a B fölött lévő higany is nyomást fejt ki”; „ $p_A < p_B$, mivel a higanynak nagyobb a tömege”; „ $p_A > p_B$, mert a higany összenyomja azt a levegőt, ami a bal oldali csőben van”; „ $p_A > p_B$, mivel a levegő nyomást fejt ki a higanyra felülről”; „A-ban nagyobb a nyomás, mert a levegő kiszorítja a higanyt, nem engedi föl”.

A feladatban két gondolat versenghetett: a bezárt levegő összenyomódik, mert a higanyoszlop a külső légnymós miatt összenyomja (de csak a 760–500 Hgmm-nek megfelelő nyomásig nyomhatja össze), illetve a bezárt levegőt tágtítja a súlyánál fogva lefelé igyekvő higany (de ennek és a bezárt levegő nyomásának áll ellen a külső légnymós).

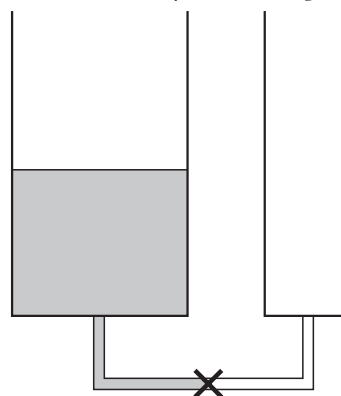
A 4. és 5. feladat

jellemzését és a kapott válaszokat terjedelmi okoknál fogva nem közöljük.

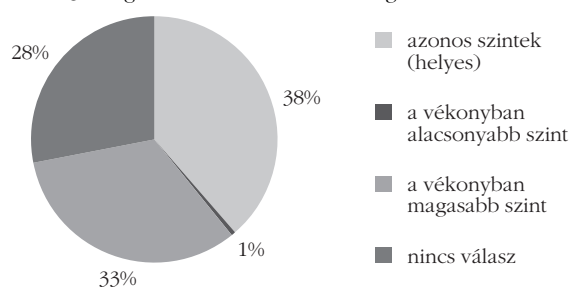
6. feladat

A diákok az ábrán két henger alakú edényt láttak, amelyek egymás mellett helyezkednek el és alul egy elzárható gumicsővel vannak összekötve. A nagyobb henger átmérője kétszer akkora, mint a kisebb hengeré (3. ábra). Azt kellett megítélni, mi történik, ha a gumicső szorítását eltávolítjuk.

3. ábra. Közlekedőedények elzárható gumicsővel.



3. diagram a 6. feladatra adott megoldásokhoz.



A megoldásnak fontos eleme a hidrosztatikai nyomás „mélységtől való függésének” biztos ismerete. Ebben a feladatban jól tükröződik az, hogy kisebb bonyodalmak is összezavarhatják az ismereteket. Kiderül, hogy a diákok jelentős része nincs tisztában azzal, hogy a hidrosztatikai nyomás nem a folyadék-tömeg nagyságával, hanem a folyadékoszlop magasságával függ össze. Erre az összefüggésre a *hidrosztatikai paradoxon* címszó alatt szokás rámutatni. A válaszokat a 3. *diagram* szemlélteti.

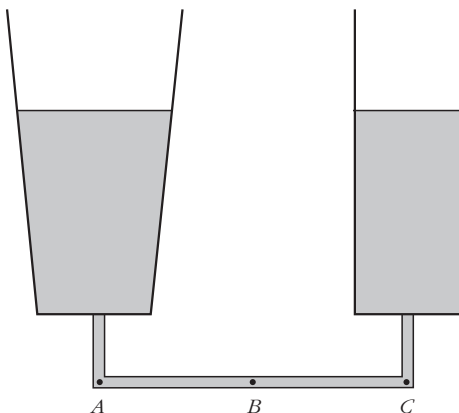
Erről az egyszerű szituációról igen sok diák (52) egyáltalán nem alkotott véleményt, 72 diák ítélte meg helyesen, hogy a folyadékszintek ki fognak egyenlítődni (a közlekedőedények elvének megfelelően). Viszont közel ugyanennyi, 61 diák jutott arra a következtetésre, hogy a vékonyabb hengerben magasabb lesz a vízszint, főleg azon téves szempontokra hivatkozva, hogy a két edényben a folyadékmennyiségeknek kell megegyezniük. Ez azzal a tévképzettel függ össze, hogy a nyomás a folyadék mennyiségétől függ. Érdekes, hogy a feladatsorban a nyomás elképzelt függése a henger átmérőjétől kétféle módon is megnyilvánult: a diákok egy része a nyomást a vékonyabb csőben gondolja nagyobbának, „mert ott szűkebb helyre szorul a folyadék”, mások a vastagabb csőben tartják a nyomást nagyobbának, „mert ott nagyobb a folyadék mennyisége”. További jellegzetes válaszok: „a két szárba egyenlő mennyiségű folyadék kerül”; „kiegyenlítődik a két henger alakú edényben a nyomás, ezért a szűkebb hengerben magasabb lesz a vízszint”.

7. feladat

Ez a feladat újra a hidrosztatikai paradoxont és a közlekedőedények elvét célozza (4. *ábra*). A két edényben azonos volt a folyadékszint, a nyomásokat az alsó összekötő cső három pontjában kellett összehasonlítani.

A kérdést a helyes $p_A = p_B = p_C$ állítással 48 diák (26%) válaszolta meg. A többiek válaszait három fő csoportba lehetett sorolni: voltak, akik azt hitték, hogy a nyomás a nagyobb edény alatt a legnagyobb (35 diák – 19%), voltak, akik azt hitték, hogy a nyomás közepén a legnagyobb (41 diák – 22%) és voltak, akik azt hitték, hogy a nyomás közepén a legki-

4. *ábra*. Hidrosztatikai paradoxon.

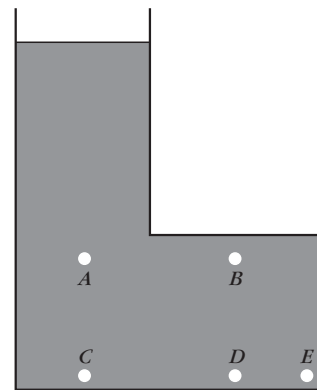


sebb (46 diák – 25%), 27 diák nem adott választ. Akik úgy gondolták, hogy a nyomás közepén a legnagyobb, a válaszokból ítélve azt hitték, hogy közepén a jobbról és balról érkező nyomások összeadódnak. Elmondható, hogy a diákok nem vették figyelembe Pascal törvényét.

Néhány jellemző hibás válasz: $p_A > p_B > p_C$ „mert az A felett nagy a víztömeg”; $p_B > p_A > p_C$ „mert B-t mindkét oldalról jobban nyomja a víz, A fölött több víz van, mint C fölött”; $p_A > p_B > p_C$ „mert a bal oldali edényben a folyadéknak nagyobb a felülete, így arra nagyobb nyomás hat”; $p_A > p_C > p_B$ „mert A-ra nehezedik a legtöbb folyadék”; $p_A = p_C < p_B$ „mert B-t mindkét tartály nyomja, p_A és p_C pedig egyenlő, mert csak a fölöttük lévő folyadék súlya számít”.

8. feladat

Egy „L” alakú edényben [3] kellett megítélni a nyomásviszonyokat (5. *ábra*).



5. *ábra*. Higanyszint az „L” alakú edényben.

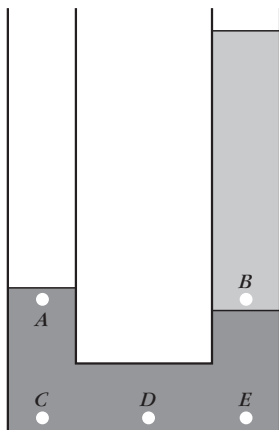
Itt sok diák helytelen összehasonlításokat kevert helyesekkel. Sokan úgy gondolkodtak, mintha a D és E pontok fölött kisebb higanyoszlop lenne, mint az A és C fölött, és mintha jobbra haladva is egyre nagyobb lenne a nyomás. A feladatot csak 57 diák oldotta meg helyesen (31%), 20 diák nem adott választ.

Néhány jellegzetes állítás: $p_E > p_D > p_B > p_C > p_A$ „mert a higany a tálca legvégére akar jutni, tehát ott lesz a legnagyobb a nyomás”; $p_C > p_A > p_D = p_E > p_B$ „mert, ha a higany szempontjából nézzük, akkor C felett van a legtöbb, majd A felett, aztán D, E felett, majd B felett”; $p_A < p_B = p_C < p_D < p_E$ „mert átmegy a nyomás oldalirányba”; $p_B < p_A < p_D = p_E < p_C$ „mert csak a fölöttük lévő folyadék számít”.

9. feladat

A feladat a többihez képest nehezebb volt. Egy „U” alakú csőben alul higany van, az egyik szárban pedig vízoszlop van a higany fölött (6. *ábra*). Az A és B pontok egy magasságban vannak. Itt, illetve a C, D és E pontokban kellett összehasonlítani a nyomásokat.

Az A és B pontokban a nyomásokat 73 diák hasonlította össze helyesen, *de helyes indok nélkül*. Észre kellett venni, hogy ha az A és B pontok egy magasságban vannak, akkor bárhová tesszük őket a jobb oldali higanyszint felett, mindenütt $p_B > p_A$ lesz a hely-



6. ábra. Higany és víz az „U” alakú csőben.

zet (a nyomás a higany és víz találkozási szintje fölött felfelé haladva a bal oldali szárban gyorsabban csökken, mint a jobb oldalon). Olyan elv az A , B pont esetében nem alkalmazható, hogy azonos magasságokban azonos a nyomás, mert különböző sűrűségű folyadékokról van szó. Az A és B pontokra vonatkozó eredményeket a 4. diagram mutatja. A helyes $p_C = p_D = p_E$ választ 57 diák adta meg, 50 nem válaszolt a feladatra.

Néhány téves indoklás: $p_A = p_B$, „mert egy magasságban vannak”; $p_A = p_B$, „különbön felborulna az egyensúly”; $p_A = p_B$, mert „ha beállt a rendszer egyensúlya, akkor az azonos magasságban lévő pontok nyomása egyenlő”; $p_A > p_B$, „mert a higany nyomása nagyobb”.

10. feladat

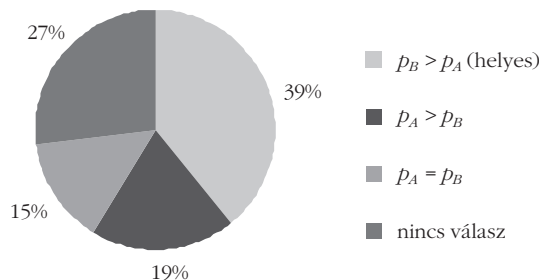
A feladatban azt kellett megítélni, hogy milyen a nyomás állandósult áramlás esetén a vízszintes cső szűkületében (B pont) a vastagabb részben (A pont) található nyomáshoz képest (7. ábra).



7. ábra. Folyadék áramlása a szűkülő csőben.

A középiskolában az áramlások dinamikája többnyire nem tananyag, így ennek a feladatnak az eredményeit csak illusztrációképpen érdemes megemlíteni. A többi hidrodinamikai feladat is azt tükrözte, hogy a diákok a Bernoulli-egyenlet hiányában számos helyzetre nem találhatnak magyarázatot. Ezek gyakran kísérletileg is könnyen vizsgálható problémák. Helytelen választ 134 diák adott, a $p_A > p_B$ összefüggésre csak 21 diák gondolt. A válaszok nagy mértékben tükrözték azt a téves elképzelést, hogy a szűkebb csőben nagyobb a nyomás. A teljes statisztikát az 5. diagram mutatja.

Az indoklások: „mert a szűkülés után a részecskék összenyomódnak”; „mert ugyanannyi víz van kisebb térfogatban”; „mivel a szűkebb helyen nagyobb erővel kell mennie a víznek a sebesség tartásához”; „mert a nyomás függ a rendelkezésre álló helytől”; „ $p_B > p_A$ mert az A -ban és a B -ben az erő ugyanaz, de a felület



4. diagram a 9. feladatra adott megoldásokról.

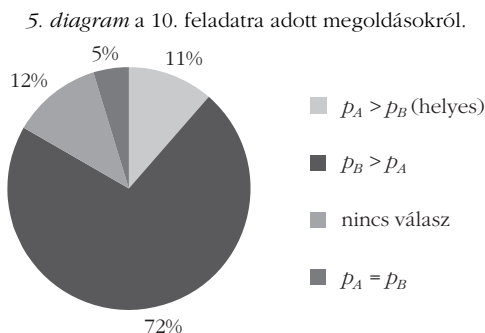
nem”. Volt, aki $p_B < p_A$ választ adott, de olyan indokkal, hogy „a B -be kevesebb víz tud bejutni”, vagy „mert kevesebb a víz a csőben, így kisebb a nyomás”. A diákok becsülettel küzdöttek a problémával, szinte mindenre gondoltak.

Összefoglalás

A feladatlap kitöltése során kapott válaszok és indokok jól mutatják a diákok gondolkodásmódját. Látható, hogy a diákok egyes esetekben figyelmen kívül hagyják a hidrosztatikai nyomás képletét, a közlekedőedények elvét és a Pascal-törvényt. Ez egyrészt az adott ismeretek hiányos meglétéről tanúskodik, másrészt arról, hogy ezek az ismeretek összetettebb helyzetekben bizonyos szempontból „egymásra vannak utalva”. Ha nem építjük ki elég alaposan a köztük meglévő összefüggéseket, akkor bizonyos körülmények közt használhatatlannak bizonyulnak. Ilyenkor közülük bármelyik viselkedhet gyenge láncszemként. Indokolt egy olyan következtetés, hogy a szorosan összefüggő ismereteket tudatosan egységet képező rendszerként kell megtanítanunk, mert a részismertetek csak így válnak maradandó, összetettebb helyzetben is hasznosítható tudássá. Összetettebb feladatok megtárgyalása (például a hidraulikus emelő működési elve) hasznos eszköz lehet az ismeretek biztosabbá tételére. Ez viszont megfelelő időkeretet is igényel.

Irodalom

- Robert S. Shaw: Students Misconceptions. *Am. J. Phys.* 11 (1943) 227–228.
- John Clement: Students' preconceptions in introductory mechanics. *Am. J. Phys.* 50 (1982) 66–71.
- M. E. Loverude, P. R. L. Heron, C. H. Kautz: Identifying and addressing student difficulties with hydrostatic pressure. *Am. J. Phys.* 78 (2010) 75–85.



5. diagram a 10. feladatra adott megoldásokról.