

## Economic growth under the threat of terrorism

**ISTVÁN BESSENYEI**

The paper examines the effects of the increasing threat of terrorism – as an exogenous phenomenon – upon economic growth within the framework of Solow's (1956) neoclassical growth model. One of these effects is the necessity to increase security spending. Another effect can be captured by a negative technological shock. We demonstrate that the increase of terrorism threat results in a lower economic growth rate. Moreover, if the elasticity of substitution between capital and labour is less than unity, the economy can take on an equilibrium growth path leading to collapse. We also demonstrate that in case of increasing terrorism threat the Solow-model can bifurcate: more than one equilibrium growth paths can be formed and e.g. a migration shock can lead the economy to a low level equilibrium growth path.

**Keywords:** terrorism, tax revenue, security spending.

**JEL codes:** D74, H20, H56.

# Gazdasági növekedés az erősödő terrorfenyegetettség árnyékában<sup>1</sup>

**BESSENYEI ISTVÁN<sup>2</sup>**

A tanulmány Solow (1956) neoklasszikus növekedési modelljének keretei között vizsgálja az exogén adottságként feltételezett erősödő terrorfenyegetettség gazdasági növekedésre gyakorolt hatását. Ezek egyike a biztonsági kiadások növelésének szükségessége. A másik következmény egy negatív technológiai sokk révén ragadható meg. Megmutatjuk, hogy a terrorfenyegetettség növekedése nem csak a gazdaság növekedési ütemének csökkenését eredményezi, de a tőke és munka közti helyettesítés egységnyinél kisebb rugalmassága esetén egy összeomlás felé tartó egyensúlyi növekedési pályára juttathatja a gazdaságot. Továbbá arra is rávilágítunk, hogy a terrorfenyegetettség erősödésével Solow modellje bifurkál: több egyensúlyi növekedési pálya alakulhat ki, és például egy migrációs sokk az alacsony szintű egyensúlyi növekedési pályára juttathatja a gazdaságot.

**Kulcsszavak:** terrorizmus, adóbevételek, biztonsági kiadások.

**JEL kódok:** D74, H20, H56.

## Bevezetés

Az utóbbi időben egyre több terrorcselekményt hajtanak végre, és a terrorizmus ma már a fejlett piacgazdaságokban is mindinkább jelen van. Choi (2014) cikke szerint a jól működő, gyors és kiegyensúlyozott növekedést mutató piacgazdaságok sem feltétlenül védettek a szaporodó terrortámadásokkal szemben. Ezek ugyanis, bár gazdasági erejüknél fogva képesek potenciális célpontjaik fokozottabb védelmére, nagyobb mértékben vannak kitéve öngyilkos merénylők támadásának. E támadások pedig különösen alkalmasak a gazdaság szereplői közti bizalom aláásására, torzítva ezáltal az intratemporális és intertemporális döntéseket.

---

<sup>1</sup> Jelen tudományos közleményt a szerző a Pécsi Tudományegyetem alapításának 650. évfordulója emlékének szenteli.

<sup>2</sup> PhD, egyetemi docens, Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, e-mail: [essenyei@ktk.pte.hu](mailto:essenyei@ktk.pte.hu).

A Moody's (2015) jelentése szerint a terrorcselekmények a GDP visszaesését okozhatják: a terrorizmus által legjobban érintett tíz ország 2013-as GDP-je a támadások következtében átlagosan 0,51–0,8%-kal csökkent, a beruházások visszaesése pedig 1,3–2,1%. Továbbá egyetlen terrorakció is hosszú éveken át befolyásolhatja a gazdaság teljesítményét. Ugyanakkor Meierriels és Gries (2013) tanulmánya szerint a terrorizmus gazdasági növekedésre gyakorolt hatása térben is és időben is eltérő.

Tanulmányunk az eltérés okaira keresi a választ Solow (1956) neoklasszikus növekedési modelljének felhasználásával. Az elméleti keret megválasztását elsősorban az a tény motiválta, hogy a kezdeti kritikák<sup>3</sup> után Solow modellje mind elfogadottabbá vált, s például Williamson (2009) szerint ma már ez a modern növekedélmélet leggyakrabban alkalmazott modellkerete.

### **Szakirodalmi áttekintés**

A terrorizmus gazdasági növekedésre gyakorolt hatását vizsgálva már Abadie és Gardeazabal (2003) cikke rámutatott, hogy az 1970-es években a baszkföldi terrorizmus az egy főre eső GDP 10%-os csökkenését eredményezte. Az időközben bekövetkezett fejlemények azonban szükségessé tették a hazai és transznacionális terrorizmus megkülönböztetését. Ezt teszi például Enders és társainak (2016) tanulmánya. Hazai terrorizmus esetén mind az áldozatok, mind pedig az elkövetők a terrortámadás helyszínéül szolgáló ország polgárai. Ellenkező esetben transznacionális terrorizmusról van szó. Piazza (2011, 2013) tanulmányai szerint a hazai terrorizmus háttérben többnyire a gazdasági élet területén elszenvedett sérelmek állnak. Ugyanakkor Choi (2014) eredményei nem támasztják alá azt a vélekedést, mely szerint a növekvő jövedelmi és vagyoni egyenlőtlenségek feltétlenül a terrorizmus

---

<sup>3</sup> Ezeket bővebben tárgyalja Bessenyei (1995), ahol a modell részletes ismertetése is megtalálható. Elegendő itt annyit megjegyezni, hogy a kritikák elsősorban a modell alapjául szolgáló neoklasszikus elveket bírálták. Ezek szerint a gazdaságban nincsenek kihasználatlan termelési kapacitások, továbbá minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik.

---

erősödését eredményeznék. A transznacionális terrorizmus okaként Savan és Phillips (2009) cikke a gazdag demokráciák politikai döntéseiből fakadó sérelmeket jelöli meg. A migrációs folyamatok felerősödése következtében azonban a hazai és transznacionális terrorizmus közti határ mindinkább elmosódik, ezért ettől a megkülönböztetéstől a továbbiakban eltekintünk. Tesszük ezt azért is, mert vizsgálódásaink szempontjából a terrorizmus legfontosabb jellegzetessége annak hazai vagy nemzetközi jellegétől függetlenül az, hogy a vele szemben történő hatékony fellépés erőforrásokat igényel. Ez nemcsak a biztonsági kiadások növelésének szükségessége miatt van így, hanem azért is, mert mint arra már Johnston és Nedelescu (2005) tanulmánya felhívta a figyelmet, a terrortámadások hosszabb távon mind a fogyasztók, mind pedig a befektetők bizalmát aláássák. Ezt a megállapítást támasztja alá Shazad és társainak (2016) cikke is, mely szerint a terrorizmus negatívan hat a működőtőke beáramlására. A bizalom alacsonyabb szintje miatt szükségessé váló szigorúbb biztonsági rendszabályok növelik a tranzakciós költségeket, ezáltal csökkentve a termelékenységet. Ugyanakkor a szigorúbb biztonsági intézkedések fenntartásának erőforrásigénye sem elhanyagolható: Lai (2007) szerint az adóbevételek elégtelen szintje lehetetlenné teszi a terrorizmus ellen történő hatékony fellépést. Gaibullov és Sandler (2008) pedig kimutatták, hogy a terrorista akciók az európai országokban a kormányzati kiadások növekedéséhez vezetnek. Gupta és társai (2004) szerint a fegyveres konfliktusok és a terrorizmus szintén a védelmi ráfordítások nagyobb hányadát eredményezik a kormányzati kiadásokban. Ez azonban a termelékenység növelését elősegítő ágazatok háttérbe szorulásához vezetve visszafogja a gazdaság növekedését. Hasonló eredményre jut Cevik és Ricco (2015) tanulmánya, nem hagyva figyelmen kívül, hogy miközben oktatásra és egészségügyre kevesebb jut, a megerősödő rend és törvényesség pozitívan hat a gazdasági növekedésre.

Mindezek alapján úgy tűnik, hogy az erősödő terrorizmus gazdasági növekedésre gyakorolt hatása kettős. Egyrészt növeli a kormányzati kiadások méretét és módosítja azok szerkezetét, másrészt a biztonsági rendszabályok bevezetése a tranzakciós és kommunikációs költségeket

---

növeli, ezáltal csökkentve a termelékenységet. A tanulmány e két hatást egymástól elkülönítve vizsgálja, exogén adottságnak tekintve a terrorfenyegetettség szintjét. Az ennek során alkalmazott matematikai apparátust igyekszünk a lehető legegyszerűbb szinten tartani, ezért ahol csak lehetséges, a kibontakozó folyamatokat arra alkalmas ábrákon mutatjuk be.

### A növekvő biztonsági kiadások következményei

A fentebb idézett cikkek szerint tehát a terrorfenyegetettség erősödése a biztonsági kiadások növelését teszi szükségessé. Korábban e biztonsági kiadások alacsony szinten tartását egyrészt a második világháborút követően létrejött katonai szövetségek, másrészt a köztük megkötött egyezmények tették lehetővé. Ezek a szövetségek és egyezmények azonban nem alkalmasak a terrortámadások megelőzésére, így szükségessé válik a biztonsági kiadások növelése. Feltesszük, hogy e kiadások a gazdaság méretével egyenesen arányosak:  $\beta \cdot Y$ , ahol  $Y$  az összkibocsátás. A terrorveszély erősödése a  $\beta$  paraméter magasabb értékeként jelenik meg a modellben. Solow nyomán feltesszük, hogy az  $s$  megtakarítási hányad konstans, így a tőke mozgásegyenlete:

$$\dot{K} = s \cdot Y - \delta \cdot K - \beta \cdot Y, \quad (1)$$

ahol  $K$  a termelés rendelkezésére álló tőke mennyisége, a változó fölötti pont pedig annak idő szerint vett deriváltját jelöli.  $\delta$  az amortizációs ráta. A fenti egyenlet úgy értelmezhető, hogy a megtakarítások egy része az amortizációs veszteségeket pótolja, másik része a biztonsági kiadásokat finanszírozza,  $s$  csak a maradék vehető számba a nettó beruházások forrásaként. Ez a maradék azonban negatív is lehet, ekkor az amortizációs pótlások végrehajtására sem marad elegendő forrás, s ilyenkor a tőkeállomány csökken.

A növekvő biztonsági kiadások problémáját célszerű exogén technikai haladás feltételezése mellett vizsgálni. Ismert például Acemoglu (2009) munkájából, hogy állandó ütemű növekedés csakis munkanövelő exogén technikai haladás esetén lehetséges. Ekkor a termelési technológia az alábbi függvényvel írható le:

$$Y = F(K, e^{mt} L) = F(K, \bar{L}),$$

ahol  $K$  a termelésben felhasznált tőke,  $L$  pedig a felhasznált munka mennyisége. E változók maguk is az idő függvényei, ezt azonban az egyszerűbb írásmód érdekében nem jelöljük;  $m$  a technikai haladás exogén konstans rátája, a  $t$  folytonos változó pedig az idő. Technikai haladás hiányában  $m = 0$ . A hatékony munka  $\bar{L} = e^{mt} L$  jelölését csupán az egyszerűbb írásmód érdekében vezettük be. Feltesszük, hogy az  $F$  függvény  $K$ -ban és  $\bar{L}$ -ban lineárisan homogén, ekkor a termelési technológia leírása során az alábbi intenzív formára térhetünk át:

$$\bar{y} = \frac{Y}{L} = f\left(\frac{K}{L}\right) = f(\bar{k}).$$

A fenti, intenzív termelési függvény jelentősége nem csupán abban áll, hogy a kétváltozós formáról sikerült egy egyváltozós alakra áttérni, hanem abban is, hogy egyensúlyi növekedési pályán mind az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás ( $\bar{y}$ ), mind pedig a hatékony tőkeintenzitás ( $\bar{k}$ ) konstans.

Feltesszük, hogy a népesség növekedési üteme,  $n$  szintén exogén konstans. Ekkor a munka mozgásegyenlete:  $\dot{L} = nL$ , a hatékony munka mozgásegyenlete  $\dot{\bar{L}} = (m + n)\bar{L}$ , a hatékony tőkeintenzitás mozgásegyenlete pedig:  $\dot{\bar{k}} = \frac{\dot{K}}{L} - (m + n)\bar{k}$ . Behelyettesítve ide a tőke (1) mozgásegyenletét, a modell alapegyenletét kapjuk:

$$\dot{\bar{k}} = (s - \beta) \cdot f(\bar{k}) - (m + n + \delta) \cdot \bar{k}. \quad (2)$$

Solow modelljének az irodalomban szokásosan felírt alapegyenlete a hatékony tőkeintenzitás (2) mozgásegyenletének annyiban speciális esete, hogy a közismert formulában  $\beta = 0$ .

A kérdés ezek után az, hogy létezik-e a hatékony tőkeintenzitásnak olyan pozitív értéke, mely esetén a gazdaság egyensúlyi növekedési pályán van, azaz a (2) egyenlet jobb oldalán álló kifejezés értéke zérus. Ha ilyen  $\bar{k}$  létezik, az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciája biztosított. Ha csupán egyetlen ilyen  $\bar{k}$  létezik, az egyensúlyi növekedési pálya unicitása is fennáll. További kérdés, hogy amennyiben valamilyen exogén sokk a gazdaságot az egyensúlyi növekedési pályáról kitéríti, akkor a (2) mozgásegyenlet biztosítja-e a visszatérést az elhagyott egyensúlyi

növekedési pályára? Ha igen, az egyensúlyi növekedési pályát stabilnak nevezzük. A cikk későbbi részében olyan eseteket mutatunk be, amikor a terrorfenyegetettség erősödése az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciáját, unicitását, illetve stabilitását veszélyezteti. Célszerűbb azonban vizsgálódásainkat azzal az esettel kezdeni, amikor ilyen nehézségek nem merülnek fel. Ennek érdekében feltételezzük, hogy az intenzív termelési függvény jól viselkedő, azaz kielégíti az alábbi feltételeket:

1.  $f'(\bar{k}) > 0$ , tehát a tőke határtermelékenysége pozitív;
2.  $f''(\bar{k}) < 0$ , tehát a tőke határtermelékenysége csökkenő;
3.  $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ , tehát a tőke határtermelékenysége a hatékony tőkeintenzitás növekedésével nullához tart;

intenzitás növekedésével nullához tart;

4.  $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$ , tehát a tőke határtermelékenysége tetszőlegesen nagy lehet;

5.  $f(0) = 0$ , tehát a tőke nélkülözhetetlen a kibocsátáshoz;

6.  $\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \infty$ , tehát az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás felülről nem korlátos.

A fenti hat feltétel egyik következménye a tőke csökkenő hozadéka, vagyis az, hogy a tőke parciális termelési rugalmassága 0 és 1 közé esik. E feltételeket kielégíti például az  $Y = AK^\alpha \bar{L}^{1-\alpha}$ , Cobb-Douglas típusú termelési függvény, ha  $0 < \alpha < 1$ . Mint említettük, dinamikus egyensúlyban a hatékony tőkeintenzitás konstans, azaz  $\dot{\bar{k}} = 0$ . Ekkor a (2) differenciálegyenlet szerint:

$$(s - \beta) \cdot f(\bar{k}) = (m + n + \delta) \cdot \bar{k}, \quad (3)$$

ami az egyensúlyi növekedési pálya, azaz a hosszú távú egyensúly feltétele.  $m + n + \delta > 0$  miatt a jobb oldalon álló kifejezés pozitív, ami  $s > \beta$  teljesülését teszi szükségessé.

Megjegyzendő, hogy  $s = \beta$  esetén  $\hat{k} = -(m + n + \delta)$ , ahol a változó fölé írt kalap annak növekedési rátáját jelöli. Ezek szerint a hatékony tőkeintenzitás amortizációs rátája  $m + n + \delta$ . Azt kaptuk tehát, hogy hosszú távú egyensúlyban a megtakarításoknak a hatékony tőkeintenzitás amortizációs pótlásán felül a biztonsági kiadásokat is fedezniük kell. Ha pedig nincs egyensúlyi növekedési pályán a gazdaság, akkor a megtakarításnak még az egyensúlyi pálya eléréséhez szükséges beruházásokat is

fedezniük kell. Ez az utóbbi tétel azonban negatív is lehet, amennyiben a hatékony tőkeintenzitás aktuális nagysága az egyensúlyi értéket meghaladja. Solow modelljének alapegyenlete tehát, az (1) differenciálegyenlethez hasonlóan, egy dinamikus erőforráskorlát. Ez teszi alkalmassá a modellt a gazdaságot érő különféle sokkok következményeinek hatékony előrejelzésére.

Mivel az egyensúlyi növekedési pályán a hatékony tőkeintenzitás állandó, az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás is konstans, így a kibocsátás a hatékony munkával megegyező ütemben növekszik, azaz  $\hat{Y} = m + n$ , az egy főre eső kibocsátás növekedési ütemét pedig a technikai haladás exogén rátája határozza meg, azaz  $\hat{y} = m$ . Ismert (pl. Chiang 1984), hogy az egyensúlyi növekedési pálya lokális stabilitásának szükséges feltétele  $dk / d\bar{k} < 0$  teljesülése  $\bar{k}$  egyensúlyi értéke mellett. A (3) feltétel szerint egyensúlyban:

$$\frac{m + n + \delta}{s - \beta} = \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = \frac{f'(\bar{k})}{\varepsilon_K}$$

teljesül, ahol  $\varepsilon_K$  a tőke parciális termelési rugalmassága. Behelyettesítve a hatékony tőkeintenzitás (2) mozgásegyenletébe kapjuk, hogy  $dk / d\bar{k} = (s - \beta) f'(\bar{k}) - (m + n + \delta)$ , amiből az iménti összefüggést felhasználva  $dk / d\bar{k} = (m + n + \delta)(\varepsilon_K - 1)$  adódik. A jobb oldalon álló kifejezés akkor negatív, ha  $\varepsilon_K < 1$ . Azt kaptuk tehát, hogy az egyensúlyi növekedési pálya lokális stabilitásához a tőke parciális termelési rugalmasságának egynél kisebb értéke, azaz a tőke csökkenő hozadéka szükséges. Ennek teljesülését a jól viselkedő termelési függvényről megkövetelt feltételek biztosítják. Megjegyzendő ugyanakkor, hogy az egyensúlyi növekedési pálya egzisztenciájához az  $s > \beta$  feltétel teljesülése is szükséges. Ellenkező esetben a dinamikus egyensúly (2) feltétele csak  $\bar{k} = 0$  esetén teljesül, ám a jól viselkedő termelési függvényekkel szemben támasztott (5) feltétel szerint ebben az esetben a kibocsátás zérus. Ez az algebrai eredmény áll Lai (2007) korábban idézett megállapítása mögött is, ami úgy értelmezhető, hogy hosszú távú egyensúly csakis abban az esetben lehetséges, ha a megtakarítások képesek a biztonsági kiadások finanszírozási igényét kielégíteni.

Mivel az egyensúlyi növekedési pályán  $\hat{y} = m$ , az egy főre eső GDP növekedési üteme független a biztonsági kiadásoktól, így független a ter-



rorfenyegetettségétől is. Ez azonban csak az egyensúlyi növekedési rátára igaz. Megmutatjuk, hogy az erősödő terrorizmus csökkenti az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás egyensúlyi értékét. Az egyensúlyi növekedési pálya (3) feltételéből következik, hogy a hatékony tőkeintenzitás  $\bar{k}^*$  egyensúlyi értékét, több más paraméter mellett, a terrorfenyegettség miatt szükséges védelmi költségek GDP-hez viszonyított aránya, azaz  $\beta$  értéke is meghatározza. Ezen összefüggés jelölésére vezessük be a  $\bar{k}^*(\beta)$  függvényt.  $\beta$  szerint deriválva az egyensúlyi növekedési pálya (3) feltételét kapjuk, hogy

$$-f(\bar{k}^*) - \beta f'(\bar{k}^*) \frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \beta} = (m + n + a) \frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \beta},$$

majd ebből:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \beta} = \frac{f(\bar{k}^*)}{m + n + \delta + \beta f'(\bar{k}^*)}.$$

Felhasználva továbbá a termelési függvény intenzív formáját:  $\bar{y} = f(\bar{k}(\beta))$ , amiből az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás  $\bar{y}^*$  egyensúlyi értékére:

$$\frac{\partial \bar{y}^*}{\partial \beta} = f'(\bar{k}^*) \frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \beta} = \frac{f'(\bar{k}^*) \cdot f(\bar{k}^*)}{m + n + \delta + \beta f'(\bar{k}^*)} < 0$$

adódik. Ez azért negatív, mert mind a tőke határtermelékenysége, mind pedig az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás pozitív. Ezzel megmutattuk, hogy amennyiben az erősödő terrorfenyegettség a biztonsági kiadások tartós növelését teszi szükségessé, ez a továbbiakban mindenkor az egyensúlyi növekedési pályán egy főre eső GDP alacsonyabb értékét eredményezi, bár annak növekedési rátája változatlan marad.

A fenti eredmény számszerűsítéséhez egy rövid kitérő erejéig a keresleti oldalt is bekapcsoljuk az elemzésbe. A konzisztens és koherens tárgyalás érdekében azonban továbbra is a neoklasszikus elveket követjük, tehát a termelési kapacitások teljes kihasználtságát tételezzük fel, a kereslet és kínálat megegyezése mellett. A modellből adódó következtetések ezek szerint erős optimizmust fognak tükrözni, a keynesi típusú nehézségek jelenléte esetén rosszabb következményekkel kell számolni.

Egyensúlyban  $Y = C + I + G$ , ahol  $I$  az összes beruházás,  $G$  pedig a kormányzati kiadások összege kormányzati beruházások nélkül. Ha mindkét oldal totális deriváltját vesszük, a  $0 = dY = dC + dI + dG$  összefüggés adódik. A három tag összege azért zérus, mert a termelési kapacitások mindenkor teljes kihasználtsága miatt a kormányzati kiadások növelése nem eredményezheti az összkibocsátás növekedését. Mindkét oldalt elosztva  $dG$ -vel, a közismert multiplikátor-egyenletet kapjuk:

$$0 = \frac{dY}{dG} = \frac{dC}{dG} + \frac{dI}{dG} + 1 = \frac{1}{1-c} \cdot \frac{dI}{dG} - \frac{c}{1-c} \cdot \frac{dT}{dG} + \frac{1}{1-c}.$$

Az átalakítás során felhasználtuk, hogy  $T$ -vel jelölve az adóbevételeket,  $C = c(Y - T)$ , amiből  $\frac{dC}{dG} = c \frac{dY}{dG} - c \frac{dT}{dG}$ . Most tegyük fel, hogy  $\beta$  értéke egy százalékponttal nő, azaz a megnövekedett terrorfenyegetettség miatt a kormányzat a GDP egy százalékaival kénytelen növelni biztonsági kiadásait. Első lépésben tegyük fel azt is, hogy ezt a kiadási többletet adóból finanszírozza, ekkor  $dT = dG$ . Ha ebben az esetben a fogyasztási hányad,  $c = 0,9$ , akkor a fogyasztás a GDP 0,9 százalékaival esik vissza, a multiplikátor-egyenlet pedig  $0 = \frac{1}{1-c} \cdot \frac{dI}{dG} + 1$  alakra egyszerűsödik, amiből  $dI = -(1-c)dG$  következik, tehát a beruházási hányad a GDP 0,1 százalékaival csökken. Ezek szerint a kizorítás teljes, a megnövekedett biztonsági kiadások a beruházások  $(1-c) \cdot dG$  mértékű csökkenését eredményezik, a fogyasztás visszaesése pedig  $c \cdot dG$ .

Az egy főre eső GDP hosszú távú egyensúlyi értékére gyakorolt hatás vizsgálatához tegyük fel, hogy  $m = 0$ , és idézzük fel Romer (2006) könyvének általánosan elfogadott tételét, mely szerint az egy főre eső GDP egyensúlyi nagyságának beruházási hányad szerint vett rugalmassága megközelítőleg 0,5. Ha tehát a megnövekedett biztonsági kiadások kizorító hatása miatt a beruházási hányad 0,1%-kal csökken, ez az egy főre eső GDP hosszú távú egyensúlyi értékének csupán 0,05%-os visszaesését eredményezi. Ebben az esetben a növekvő biztonsági kiadások terheit jórészt a fogyasztók viselik.

Más a helyzet abban az esetben, ha a növekvő biztonsági kiadásokat a kormányzat hitelfelvétel révén finanszírozza. Ekkor  $dT = 0$ , így a fo-

---

gyasztás nem változik, a multiplikátor-egyenlet pedig  $\frac{dI}{dG} = -1$  alakra egyszerűsödik, amiből  $dI = -dG$ . Ha tehát a kormányzat a GDP egy százalékkal növeli a biztonsági kiadásokat, a beruházási hányad egy százalékkal csökken, az egy főre eső GDP egyensúlyi értéke pedig 0,5%-kal. A fogyasztás ebben az esetben változatlan marad, a növekvő biztonsági kiadások terheit a ricardói ekvivalencia<sup>4</sup> értelmében a későbbi generációk kénytelenek viselni.

A növekvő biztonsági kiadások adóból történő finanszírozása modellünkben úgy értelmezhető, hogy  $\beta$  növekedését  $s$  egyidejű emelkedése kíséri. Mivel azonban a beruházási hányad alakulását számos egyéb tényező (pl. vállalkozói várakozások, kamatláb alakulása, rendelkezésre álló források) is befolyásolja, a továbbiakban célszerű a beruházási hányad változatlanóságából kiindulni. Ha ebben az esetben az egyensúlyi pálya mentén növekvő gazdaságot érő terrorfenyegetettség következtében a biztonsági kiadások növelése válik szükségessé, a gazdaság kimozdul addig követett egyensúlyi növekedési pályájáról, s egy új, az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás alacsonyabb szintjével jellemezhető egyensúlyi pályát közelít. Ennek elérése azonban évtizedekig eltart,<sup>5</sup>  $s$  ezalatt az egy főre eső GDP az egyensúlyi értéknél lassabb ütemben növekszik, sőt ha az exogén technikai haladás üteme nem elég magas, akár csökkenhet is.

Érdemes az erősödő terrorfenyegetettség beruházásokra gyakorolt hatását is szemügyre venni. Ehhez legegyszerűbb lesz a tőkeintenzitás (2) mozgásegyenlete helyett a termelés rendelkezésére álló tőke és munka mindenkorai nagyságát a számítógépes szimuláció segítségével meghatározni. A szimuláció az alábbi kétváltozós nemlineáris rendszeren alapul:

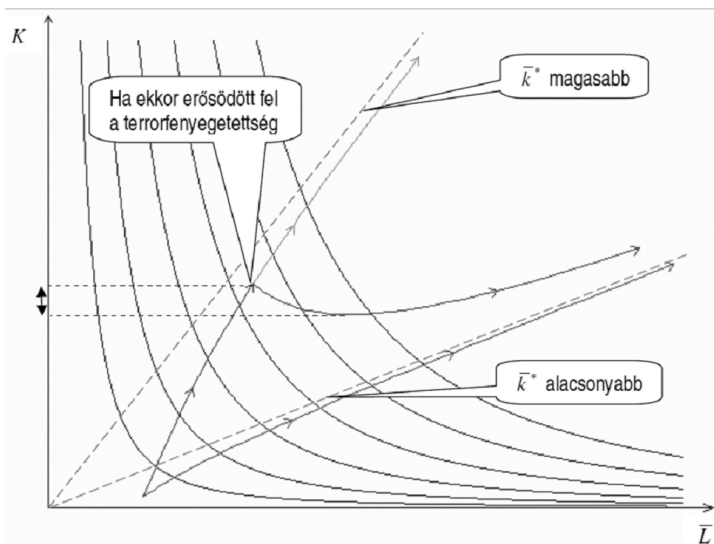
$$\dot{\bar{L}} = (m + n)\bar{L} \text{ és } \dot{K} = (s - \beta) \cdot F(K, \bar{L}) - \delta K,$$

ahol az első differenciálegyenlet a hatékony munka, a második pedig a tőke (1) mozgásegyenlete.

<sup>4</sup> A ricardói ekvivalencia elvét egyebek közt Williamson (2009) könyve ismerteti.

<sup>5</sup> Az ezt igazoló részletes számítások más források mellett megtalálhatók Romer (2006) könyvében. Eszerint az aktuális állapot és az egyensúlyi helyzet közti eltérés felére csökkentése megközelítőleg 17 évet vesz igénybe.

A számítógépes szimuláció a tőkeállomány átmeneti csökkenését mutatja, mely az 1. ábrán követhető nyomon. Az ábra e dinamikus rendszer néhány pályagörbéjét a termelési függvény izokvant rendszerében jeleníti meg. Ennek megfelelően a koordináta-rendszer vízszintes tengelyén a hatékony munka, a függőleges tengelyen pedig a tőkeállomány nagyságát tüntették fel. Mint látható, az erősödő terrorfenyegetettség miatt a tőkeállomány átmenetileg visszaesik, tehát dezinvestíció valósul meg a gazdaságban: az átmeneti időszak elején a vállalatok az amortizációs veszteséget sem pótolják. A függőleges méretnyíl a tőkeállományban bekövetkező átmeneti csökkenés mértékét jelzi. Megjegyzendő, hogy az ábrán a hosszú távú egyensúly nem egy pontban adódik, hanem oly módon, hogy a szimulált pályagörbék rásimulnak valamelyik origóból húzott egyenesre. Ennek meredekségét a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi nagysága határozza meg. Ugyanakkor az is látható az ábrán, hogy a terrorfenyegetettség erősödése nem eredményezi a kibocsátás csökkenését, az a dezinvestíció során is növekszik.



*Forrás: saját szerkesztés*

**1. ábra. Erősödő terrorfenyegetettség a Cobb-Douglas típusú termelési függvény izokvant rendszerében**

Áttérve az endogén növekedés vizsgálatára, érdekes eredményt kapunk az  $Y = A \cdot K$ , úgynevezett  $AK$  típusú, egyszerű termelési függvény esetén, melynek intenzív formája:  $y = A\bar{k}$ . Behelyettesítve a (2) alapegyenletbe:  $\dot{\bar{k}} = (s - \beta) \cdot A\bar{k} - (m + n + \delta) \cdot \bar{k}$ , majd mindkét oldalt  $\bar{k}$ -val osztva:

$$\frac{\dot{\bar{k}}}{\bar{k}} = A(s - \beta) - (m + n + \delta) = \hat{y} - m,$$

amiből rögtön látszik, hogy a terrorfenyegetettség erősödése következtében szükségessé váló magasabb védelmi kiadások, azaz  $\beta$  növekedése esetén az egy főre eső kibocsátás növekedési üteme,  $\hat{y}$  csökken, sőt az  $A$  technológiai paraméter és/vagy a megtakarítási hányad alacsony értéke esetén az egy főre eső kibocsátás csökkenhet is, ami egy, a gazdaság összeomlása felé tartó növekedési pályát jelent. Érdekes ugyanakkor, hogy a népesség alacsonyabb növekedési üteme javít a helyzeten, amennyiben  $n$  csökkenése esetén a jobb oldali kifejezés növekszik. Ez akár a csökkenő pályán lévő egy főre eső GDP növekvő pályára történő áttérését is eredményezheti, mint az az utóbbi évtizedek során Kínában végbement. Ennek oka ott azonban nem a terrorfenyegetettség erősödése volt, hanem az egy főre eső GDP felzárkóztatásának igénye. Ugyanakkor érdemes megjegyezni, hogy a népesség csökkenése számos olyan problémát vet fel, melyek Solow modelljében nem jelennek meg. Ilyen például a nyugdíjrendszer fenntarthatósága.

Solow modelljének imént vizsgált egyszerű kiterjesztése tehát jól magyarázza a Moody's (2015) jelentésében leírtakat, mely szerint a terrorcselekmények a GDP visszaesését eredményezhetik. Modellünkben ennek oka a terrortámadások megelőzése érdekében működtetett védelmi rendszer növekvő erőforrásigénye. A további következmények feltárásához azonban célszerű túllépni a jól viselkedő, Cobb-Douglas típusú termelési függvények körén, melyek alkalmazása a tőke és munka közti helyettesítés egységnyi rugalmasságát tételezi fel.

A fentiekől lényegesen eltérő következtetések adódnak ugyanis a tőke és munka közti helyettesítés egységnyitől eltérő rugalmassága esetén. Ebben az esetben a gazdaság rendelkezésére álló technológiát az alábbi CES típusú termelési függvény írja le:

$$Y = F(K, \bar{L}) = A[a(bK)^\psi + (1 - a)((1 - b)\bar{L})^\psi]^\frac{1}{\psi}, \quad (4)$$

ahol a  $\psi < 1$  paraméter a helyettesítés rugalmasságát határozza meg:  $\sigma =$

$1/(1 - \psi)$ . A függvény  $\psi = 0$ -ra nincs értelmezve, de megmutatható, hogy  $\psi \rightarrow 0$  esetén a (4) függvény a jól viselkedő Cobb-Douglas formához tart. Ennek bizonyítása megtalálható például Zalai (2012) könyvében. A függvény intenzív formája:

$$\bar{y} = f(\bar{k}) = A[a(b\bar{k})^\psi + (1 - a)(1 - b)^\psi]^\frac{1}{\psi}.$$

A (4) függvény alkalmazása révén kapott modell vizsgálatát a gazdasági növekedés szempontjából kedvezőbb esettel kezdjük, amikor a helyettesítés rugalmassága egynél nagyobb, azaz  $0 < \psi < 1$ . Ebben az esetben egyrészt a jól viselkedő termelési függvényekkel szemben támasztott (5) feltétel sérül, azaz tőke nélkül is lehet termelni:  $f(0) = A(1 - a)^{1/\psi}(1 - b) > 0$ . Másrészt sérül a (3) feltétel, a hatékony tőkeintenzitás növekedésével a tőke határtermelékenysége nem nullához, hanem egy, a függvény paraméterei által meghatározott pozitív konstanshoz tart:  $\lim_{\bar{k} \rightarrow \infty} f'(\bar{k}) = A\beta a^{1/\psi} > 0$ . Ebből következik, hogy az  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbéhez húzható érintő meredeksége egyetlen pontban sem eshet az  $(s - \beta)A\beta a^{1/\psi}$  érték alá, ha tehát  $(s - \beta)A\beta a^{1/\psi} > m + n + \delta$  teljesül, akkor a hosszú távú egyensúly (3) feltétele  $\bar{k}$  egyetlen értékére sem teljesül, a hatékony tőkeintenzitás pedig mindenkor növekszik. Ez azt jelenti, hogy az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás is mindenkor nő. A gazdaságban endogén növekedés van, az egységnyi munkára eső kibocsátás növekedési rátája felülről tart az  $(s - \beta)A\beta a^{1/\psi} - (n + s) > m$  értékhez, tehát az exogén technikai haladás ütemét meghaladja. Ugyanakkor a GDP növekedési rátája is meghaladja a munka növekedési ütemének és az exogén technikai haladás rátájának összegét. Érdeemes azonban már most felfigyelni rá, hogy az egységnyi munkára eső kibocsátás növekedési rátájának háttérértéke a biztonsági kiadások erősödő terrorfenyegetettség miatti növelése esetén csökken.

Másrészt, ha a biztonsági kiadások növelése az  $(s - \beta)A\beta a^{1/\psi} > m + n + \delta$  egyenlőtlenség irányának megfordulását vonja maga után, akkor egyértelműen létezik olyan  $\bar{k}$ , melyre a (3) feltétel teljesül. Ekkor a gazdaság az endogén növekedés állapotából az exogén növekedés állapotába kerül, s az egy főre eső GDP csupán az exogén technikai haladás rátája szerint növekszik. Az erősödő terrorfenyegetettség ezek szerint véget vethet az endogén növekedésnek. Megjegyzendő, hogy ez a követ-

---

kezmény, ha kedvezőnek nem is tekinthető, semmiképp nem végzetes: a gazdaság stabil növekedési pályára kerül, csakúgy, mint az imént tárgyalt jól viselkedő termelési függvény esetén, hisz a (4) függvény lineáris homogenitása biztosítja a tőke csökkenő hozadékát<sup>6</sup> s ezáltal az egyensúlyi növekedési pálya stabilitását.

Roszsabb a helyzet a tőke és hatékony munka alacsony fokú helyettesíthetősége esetén, melyet a  $\psi < 0$  paraméterérték reprezentál. Ekkor a jól viselkedő termelési függvényekkel szemben támasztott (4) feltétellel szemben  $\lim_{\bar{k} \rightarrow \infty} f'(\bar{k}) = A\beta a^{1/\psi} < \infty$ , azaz a tőke határtermelékenysége felülről korlátos. Ez azt jelenti, hogy az  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbéhez húzható érintő meredekségének is van felső korlátja, és  $(s - \beta)A\beta a^{1/\psi} < m + n + \delta$  fennállása esetén  $\forall \bar{k} : \dot{\bar{k}} = (s - \beta)f(\bar{k}) - (m + n + \delta)\bar{k} < 0$ , ami azt jelenti, hogy a gazdaság egy, az összeomlás felé tartó pályára került. Ez az  $s > \beta$  feltétel teljesülése mellett is bekövetkezhet, ha a terrorfenyegetettség a biztonsági kiadások GDP-hez mért arányának túlságosan magas szintjét teszi szükségessé, s így  $s - \beta$  túlságosan alacsonnyá válik.

Az elmondottakat a 2. ábra illusztrálja, melyen a konkáv  $f(\bar{k})$  görbe alatt az ennek konstansszorosaként adódó  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbét is feltüntettük, folytonos vonallal  $\beta$  alacsonyabb, szaggatottal  $\beta$  magasabb értéke esetén. A terrorfenyegetettség erősödésének, illetve  $\beta$  növekedésének hatását a görbe nyíl irányába történő elmozdulása jeleníti meg. Mint látható, a terrorfenyegetettség alacsonyabb szintje mellett az  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbe metszi az  $(m + n + \delta)\bar{k}$  egyenest. Ilyenkor a gazdaság az imént tárgyalt exogén növekedési pályán van. A terrorfenyegetettség erősödése esetén azonban az egyenes mindvégig a szaggatott  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbe felett halad. Nincs a (3) egyensúlyi feltételt kielégítő metszéspont, s így nincs dinamikus egyensúly, és a hatékony tőkeintenzitás mozgásegyenlete szerint  $\forall \bar{k} > 0 : (s - \beta)f(\bar{k}) < (m + n + \delta)\bar{k}$ , ami a (2) mozgásegyenlet szerint a hatékony tőkeintenzitás folyamatos csökkenését jelenti. Figyelembe véve, hogy a jól viselkedő termelési függvényekkel szemben támasztott (5) feltételt  $\psi < 0$  esetén a (4) függvényből levezetett intenzív

---

<sup>6</sup> Ennek belátásához érdemes felidézni az Euler-tételt, mely szerint a lineárisan homogén termelési függvények esetén a tőke és munka parciális termelési rugalmasságainak összege egy.

termelési függvény is kielégíti, a hatékony tőkeintenzitás csökkenését egy, a gazdaság összeomlása felé tartó növekedési pályaként kell értelmezni. Egy ilyen növekedési pálya elhagyása a megtakarítási hányad növelése révén lehetséges, ami a szaggatottal jelölt  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbe fölfelé történő elmozdulását eredményezi. A megtakarítási hányad növelése azonban az életszínvonal azonnali csökkenésével jár. További megoldást jelenthet az amortizációs ráta csökkentése, ám ez, ha alkalmazása egyáltalán lehetséges, a kívánatossal szemben ellentétes hatást is kiválthat. Az amortizációs ráta csökkenése ugyanis azt jelenti, hogy az egyes tőkejavak hosszabb ideig maradnak használatban, így a technikai haladás legújabb eredményei a tőkeállomány nagyobb részében nem testesülnek meg. Érdeemes ebből a szempontból felidézni Solow (1960) cikkét, melynek egyik fő tanulsága, hogy az exogén technikai haladás termelékenységét növelő hatása a régebben üzembe állított gépek esetében nem mutatható ki.

Egy másik megoldás lehet a népesség növekedési ütemének csökkentése, bár a terrorizmus által érintett fejlett gazdaságokban  $n$  értéke eleve alacsony, további csökkentése a nyugdíjrendszer stabilitását veszélyeztetné.

Látszólag megoldást jelentene továbbá az exogén technikai haladás lassabb üteme, csakhogy egyrészt  $\hat{y} = \hat{y} + m$  miatt ez az egy főre eső GDP alacsonyabb növekedési ütemét eredményezné, másrészt  $m$  értéke egyébként is meglehetősen alacsony. A technikai haladást megjelenítő teljes tényezőtermelékenység<sup>7</sup> terrorizmussal való összefüggését a következő szakaszban vesszük szemügyre.

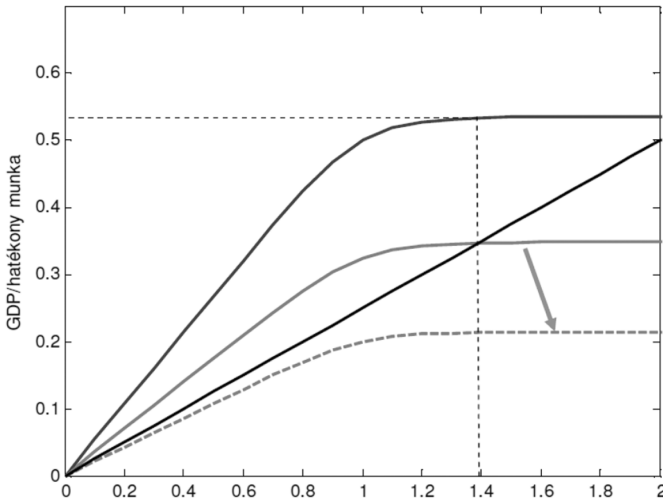
Úgy tűnik, a (4) termelési függvény bevezetését követő elemzésben a termelési technológia egy műszaki paramétere játszott kulcsszerepet: a helyettesítés rugalmassága. Harrod (1960) tanulmánya szerint azonban másról is szó lehet. A neoklasszikus modellben ugyanis a tőke és munka közti optimális arány megválasztását a reálbér és reálkamatláb egymáshoz viszonyított aránya határozza meg. Ha ez az arány a tényezőpiacok tökéletlen működése következtében nem képes rugalmasan al-

---

<sup>7</sup> A korábban bemutatott Cobb-Douglas, CES, illetve AK típusú termelési függvényekben ezt az  $A$  paraméter reprezentálta.

---





*Forrás: saját szerkesztés*

## **2. ábra. Az erősödő terrorfenyegetettség a gazdaság összeomlását eredményezheti**

kalmazkodni, akkor a vállalatok nehézkesen vagy alig reagálnak a gazdasági környezetben végbemenő változásokra. Esetünkben ez a változás a termelés rendelkezésére álló tőke mennyiségének erősödő terrorfenyegetés miatt kiváltott átmeneti csökkenése, melyet az 1. ábrán mutattunk be. A tőkeállomány visszaesése csökkenti a munka határtermelékenységét, ám a bérek merevsége miatt ezt a csökkenést a vállalatok csak korlátozott mértékben érzékelik, így csak csekély mértékben reagálnak. További problémát jelenthet a kamatláb likviditási csapda<sup>8</sup> miatti rugalmatlansága. Dobrescu (2012) szerint az ilyen jellegű merevségek a gazdaságból nem küszöbölhetők ki. Mivel a modellben a reálbér explicit formában nem jelenik meg, a tényezőárak arányának rugalmatlan alkalmazkodása egy olyan termelési függvény alkalmazását teszi szükségesé, ahol a helyettesítés rugalmassága egynél kisebb.<sup>9</sup> Mindez a 3. ábrán

<sup>8</sup> Lásd például Williamson (2009. 559).

<sup>9</sup> A vonatkozó mikroökonómiai részletek Zalai (2012) könyvében megtalálhatók.

követhető nyomon. Láttuk ugyanis, hogy az egyensúlyi növekedési pályán fenn kell állnia a (3) egyenlőségnek, melynek konkrét formája a (4) alakú CES termelési függvény esetén:

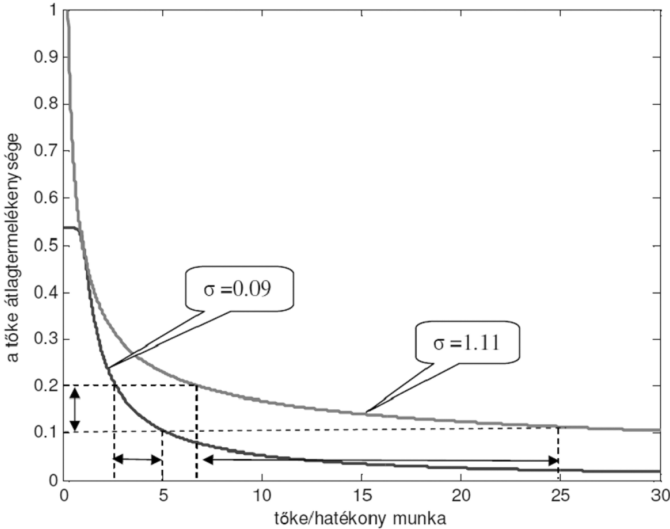
$$\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} = \frac{m + n + \delta}{s - \beta} = A[ab^\nu + (1 - a)(1 - b)^\nu \bar{k}]. \quad (5)$$

A hatékony munkával szorozva a bal oldalon álló törtet látható, hogy az nem más, mint az egységnyi tőkére eső kibocsátás, amit a mikroökonómiában a tőke átlagtermelékenységének szokás nevezni. A 2. ábrán ez a nagyság az  $f(\bar{k})$  görbének a hatékony tőkeintenzitás aktuális értéke által meghatározott pontjából az origóhoz húzott egyenes meredekségeként jeleníthető meg. A 3. ábrán azonban a tőke átlagtermelékenységét a függőleges tengelyen mértük fel. Az (5) egyenlet a jobb oldalán álló kifejezés tőke átlagtermelékenységét a hatékony tőkeintenzitás függvényében határozza meg. Az így meghatározott görbét a helyettesítés rugalmasságának egynél kisebb és egynél nagyobb értéke mellett is feltüntettük a 3. ábrán. A két görbe csak érinti, de nem metszi egymást. A helyettesítés rugalmasságának alacsonyabb értéke esetén kapott alsó görbe alacsony  $\bar{k}$  értékek mellett adódó, megközelítőleg vízszintes, rövid szakasza megfelel az  $f(\bar{k})$  görbe origótól kezdődő, megközelítőleg lineáris és határozottan pozitív meredekségű szegmensének a 2. ábrán. (Érdemes a két ábrát egybevetni, ám ennek során vegyük figyelembe a vízszintes tengelyek eltérő kalibrálását!)

A jobb nyomon követhetőség érdekében a biztonsági kiadások növekvő terrorizmus által kiváltott emelkedését a 3. ábra felnagyítva mutatja be. Legyen  $(m + n + \delta)/(s - \beta) = 0,1$ . Mint látható, ekkor a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értéke a helyettesítés rugalmasságának magasabb értéke esetén 25, alacsonyabb értéke esetén pedig 5. Ha most  $\beta$  értékének növekedése miatt  $(m + n + \delta)/(s - \beta)$  értéke megnő (függőleges méretnyíl), ehhez a hatékony tőkeintenzitás csökkenés révén alkalmazkodik. Az alkalmazkodás mértékét a helyettesítés rugalmasságának alacsonyabb értéke esetén a bal oldali, magasabb értéke esetén pedig a jobb oldali méretnyíl hossza reprezentálja. Mint látható, a biztonsági kiadások mértékében bekövetkezett azonos nagyságú változás hatására a helyettesítés rugalmasságának magasabb értéke esetén a hatékony tőke-

---

intenzitás kevesebb mint harmadára csökken, a helyettesítés rugalmasságának alacsonyabb értéke esetén azonban csupán mintegy felére esik vissza.



*Forrás: saját szerkesztés*

### 3. ábra. A helyettesítés rugalmasságának hatása a hatékony tőkeintenzitás alkalmazkodására

A helyettesítés rugalmasságának alacsonyabb értéke ezek szerint egy olyan helyzetet reprezentál, amikor rugalmatlanságuk miatt a bérek kevésbé képesek a munka határtermelékenységének a tőkeállomány csökkenése miatt bekövetkező visszaesését a vállalatok felé közvetíteni. Különösen érdekes ebből a szempontból szemügyre venni a  $\psi \rightarrow -\infty$  esetet. Ebben az esetben a helyettesítés rugalmassága nullához tart, a (4) formula pedig a Leontief-típusú termelési függvényhez. Ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy növekedési modellünk még ilyen paraméterezéssel sem tekinthető Harrod modelljének, mert, mint arra Allen (1967) könyvében rámutatott, a modellből hiányzó autonóm beruházási függvényt továbbra is a beruházások és megtakarítások meg egyeztetésére vonatkozó feltevés helyettesíti.

Érdemes tehát következtetéseinket a tényezőárak ragadósága szempontjából is végiggondolni. Solow modelljében ugyanis a tényezőárak rugalmatlansága a helyettesítés rugalmasságának alacsonyabb értéként jeleníthető meg. Ezek szerint ragadós bérek esetén az erősödő terrorfenyegetés a gazdaságot egy, az összeomlás felé tartó pályára juttathatja.

### **A csökkenő termelékenység következményei**

Solow növekedési modelljének eddig tárgyalt változatában  $m > 0$  óta szerint végbemenő exogén technikai haladást tételeztünk fel. Láttuk, hogy a terrorfenyegetettség erősödése aláássa a piaci szereplők közti bizalmat. A bizalomvesztés miatt bekövetkező termelékenységszökkenés viszont  $m$  értékének csökkenéseként, sőt rövidebb távon akár egy negatív technológiai sokk, azaz  $m < 0$  bekövetkezéseként értelmezhető. Mivel pedig  $m$  értéke az egy főre eső GDP egyensúlyi növekedési ütemét határozza meg, a terrorizmus erősödése jobb esetben az egy főre eső GDP egyensúlyi növekedési ütemének csökkenéséhez vezet, rosszabb esetben pedig az egy főre eső kibocsátás visszaeséséhez.

Érdekesebb, ugyanakkor realiztikusabb következtetések adódnak azonban, ha az erősen leegyszerűsítő, mainstream megközelítéssel szemben,<sup>10</sup> Atkinson és Stiglitz (1969) cikkét követve elfogadjuk, hogy a termelékenység csökkenése nem minden technológiát érint azonos mértékben. Feltehető például, hogy a terrorfenyegetettség az agrárszektor termelékenységét kevésbé érinti, az elektronikus kommunikáció hatékonyságát viszont nagyobb mértékben csökkenti. Ez már csak azért is valószínű, mert a terrorizmus erősödésével egyre elterjedtebbek az elektronikus kommunikációt megfigyelő rendszerek, ám ezek az eszközök nem csupán a terrorista szervezkedés felderítésére használhatók, hanem kutatási eredmények vagy üzleti titkok jogosulatlan megszerzésére is. Hosszabb távon ez a fejlemény a K+F és üzleti szektorban valószínűleg az elektronikus kommunikáció visszaszorulásához, de legalábbis

---

<sup>10</sup> A mainstream megközelítés az aggregált termelési függvényt pozitív technológiai sokk esetén egy egynél nagyobb, negatív technológiai sokk esetén egy egynél kisebb tényezővel szorozza (McCandless 2008; Kónya 2015).

---

költségesebbé válásához fog vezetni, ami a hatékonyságot csökkentve egyfajta negatív technológiai sokk gyanánt értelmezhető. Egy ilyen sokk jól modellezhető a jól viselkedő, Cobb-Douglas típusú termelési függvényből származtatott intenzív termelési függvény alábbi perturbációja segítségével, ahol  $k_0$  a sokk által leginkább érintett technológiához tartozó tőkeintenzitás,  $a$  és  $c$  a sokkhatás erősségét mérő paraméterek, a  $b > 0$  paraméter pedig a nullával való osztás elkerülése érdekében szükséges.

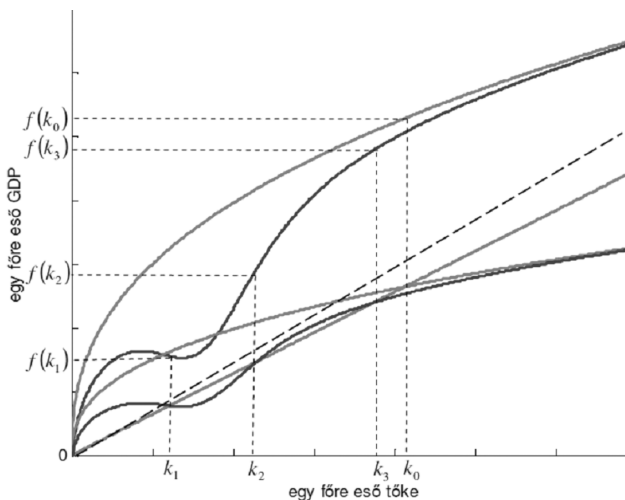
$$0 = Ak^a - \frac{a}{b + c(k - k^0)^2}$$

A pozitív technológiai sokk hasonlóképpen modellezhető, ekkor  $a < 0$ , technológiai sokk hiányában pedig  $a = 0$ . Megjegyzendő továbbá, hogy egy ilyen perturbációs taggal az előző szakaszban tárgyalt CES vagy AK típusú termelési függvény intenzív formája is kiegészíthető. A jelen szakaszban alkalmazott  $m = 0$  feltevés esetén a technikai haladás pozitív technológiai sokkok sorozataként modellezhető, azonban az egyes sokkok esetében  $k^0$  értéke más és más. Mivel azonban célunk a terrorfenygetettség erősödése által kiváltott negatív technológiai sokk következményeinek felmérése, a 2. ábrán bemutatott  $f(\bar{k})$  és  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbéket egy negatív technológiai sokk esetében jelenítettük meg a 4. ábrán, ahol a 2. ábrához hasonlóan  $0 < s - \beta < 1$  teljesül. Mint látható, a technológiai sokk következtében a termelési függvény intenzív formája elveszti szigorú monotonitását:  $k^0$ -nál lokális minimuma van. (Az ábra  $k^0 = 1,6$  paraméterérték feltételezésével készült.) Ebben a pontban az egy főre eső GDP értékét  $a/b$  mértékben csökkenti a negatív technológiai sokk. Ugyanakkor a fenti perturbált intenzív termelési függvény továbbra is kielégíti a jól viselkedő termelési függvényekkel szemben támasztott 3–6. követelményeket. Mivel az  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbe az intenzív termelési függvényhez hasonló módon mozdul el, az egyensúlyi növekedési pálya unicitása problematikusává válik, és a hatékony tőkeintenzitás különböző egyensúlyi értékei mellett több, egymástól jelentősen különböző egyensúlyi növekedési pálya is kialakulhat. Egy ilyen szituációt mutat be a 4. ábra, melynek szerkezete a 2. ábra szerkezetével egyezik meg. Most azonban az exogén technikai haladás előző szakaszban alkalmazott feltevésével szakítva  $m = 0$  feltevással élünk. Ebben az eset-

ben a munka egyben hatékony munkát, a tőkeintenzitás pedig hatékony tőkeintenzitást is jelent, azaz  $k = \bar{k}$ , és a modell (2) alapegyenlete az alábbi formára egyszerűsödik:

$$\dot{k} = (s - \beta) \cdot f(k) - (n + \delta)k.$$

A technológiai sokkot most a kezdetben jól viselkedő  $f(k)$  görbe perturbációja reprezentálja. Pozitív technológiai sokk esetén ez egy fölfelé történő elmozdulás lenne. Mivel célunk a terrorizmus által kiváltott bizalomvesztés miatt bekövetkező termelékenységsökkenés hatásainak felmérése, ábránkon az elmozdulás lefelé történik. Mint látható, az elmozdulás mértéke a tőkeintenzitás  $k^0$  nagysága mellett a legnagyobb, ettől távolodva egyre kisebb, sőt a tőkeintenzitás csökkenésével vagy növelésével nullához tart. Ezek szerint az intenzív termelési függvény sokk által érintett szegmense elveszti jól viselkedő jellegét: például a tőke határtermelékenysége a hatékony tőkeintenzitás bizonyos tartományában negatívvá válik.<sup>11</sup> Jól nyomon követhető az ábrán, hogy ennek következtében az  $(s - \beta)f(k)$  görbe érintett szegmense is lefelé tolódik.



Forrás: saját szerkesztés

#### 4. ábra. Negatív technológiai sokk által kiváltott bifurkáció

<sup>11</sup> Ez a helyzet a 4. ábrán pl.  $k = k_1$  esetén.

Az egyensúlyi növekedési pályát jellemző konstans tőkeintenzitás nagysága az  $(s - \beta)f(k)$  görbe és az origóból induló, folytonos  $(n + \delta)k$  egyenes metszéspontjában határozható meg. Ha a negatív technológiai sokk bekövetkezése előtt az intenzív termelési függvény jól viselkedő, az  $(s - \beta)f(k)$  görbe mindenhol konvex, így az  $(n + \delta)k$  egyenessel csupán egyetlen metszéspontja létezik, a tőkeintenzitás  $k_0$  értéke mellett. A negatív technológiai sokk következtében mind az intenzív termelési függvény görbéje, mind pedig az alatta húzódó  $(s - \beta)f(k)$  görbe elveszti szigorú monotonitását és konkáv jellegét, amint ezt a 4. ábrán feltüntettük. Ennek következtében előfordulhat, hogy a technológiai sokk által érintett szegmensben az  $(n + \delta)k$  egyenessel több metszéspont, azaz több egyensúlyi növekedési pálya alakul ki. Ábránkon a folytonos  $(n + \delta)k$  egyenesnek három ilyen metszéspontja is van az  $(s - \beta)f(k)$  görbével, a tőkeintenzitás  $k_1$ ,  $k_2$  és  $k_3$  értékeinél. Láttuk, hogy a stabilitás  $dk/dk < 0$  feltétele abban az esetben teljesül, ha a tőke hozadéka csökkenő. Ez a tőkeintenzitás  $k_1$  és  $k_3$  szintjéhez tartozó egyensúlyi növekedési pálya esetén igaz, a közbülső,  $k_2$  tőkeintenzitás mellett azonban a tőke hozadéka növekvő,<sup>12</sup> így a tőkeintenzitás ezen szintjéhez tartozó egyensúlyi növekedési pálya instabil.

A terrorfenyegetettség erősödése eredményeként bekövetkező negatív technológiai sokk ezek szerint a modell bifurkációjához vezet, amikor az egyensúlyi helyzetek száma a modell bizonyos paramétereinek értékétől függ. Ilyen bifurkációs paraméterek a népesség növekedési üteme, az amortizációs ráta, és a megtakarítási határhajlandóság mellett a terrorfenyegetettség természetéből adódó  $a$ ,  $b$ ,  $c$  és  $k_0$  paraméterek, sőt a nevezőben szereplő hatványkitevő is. E kitevőről annyit érdemes megjegyezni, hogy amennyiben a terrorfenyegetettség a rendelkezésre álló termelési technológiáknak csak kisebb spektrumát érinti, realisabb a perturbációs tag nevezőjében szereplő  $(k - k^0)^2$  tényezőt  $(k - k^0)^4$ -re módosítani, esetleg még nagyobb, de páros hatványkitevőt alkalmazni.

<sup>12</sup> Ennek belátásához érdemes felidézni a parciális termelési rugalmasság geometriai tartalmát, mely szerint a tőke parciális termelési rugalmassága az adott pontban az intenzív termelési függvény görbéjéhez húzott érintő meredekségének (határtermelékenység) és a görbe szóban forgó pontjából az origóhoz húzott egyenes meredekségének (átlagtermelékenység) a hányadosa.

A 4. ábrán az  $(n + \delta)k$  egyenes meredekségét meghatározó paraméterek megváltozásának hatása követhető nyomon:  $n$  vagy  $\delta$  értékének emelkedésével az egyenes az óramutató járásával ellentétes irányba, a szaggatottal jelölt helyzetbe fordul, s az egyensúlyi növekedési pályák száma egyre csökken. Ennek az egy egyensúlyi növekedési pályának a stabilitása pedig az eddig mondottak alapján könnyen ellenőrizhető. Megjegyzendő, hogy a folytonos és szaggatott  $(n + \delta)k$  egyenesek közé be lehetne rajzolni egy olyan egyenest is, melynek az  $(s - \beta)f(\bar{k})$  görbével pontosan két közös pontja van. Ekkor két egyensúlyi növekedési pálya létezne, az alacsonyabb tőkeintenzitás melletti stabil, a másik azonban csak az egyensúlyinál magasabb  $k$  értékek esetén mutatna stabilitást, alacsonyabb  $k$  értékek esetén nem.

Érdeemes megjegyezni továbbá, hogy az ábrán megjelenő többszörös egyensúlyi helyzet közül az egy főre eső GDP alacsonyabb szintjéhez tartozó nem értelmezhető a Snowdon (2009) cikkében is tárgyalt szegénységi csapdaként. Azért nem, mert a jelen szakaszban tárgyalt esetben egy negatív technológiai sokk következtében alakul ki az alacsony szintű egyensúly, ezért számítani lehet rá, hogy ebből a helyzetből egy pozitív technológiai sokk előbb-utóbb kimozdítja a gazdaságot. Ez még abban az esetben is igaz, ha ez a pozitív technológiai sokk nem pontosan ugyanazt a  $k^0$  technológiát érinti elsősorban, mint az előző, negatív sokk. Így a gazdaság nem feltétlenül ragad be az egy főre eső GDP alacsony szintje melletti egyensúlyi növekedési pályára.

A 4. ábrán bemutatott többszörös egyensúly inkább a koordinációs kudarc Diamond (1982), illetve Benhabib és Farmer (1994) cikkeiben ismertetett, közismert (lásd például Williamson 2009) modelljéhez áll közel. Ez a modell viszont azon az egyébként hibás föltevésen alapul, hogy valamely tényező növekvő hozadéka esetén annak díjazása e tényező határtermelékenységével egyezik meg.<sup>13</sup> E föltevésre azonban nincs szükség a 4. ábrán bemutatott többszörös egyensúly kialakulásához. A 4. ábrán a  $k_3$  melletti egyensúly az egy főre eső GDP magasabb,  $f(k_3)$

---

<sup>13</sup> Figyelembe véve a nyereségmaximum másodrendű feltételét is, könnyen belátható, hogy ebben az esetben a vállalat nyeresége nem maximális, hanem minimális. Ebben a tekintetben sajnos Williamson (2009) egyébként kitűnő könyve is hibás.

---



egyensúlyi értékével jellemezhető „jó” egyensúly, és a  $k_1$  melletti az alacsonyabb,  $f(k_1)$  reprezentáló „rossz” egyensúly. A kettő közti átmenetet előidéző napfolt-sokk számos módon bekövetkezhet. Előidézhetheti például valamilyen háborús vagy természeti csapás, egy migrációs sokk, azaz bevándorlási hullám, vagy a megtakarítói viselkedés megváltozása. A továbbiakban e napfolt-sokkok hatásával fogunk röviden foglalkozni.

Mint az ábrán látható, a negatív technológiai sokk csak csekély mértékben tolja el az  $(s - \beta)f(k)$  görbe  $(n + \delta)k$  egyenessel vett metszéspontját az utóbbi mentén, és így az egy főre eső tőke nagyságában csupán egy  $k_0 - k_3$  mértékű csökkenés következik be, az egy főre eső GDP egyensúlyi értékében pedig egy  $f(k_0) - f(k_3)$  mértékű visszaesés. Ettől kezdve azonban egy napfolt-sokk már drámai következményekkel járhat. Ilyen napfolt-sokk lehet valamilyen háborús vagy természeti csapás, melynek következtében a tőkeállomány egy része megsemmisül, s ennek következtében a hatékony tőkeintenzitás az instabil egyensúlyhoz tartozó  $k_2$  érték alá esik, vagy egy migrációs sokk, melynek hatására a népesség növekedési üteme átmenetileg megnő. Az utóbbi esetet a 4. ábrán a szaggattal berajzolt  $(n + \delta)k$  egyenes reprezentálja. A migrációs sokk következtében a gazdaság egy olyan stabil egyensúlyi növekedési pályára kerül, melyen  $y < f(k_1)$ . Mint az ábrán látható, az endogén változók egyensúlyi értékében bekövetkező visszaesés igen jelentős. Az egy főre eső GDP egyensúlyi értékének csökkenése megközelítőleg  $f(k_3) - f(k_1)$ , és az új hosszú távú egyensúlyi helyzet stabilitása nem teszi lehetővé az elhagyott növekedési pályára történő visszatérést. A visszatérésre abban az esetben sem kerül sor, ha a migrációs sokkot követően a népesség növekedési üteme eredeti értékére csökken, s így ismét a folytonos vonallal berajzolt  $(n + \delta)k$  egyenes lép érvénybe. Mint a 4. ábrán látható, a tőkeintenzitás, illetve az egy főre eső kibocsátás növekedése ebben az esetben elhanyagolható. Ha mindezeket követően a fent említett pozitív technológiai sokk késik, akkor a megtakarítási hányad növelése révén kerülhet ki a gazdaság az alacsony szintű egyensúlyból. A megtakarítási hányad növekedésével ugyanis az  $(s - \beta)f(k)$  görbe felfelé tolódik, s az  $(n + \delta)k$  egyenessel vett érintési pont, azaz a bifurkációs pont elérését követően az  $(n + \delta)k$  egyenessel csupán egyetlen metszéspontja marad, ami stabil egyensúlyi növekedési pályát reprezentál, az egy főre eső

GDP magasabb értéke mellett. Ezen egyensúlyi növekedési pálya elérése azonban az előző szakaszban mondottak szerint meglehetősen hosszú időt vesz igénybe, ráadásul a bifurkáció az egy főre eső fogyasztás jelentős csökkentését teszi szükségessé.

Megjegyzendő ugyanakkor, hogy a migrációs sokk által kiváltott alacsony szintű stabil egyensúlyi növekedési pálya – a koordinációs kudarc modelljének terminológiájával élve, a rossz egyensúly – kialakulásához a tőkeintenzitás jelentős mértékű alkalmazkodása szükséges. Ezzel szemben érdemes felidézni Meade (1961) Solow modelljével szemben megfogalmazott kritikáját, mely szerint a tőke nem képlékeny. Ez azt jelenti, hogy amennyiben egy gép működtetéséhez például háromfős kezelőszemélyzet szükséges, az nem alakítható át azonnal és költségmentesen hasonló célú olyan géppé, melyet ketten is kezelni tudnak. Így a tőkeintenzitás növekedése vagy csökkenése, legalábbis rövid távon, nem mehet végbe. Ezen a ponton érdemes újragondolni a tényezőárak merevségéről az előző szakasz végén mondottakat. Ha ugyanis a ragadós bérek képesek rövid távon a tőkeintenzitás rugalmas alkalmazkodását megakadályozni, akkor a fentebb említett napfolt-sokkok sem vezethetnek az imént bemutatott drámai következményekre.

### **Összegzés**

A második világháborút követően létrejött katonai szövetségek az egyes gazdaságok számára lehetővé tették biztonsági kiadásai (jelen tanulmányban a  $\beta$  paraméter) csökkentését, ami Solow növekedési modelljében gyorsabb tőkefelhalmozást és ezáltal az egy főre eső kibocsátás magasabb szintjét eredményező gazdasági növekedést eredményezett. Ezek a katonai szövetségek azonban nem biztosítanak megfelelő védelmet a terrorfenyegetettséggel szemben, ezért elkerülhetetlenné válik, hogy az egyes gazdaságok növeljék biztonsági kiadásait. Az ehhez szükséges források megteremtése azonban beruházásokat szorít ki, ilyen módon lassítva a tőkefelhalmozást.

Jelen tanulmány első részében e kiadások növelésének gazdasági növekedésre gyakorolt hatását vizsgáltuk. Láttuk, hogy ezek a hatások az endogén növekedés leépüléséhez vezethetnek, de mindenképpen a beruházások és az egy főre eső GDP visszaesését eredményezik. Továb-

---

bá amennyiben a terrorfenyegetettség erősödése ragadós tényezőárak, azaz a tőke és munka közti kisfokú helyettesíthetőség mellett teszi szükségessé a biztonsági kiadások erőteljes növelését, változatlan megtakarítási hányad mellett a gazdaság egy, az összeomlás felé tartó növekedési pályára kerülhet.

A cikk második részében a termelékenység terrorizmus miatt bekövetkező csökkenésének következményeit tekintettük át. Szakítva a mainstream közgazdaságtan azon feltevésével, mely szerint az aggregált termelési függvény technológiai sokk miatt bekövetkező elmozdulása egy, az eredeti függvényhez hasonló görbét eredményez, megmutattuk, hogy a negatív technológiai sokk miként vezethet a rendszer bifurkációja révén többszörös hosszú távú egyensúly kialakulásához. Megmutattuk azt is, hogy ebben az esetben, a koordinációs kudarc modelljéhez hasonlóan, például egy migrációs sokk nyomán új egyensúlyi helyzet alakulhat ki az egy főre eső GDP korábbinál jóval alacsonyabb szintje mellett. Az ilyen módon felmerülő nehézségekre hosszabb távon megoldást jelenthet azonban egy pozitív technológiai sokk, vagy a megtakarítási hányad emelése.

A cikk további érdekes eredménye annak megmutatása, hogy a koordinációs kudarc létrejöttéhez nincs szükség arra a hibás feltevésre, mely szerint egy termelési erőforrás felhasznált mennyiségének optimalizálása során a tényező határtermelékenységét annak reálkötségével kell egyenlővé tenni akkor is, ha az erőforrás hozadéka növekvő. Megmutattuk, hogy a koordinációs kudarcot egy pozitív vagy negatív technológiai sokk is kiválthatja.

Végül érdemes felhívni a figyelmet arra, hogy a jelen cikkben követett vizsgálódások mindvégig a neoklasszikus gondolati rendszer keretei közt maradtak, hisz a kapacitások teljes kihasználtsága alapfeltevés volt. Egy, a vállalkozói várakozásokat is figyelembe vevő, autonóm beruházási függvény bevezetése esetén a (2) erőforráskorlát egyenlőtlenség formájában teljesülne, ami az itt bemutatottaknál is pesszimistább következtetésre vezetne. Az autonóm beruházási függvény alkalmazása azonban már túlmutatna jelen tanulmány Solow-modell által megszabott keretein.

---

### Irodalomjegyzék

- Abadie, A.–Gardeazabal, J. 2003. The Economic Costs of Conflict: A Case Study of the Basque Country. *American Economic Review* 93, 113–132.
- Acemoglu, D. 2009. *Introduction to modern economic growth*. Princeton/Oxford: Princeton University Press.
- Allen, R. G. D. 1967. *Macro Economic Theory: A Mathematical Treatment*. London: Macmillan.
- Atkinson, A. B.–Stiglitz, J. E. 1969. A New View of Technological Change. *Economic Journal* 79, 573–78.
- Benhabib, J.–Farmer, R. 1994. Indeterminacy and Increasing Returns. *Journal of Economic Theory* 63, 19–41.
- Bessenyei, I. 1995. *A gazdasági növekedés alapvető elméletei*. Pécs: Janus Pannonius Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar.
- Cevik, S.–Ricco, J. 2015. Fiscal Consequences of Terrorism. *IMF Working Paper* WP/15/225.
- Chiang, A. C. 1984. *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. 3<sup>rd</sup> edition. New York: McGraw-Hill.
- Choi, S.-W. 2014. Economic growth and terrorism: domestic, international and suicide. *Oxford Economic Papers* 67(1), 157–181.
- Diamond, P. 1982. Aggregate Demand in Search Equilibrium. *Journal of Political Economy* 90, 881–894.
- Dobrescu, M. 2012. The New Keynesian Approach to Business Cycle Theory: Nominal and Real Rigidities. *International Journal of Economic Practices and Theories* 2(1), 13–22.
- Enders, W.–Hoover, G. A.–Sandler, T. 2016. The Changing Non-linear Relationship between Income and Terrorism. *Journal of Conflict Resolution* 60(2), 195–225.
- Gaibullov, K.–Sandler, T. 2008. Growth Consequences of Terrorism in Western Europe. *Kyklos International Review for Social Sciences* 61, 411–424.
- Gupta, S.–Clements, B.–Bhattacharya, R.–Chakravarti, S. 2004. Fiscal Consequences of Armed Conflict and Terrorism in Low- and Middle-Income Countries. *European Journal of Political Economy* 20, 403–421.
-

Harrod, R. F. 1960. Second Essay in Dynamic Theory. *Economic Journal* 70, 277–93.

Johnston, R. B.–Nedelescu, O. 2005. The impact of terrorism on financial markets. *IMF Working Paper* WP/05/60.

Kónya, I. 2015. *Az RBC-DSGE modellcsalád és a munkapiac makro-ökonomiája*. Pécs: Pécsi Tudományegyetem Közgazdasági Kar.

Lai, B. 2007. „Draining the Swamp”. An Empirical Examination of the Production of International Terrorism, 1968–1998. *Conflict Management and Peace Science* 24, 297–310.

McCandless, G. 2008. *The ABCs of RBCs – An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*. Cambridge, MA/London: Harvard University Press.

Meade, J. E. 1961. *A Neo-Classical Theory of Economic Growth*. London: Allen and Unwin.

Meierriels, D.–Gries, T. 2013. Casualty between terrorism and economic growth. *Journal of Peace Research* 50, 91–104.

Moody's Investor Service 2015. *Terrorism has a significant and long-lasting negative impact on the economy*. [https://www.moody's.com/research/Moodys-Terrorism-has-a-significant-and-long-lasting-negative-impact--PR\\_335903](https://www.moody's.com/research/Moodys-Terrorism-has-a-significant-and-long-lasting-negative-impact--PR_335903), letöltve: 2016.10.16.

Piazza, J. A. 2011. Poverty, Minority Economic Discrimination and Domestic Terrorism. *Journal of Peace Research* 48, 339–53.

Piazza, J. A. 2013. The Cost of Living and Terror: Does Consumer Price Volatility Fuel Terrorism? *Southern Economic Journal* 79(4), 812–31.

Romer, D. 2006. *Advanced Macroeconomics*. New York: McGraw-Hill/Irwin.

Savun, B.–Phillips, B. J. 2009. Democracy, Foreign Policy and Terrorism. *Journal of Conflict Resolution* 53(4), 878–904.

Shazad, S. J. H.–Zakaria, M.–Rehman, M. U.–Tanveer, A.–Fida, B. A. 2016. Relationship Between FDI, Terrorism and Economic Growth in Pakistan: Pre and Post 9/11 Analysis. *Social Indicators Research* 127, 179–194.

Solow, R. M. 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* 70, 65–94.

---

Solow, R. M. 1960. Investment and Technical Progress. In: Arrow, K.–Karlin, S.–Suppes, P. (eds.) *Mathematical Methods in Social Sciences*. Stanford: Stanford University Press.

Snowdon, B. 2009. The Solow model, poverty traps and the foreign aid debate. *History of Political Economy* 41, 241–262.

Williamson, S. D. 2009. *Makroökonómia*. Budapest: Osiris.

Zalai, E. 2012. *Matematikai közgazdaságtan II. Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések*. Budapest: Akadémiai Kiadó.