

Fizika

F. 586. Egy adott pillanatban az egyforma ionok egyenletes eloszlásban, egy síklapszerű alakzatban helyezkednek el (nevezzük ezt „ionfalnak”). Az ionfal *kezdeti* vastagsága d_0 és az ionok koncentrációja n_0 .

Határozzuk meg az ionfal vastagságának idő szerinti változását, ha:

a.) az ionokon kívül nincs jelen más anyag, tehát az ionfal *vákuumban* terjed szét;

b.) jelen van az ionokat származtató *semleges gáz*, vagyis az ionok szétszóródása gázban történik ($n \gg n_0$).

(Ismertnek tekintjük még az ionok q töltését, m tömegét, u mozgékonyosságát, valamint a gáz n koncentrációját.)

Bíró Tibor feladata

F. 587. Egymástól adott d távolságra található két kikötő közötti távolságon egy hajó a vízhez viszonyítva v sebességgel mozog. Állóvízen vagy folyóvízen tartana hosszabb ideig az oda-vissza út? Indokoljuk a választ.

F. 588. Párhuzamos, keskeny fénynyaláb R sugarú, homogén és izotrop anyagból készült átlátszó gömbre esik úgy, hogy a nyaláb központi sugara a gömb középpontján halad át. A gömb elhagyásakor a nyaláb keresztmetszetének átmérője harmadrésze a beeső nyaláb keresztmetszete átmérőjének.

Határozzuk meg:

a.) A gömb anyagának törésmutatóját.

b.) Milyen távolságra található a gömb középpontjától a gömbnek, mint vastag lencsének, a képtéri gyújtópontja?

c.) Mekkora kell legyen a gömb anyagának törésmutatója, hogy szórólencseként viselkedjék?

F. 589. Ahhoz, hogy 100 g tömegű ideális gáz hőmérsékletét 4 K-el növeljük egy olyan állapotváltozás során, amelyben a nyomás egyenesen arányosan növekedett a térfogattal, 831 J-al több hőmennyiséget kellett közölni, mintha ezt a hőmérsékletváltozást izochor folyamat során értük volna el. Határozzátok meg, milyen gáz vett részt a folyamatban!

F. 590. Egy hídról leugró sportoló a $h = 20$ m hosszúságú gumikötél egyik végét a korláthoz, a másik végét pedig magához erősíti. A kötélfékez a sportoló esését, és eközben a legnagyobb megnyúlása 2h. Mekkora maximális sebességre gyorsul fel, és mennyi ideig tart az esése? (A sportoló nem éri el a víz felszínét. A gumikötél követi a Hooke-törvényt és a tömege elhanyagolható. A légellenállástól eltekintünk!).

F. 586.

BBTE Fizika kar, XXII. AUGUSTIN MAIOR Fizikaverseny, 2017.11.25.

Szabadon választva, oldjon meg az alább javasolt 4 feladat közül 2 feladatot:

F1. Egy $m = 1$ kg tömegű test $h = 20$ m magasról szabadon esik.

- Mennyi idő múlva ér földet, és mennyi ebben a pillanatban a sebessége?
- A földfelszíntől milyen magasságra egyenlő a mozgási energia a potenciális energia felével?
- Mekkora utat tesz meg a test a mozgás utolsó másodpercében?
- Milyen ellenállási erő hat a testre a talajban, ha $d = 2$ cm távolságra fúródik be?
Adott $g = 10$ m/s².

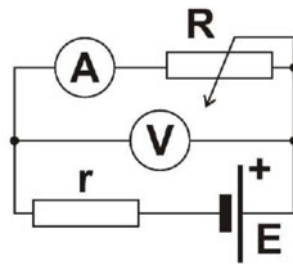
F2. Egy egyatomos ideális gáz ($C_V = 3R/2$), melynek hőmérséklete T_1 , a következő állapot-változásokon megy át: 1-2 izobár ($V_2 = 2V_1$), 2-3 $p = a \cdot V$ ($a =$ állandó, $V_3 = V_2/4$); 3-4 izobár ($V_4 = V_1$) és 4-1 izochor.

- Ábrázoljuk grafikusán (p, V) (p, T) és (V, T) koordinátákban a fent említett állapotváltozásokat
- Számítsuk ki a gáz jellemző paramétereit mind a 4 állapotváltozásban
- Határozzuk meg a gázmolekulák számát
- Számítsuk ki a 2-3 változás során végzett munkát és a cserélt hőt
Az Avogadro-féle számot (N_A) és a p_1, V_1, T_1 paramétereket ismertnek tekintjük.

F3. Az ábrán látható áramkörben a telep elektromotoros feszültsége (E) és belső ellenállása (r) ismeretlenek, az A ampermérő és V voltmérő ideálisnak tekinthetők, míg az R ellenállás változtatható értékű. Az R ellenállás különböző értékeire az áramforrás sarkain az U feszültség és az I áramerősség mért értékeit az alábbi táblázat tartalmazza:

U [V]	9	8	7	6	5	4	3	2	1
I [A]	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Ábrázoljuk az U feszültség változását az I áramerősség függvényében, és adjuk meg azt az egyenletet, amely meghatározza ezt a változást.
- Határozzuk meg a telep elektromotoros feszültségét (E) és belső ellenállását (r)
- R milyen értékére kapunk maximális teljesítményt az áramkörben? Adjuk meg ennek a teljesítménynek az értékét
- R milyen értékére kapunk maximális áramerősséget az áramkörben? Adjuk meg ennek az áramerősségnek az értékét.



F4. Egy $f' = 30$ cm fókusztávolságú gyűjtőlencse egy tárgyról a lencsétől 60 cm-re alkot képet. A gyűjtőlencsére ráillesztenek egy szórólencsét, amelynek a fókusztávolsága $f'' = -15$ cm. Határozzuk meg:

- a rendszert alkotó lencsék törőképességét,
- a tárgy helyzetét a gyűjtőlencséhez viszonyítva. Rajzoljuk meg a sugármenetet,
- a két lencséből álló rendszer fókusztávolságát,
- a két lencséből álló rendszer által alkotott kép helyzetét és milyenségét. Rajzoljuk meg a sugármenetet.

Az alábbi négy elméleti kérdés közül szabadon választva válaszoljon meg egy kérdést:

- Jelentsük ki a fényvisszaverődés és a fénytörés törvényeit! Készítsünk ábrát, amelyen feltüntetjük és értelmezzük a törvényekben szereplő jelöléseket.
- Megadva az összefüggésben szereplő jelölések fizikai értelmezését és a mennyiségek mértékegységét, jelentsük ki és írjuk fel Ohm törvényét a teljes áramkörre.
- Jelentsük ki a csúszó súrlódás törvényeit!
- Jelentsük ki a termodinamika első főtételeit, és írjuk fel annak matematikai kifejezését, megadva a felhasznált jelölések fizikai értelmezését és mértékegységét.

Munkaidő: 90 perc

Elérhető maximális pontszám = 100 pont

Pontozás: (F1.) = 40 pont, (F2.) = 40 pont, (F3.) = 40 pont, (F4.) = 40 pont, (E.) = 10 pont; 10 pont hivatalból

Megoldott feladatok

Kémia – FIRKA 2017-2018/2.

K. 883. 80 g 80 %-os kénsav-oldatba 0,15 mólnyi vegytiszta rézet tettek. A reakció végbemenele után mekkora az oldat tömege?

Megoldás: a reakciót leíró egyenlet: $\text{Cu} + 2 \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CuSO}_4 + \text{SO}_2\uparrow + 2\text{H}_2\text{O}$

$M_{\text{Cu}} = 63,54$ g/mol $M_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 98$ g/mol $\nu_{\text{Cu}} = \nu_{\text{SO}_2} = 0,15$ mol $M_{\text{SO}_2} = 64$ g/mol

A reakcióegyenlet értelmében a 0,15 mol Cu 0,3 mol kénsavval képes reagálni.

A 80 g kénsav-oldatban $80 \cdot 80 / 100 = 64$ g H_2SO_4 van, ami $64 / 98 = 0,653$ mol, tehát kénsav van feleslegben, a Cu teljes mennyisége feloldódik só formájában. A reakció hevítés hatására megy végbe, amely során a rézzel egyenértékű felszabaduló SO_2 gáz nem marad az oldatban. Tehát a reakció végén a tömegmegmaradás törvénye értelmében az oldat tömege = kénsav tömege + réz tömege – kén-dioxid tömege = $80 + 0,15 \cdot 63,5 - 0,15 \cdot 64 = 79,925$ g

K. 884. 100 g 10 tömegszázalékos NaOH oldathoz 50 g ismeretlen töménységű salétromsav-oldatot töltöttek. A reakció lejátszódása után az elegy savas kémhatású volt. Meghatározva az elegyben a salétromsav töménységét, arra 5 tömeg%-ot kaptak. Állapítsátok meg, hogy milyen töménységű salétromsav-oldatot használtak a NaOH semlegesítésére!

Megoldás:

$m_{\text{NaOH}} = 100 \cdot 10 / 100 = 10$ g $M_{\text{NaOH}} = 40$ g/mol $M_{\text{HNO}_3} = 63$ g/mol

$4 \text{ g NaOH} \dots 63 \text{ g HNO}_3$
 $10 \text{ g} \dots x = 15,75 \text{ g}$
 m_{elegy} a reakció végén: $100 + 50 = 150 \text{ g}$ A m_{HNO_3} felesleg az elegyben $= 150 \cdot 5 / 100 = 7,5 \text{ g}$
 Az eredeti oldatban $15,75 + 7,5 = 16,25 \text{ g HNO}_3$ volt
 $50 \text{ g oldat} \dots 16,25 \text{ g HNO}_3$
 $100 \text{ g} \dots x \quad C_{\text{HNO}_3} \text{ old.} = 32,50 \% \text{ m/m}$

K. 885. Pentén és 1,3-butadién 1,67 g tömegű keveréke 672 cm³ normálállapotú klórgázt addíciónál. Állapítsátok meg a kiinduló szénhidrogén keverék tömegszázalékos összetételét!

Megoldás:

$M_{\text{C}_5\text{H}_{10}} = 70 \text{ g/mol} \quad M_{\text{C}_4\text{H}_6} = 54 \text{ g/mol} \quad V_{\text{Cl}_2} = 22,4 \text{ dm}^3/\text{mol}$
 $\text{C}_5\text{H}_{10} + \text{Cl}_2 = \text{C}_5\text{H}_{10}\text{Cl}_2 \quad \text{C}_4\text{H}_6 + 2\text{Cl}_2 = \text{C}_4\text{H}_6\text{Cl}_4$
 Jelöljük a C₅H₁₀-t 1-el, a C₄H₆ molekulát 2-vel:
 $m_1 + m_2 = 1,67 \text{ g} \quad V_1 + V_2 = 672 \text{ cm}^3 \quad 1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ dm}^3$
 $70 \text{ g C}_5\text{H}_{10} \dots 22,4 \text{ dm}^3 \text{ Cl}_2 \quad 54 \text{ g C}_4\text{H}_6 \dots 2 \cdot 22,4 \text{ dm}^3 \text{ Cl}_2$
 $m_1 \text{ g} \dots V_1 \quad m_2 \text{ g} \dots V_2$
 $V_1 = 22,4 \cdot m_1 / 70 \quad V_2 = 2 \cdot 22,4 \cdot m_2 / 54$
 $22,4 \cdot m_1 / 70 + 2 \cdot 22,4 \cdot m_2 / 54 = 0,672 \quad (1)$
 $m_1 + m_2 = 1,67 \quad (2) \quad \text{Az (1) és (2) egyenletből } m_1 = 1,4 \text{ g} \quad m_2 = 0,27 \text{ g}$

1,67 g keverékben ...1,4 g C₅H₁₀
 100 g keverékben...x = 83,83 g $100 - 83,83 = 16,17 \text{ g}$
 Tehát a szénhidrogén keverék 83,83 % pentént és 16,17 % 1,3-butadiént tartalmazott.

K. 886. Egy üzemben olyan polipropilént gyártottak, amelynek a polimerizációs foka 1200. A termékből egy polipropilén fólia forgalmazó felhasználó 2 tonna mennyiséget rendelt. Ennek az anyagmennyiségnek a biztosítására legkevesebb mekkora anyagmennyiségű szennyezésmentes nyersanyaggal kellett rendelkeznie a termelőegységnek, ha 95%-os hozam mellett tudták kielégíteni a rendelőt?

Megoldás:

$M_{\text{polimer}}/M_{\text{monomer}} = 1200 \quad M_{\text{C}_3\text{H}_6} = 42 \text{ g/mol}$
 $m_{\text{polimer}} = m_{\text{monomer}}$ Ezért két t monomérre lenne szükség teljes átalakulás során.
 Mivel a polimerizáció 95% , minden 100 kg monomérből csak 95 kg alakul át.
 $100 \text{ kg C}_3\text{H}_6 \dots 95 \text{ kg}$
 $x \dots 2000 \text{ kg} \quad x = 2105,3 \text{ kg} \quad v = m/M \quad v_{\text{C}_3\text{H}_6} = 50,12 \text{ Kmol.}$

Fizika – FIRKA 2017-2018/2.

F. 585.

a.) A kezdeti pillanatban ($t_0 = 0$) a görgőscsapágy részeinek szögsebessége és sugara: külső gyűrű ... ω_{01} , R_1 // görgők forgási ... ω_{02} , R_2 // görgők keringési ... ω_0 , $(R_3 + R_2)$ // belső gyűrű ... ω_{03} , R_3 .

A Firka 2015-16/4 számában közölt F. 571. feladat figyelembevételével belátható, hogy a görgőscsapágnál a szögsebességek közti összefüggések azonosak a golyóscsap-

ágyánál kapottakkal, melyek a $k = \frac{R_1}{R_3}$ jelöléssel: $\begin{cases} \omega_{02} = \frac{2k}{k-1} \omega_{01} - \frac{k+1}{k-1} \omega_0 \\ \omega_{03} = (k+1) \omega_0 - k \omega_{01} \end{cases}$, de mivel a

kezdeti pillanatban $\omega_{01} = 0$ és ω_{03} adott: $\begin{cases} \omega_{02} = -\frac{k+1}{k-1} \omega_0 \\ \omega_{03} = (k+1) \omega_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{02} = -\frac{\omega_{03}}{k-1} \\ \omega_0 = \frac{\omega_{03}}{k+1} \end{cases}$.

Az *impulzusnyomaték* megmaradási tétele szerint, mivel – a forgásba hozott, majd elengedett csapágy – a környezetétől *elszigetelt* rendszer, a teljes perdülete megmarad: $J_{csapágy}(t_0 = 0) = J_{csapágy}(t)$. Viszont, egy forgó test impulzusnyomatéka (J) a test adott tengelyre vonatkoztatott szögsebességének (ω) és tehetetlenségi nyomatékának (I) a szorzata ($J = \omega \cdot I$); kiszámításához szükséges a megfelelő tehetetlenségi nyomaték ismerete.

- A csapágy *külső* és *belső* gyűrűi, a csapágy középpontján áthaladó (OO') tengely körül forognak, így tehetetlenségi nyomatékuk: $I_1 = m_1 R_1^2$, és $I_3 = m_3 R_3^2$.

- A görgők hengeres testek. Levezethető, hogy az R sugarú, m tömegű homogén henger *saját tengelyére* vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka: $I(\text{forgó henger}) = mR^2/2$.

Egy csapágygörgő esetén, melynek tengelye O_2O_2' : $I(\text{forgó görgő}) = m_2 R_2^2/2$, viszont $R_2 = (R_1 - R_3)/2$, így: $I(\text{forgó görgő}) = m_2 (R_1 - R_3)^2/8 = m_2 R_3^2 (k-1)^2/8$.

- A forgó csapágyánál, ennek OO' tengelye körül, a görgők *keringő* mozgást is végeznek. Körpályáiknak sugara (r) egyenlő a csapágy OO' és a görgő O_2O_2' párhuzamos tengelyeinek távolságával, $(O_2O_2' \parallel OO')$. Az ábra alapján: $r = R_3 + R_2$ és $R_2 = (R_1 - R_3)/2$ honnan: $r = (R_1 + R_3)/2$.

Ha egy hengeres test (R, m), egy tőle r távolságra levő – olyan tengely körül *kering* – mely saját tengelyével párhuzamos, a henger erre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka meghatározható: $I(\text{ker. henger}) = mr^2 + (mR^2)/2$. Ezt alkalmazva a csapágy

egyik keringő görgőjére: $I(\text{ker. görgő}) = m_2 \left(\frac{R_1 + R_3}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{R_1 - R_3}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$. Mivel a csapágyban N görgő van: $I(N \text{ ker. görgő}) = Nm_2 (3R_1^2 + 3R_3^2 + 2R_1R_3)/8$, vagy:

$$I(N \text{ ker. görgő}) = Nm_2 R_3^2 (3k^2 + 2k + 3)/8.$$

Bármely pillanatban a *csapágy* teljes impulzusnyomatéka (*belső/külső gyűrűk, görgők*):

$$J(\text{csapágy}) = J(k. \text{gy.}) + J(b. \text{gy.}) + J(N \text{ g. forg.}) + J(N \text{ g. ker.}).$$

▪ A *kezdő* pillanatban ($t_0 = 0$) : $J_0(\text{csapágy}) = \omega_0 I_1 + \omega_0 I_3 + N \omega_0 I(\text{forgó g.}) + N \omega_0 I(\text{ker. g.})$.
 Beírva a már ismert szögsebességeket és tehetetlenségi nyomatékokat:

$$J_0(\text{cs.}) = 0m_1 R_1^2 + \omega_0 m_3 R_3^2 + N \frac{-\omega_0}{k-1} m_2 R_3^2 \frac{(k-1)^2}{8} + N \frac{\omega_0}{k+1} m_2 R_3^2 \frac{3k^2 + 2k + 3}{8},$$

vagy: $J_0(\text{cs.}) = \omega_0 R_3^2 \left(m_3 + Nm_2 \frac{k^2 + k + 2}{4(k+1)} \right)$.

▪ Egy későbbi (t) pillanatban, mikor már a szabadon engedett csapágnál, a gördülő súrlódási erő leállította a csapágy részeinek egymáshoz viszonyított mozgását, az egész csapágy ω szögsebességgel fog forogni. Ekkor a csapágy impulzusnyomatéka:

$$J(\text{cs.}) = \omega \cdot I(\text{cs.}) = \omega \left[m_1 R_1^2 + m_3 R_3^2 + Nm_2 R_3^2 \frac{(k-1)^2}{8} + Nm_2 R_3^2 \frac{3k^2 + 2k + 3}{8} \right],$$

vagy: $J(\text{cs.}) = \omega R_3^2 \left(m_1 k^2 + m_3 + Nm_2 \frac{k^2 + 1}{2} \right)$.

▪ Alkalmazva a perdület megmaradás törvényét: $J(\text{cs.}) = J_0(\text{cs.})$

$$\omega R_3^2 \left(m_1 k^2 + m_3 + Nm_2 \frac{k^2 + 1}{2} \right) = \omega_0 R_3^2 \left(m_3 + Nm_2 \frac{k^2 + k + 2}{4(k+1)} \right).$$

Tehát, elég hosszú idő után, a csapágy forgási szögsebessége:

$$\omega = \omega_0 \frac{(k^2 + k + 2)Nm_2 + 4(k+1)m_3}{2(k+1)[2k^2 m_1 + (k^2 + 1)Nm_2 + 2m_3]}.$$

b.) A magára hagyott gördülő súrlódásos csapágyban, elég hosszú idő eltelte után, a *fejlődő hőmennyiség* (Q) egyenlő a csapágy mozgási energiájának a csökkenésével:

$$Q = -\Delta E_{\text{mozgási}}(\text{cs.}) = E_{0m}(\text{cs.}) - E_m(\text{cs.}).$$

Az ω szögsebességgel, I tehetetlenségi nyomatékkal rendelkező forgó test *mozgási energiája*: $E_m = I \cdot (\omega^2/2)$.

▪ A *kezdő* pillanatban: $E_{0m}(\text{cs.}) = \frac{I_1 \omega_0^2}{2} + \frac{I_3 \omega_0^2}{2} + N \frac{I(f.g.) \omega_0^2}{2} + N \frac{I(k.g.) \omega_0^2}{2}$,

vagyis: $E_{0m}(\text{cs.}) = \frac{(k^2 + k + 1)Nm_2 + 2(k+1)^2 m_3}{4(k+1)^2} R_3^2 \omega_0^2$.

▪ Elég *hosszú idő* után: $E_m(\text{cs.}) = I(\text{cs.}) \cdot (\omega^2/2)$, vagyis:

$$E_m(\text{cs.}) = \frac{1}{2} R_3^2 \left(k^2 m_1 + \frac{k^2 + 1}{2} Nm_2 + m_3 \right) \cdot \left[\omega_0 \frac{(k^2 + k + 2)Nm_2 + 4(k+1)m_3}{4(k+1)[k^2 m_1 + m_3 + (k^2 + 1)Nm_2/2]} \right]^2.$$

▪ Ezután már a *fejlődő hőmennyiség* kiszámítható: $Q = \dots$ **Bíró Tibor feladata**