

4. ábra

Így: $k = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cong \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_3} = \frac{y_2}{(-2 \cdot x_1)} \cdot \frac{(x_3 - x_1)}{y_3} \Rightarrow \frac{k \cdot y_3}{x_3 - x_1} = \frac{y_2}{-2 \cdot x_1}$; behelyettesítve y_2, y_3, x_3 kifejezéseit: $\frac{k \cdot (-x_3/x_1) \cdot y_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_1}{-2 \cdot x_1} \Rightarrow (2k - 1) \cdot x_3 = x_1$, továbbá $\frac{(2k - 1) \cdot R \cdot x_1}{2x_1 - R_1} = -x_1 \Rightarrow R = \frac{-x_1}{k - 1}$. Számszerűleg, mivel: $x_1 = -2 \text{ m}, k = 3 \Rightarrow R = \frac{-(-2)}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow R = 1 \text{ m}$. Tehát a képernyő gömbfelületének sugara 1 méter.

Bíró Tibor feladata

Megoldott feladatok

Kémia – FIRKA 2014-2015/2.

K. 801. Mekkora tömegű lítiumban van ugyanolyan számú neutron mint 1g nitrogénben?

Megoldás: Egy atomban a neutronok száma egyenlő a tömegszám és a protonok számának különbségével: $n = A - Z$. Egy mólnyi atomban, amelynek a tömege $A \text{ g}$, $6 \cdot 10^{23}$ számú atom van.

$A_N = 14$	$Z_N = 7$	$A_{Li} = 7$	$Z_{Li} = 3$
14g N $7 \cdot 6 \cdot 10^{23}$ neutron		7g Li $4 \cdot 6 \cdot 10^{23}$ neutron	
1gN $x = 3 \cdot 10^{23}$ neutron		m $3 \cdot 10^{23}$ neutron	
		m = 0,875g	

K. 802. Pipettából kicszeppenő víz térfogatára $0,045 \text{ cm}^3$ értéket kaptak. Hány elektron „nyüzsiség” egy ilyen nagyságú vízcseppben, ha a térfogat-meghatározáskor a víz sűrűsége 1 g/cm^3 ? Hogyan lehet meghatározni a vízcsepp térfogatát?

Megoldás: $V_{\text{víz}} = 0,045 \text{ cm}^3$, mivel a víz sűrűsége 1 g/cm^3 , $m_{\text{víz}} = 0,045 \text{ g}$

Egy víz molekulában 2H atom és 1O atom van, mivel $Z_H=1$, $Z_O = 8$ és a semleges atomban az elektronok száma egyenlő a protonok számával, egy víz molekulában 10 elektron van.

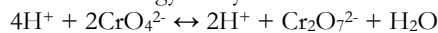
$$\begin{aligned} M_{H_2O} = 18g & \quad 18g H_2O \dots 10 \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ elektron} \\ & \quad 0,045g \dots x = 1,5 \cdot 10^{22} \text{ elektron} \end{aligned}$$

A vízcsepp térfogatának meghatározására a beosztásos pipettából meghatározott térfogatú (V) vizet csepegtetünk ki, megszámlálva a vízcseppek számát (n). 1csepp térfogata = V/n . A pipettából minél nagyobb térfogatú víz cseppeit számoljuk meg, annál pontosabb értéket kapunk.

K. 803. *A krómsav és a dikrómsav erős savak. Egymásba egyensúlyra vezető folyamat során átalakulnak a következőképpen: $2H_2CrO_4 \leftrightarrow H_2Cr_2O_7 + H_2O$. Hogyan változik az egyensúlyi állapot, ha a reakcióközegbe a) sósavat, b) nátriumhidroxid oldatot csepegtetünk?*

Megoldás: A két sav erős sav, akkor teljes mértékben ionizálnak. A krómsav reakciója során csökken az egyensúlyi rendszerben a H^+ -ionok száma, mivel a keletkező víz nagyon gyenge elektrolit, ionizációjának (disszociáció) mértéke elhanyagolható a savakéhoz képest.

A reakció az egyensúlyban a következő módon írható fel:

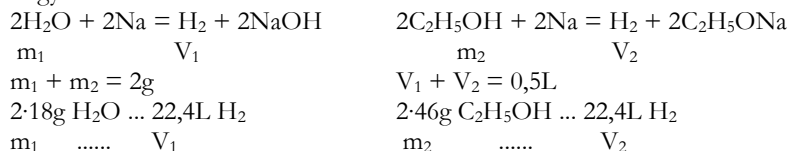


Le Chatelier elvét alkalmazva :

- sósav (erős sav, $HCl \leftrightarrow H^+ Cl^-$) adagolásakor megnőne az elegyben a H^+ -ionok száma, az egyensúlyi rendszer úgy módosul, hogy ennek ellenszegüljön. Abba az irányba tolódik el, amelyben csökken a H^+ -ionok száma, vagyis jobbra, a dikrómsav képződése irányába.
- nátrium-hidroxid (NaOH oldatban teljesen ionizálva van Na^+ és OH^- ionokra) adagolásakor a OH^- -ionok megkötik a H^+ -ionokat a gyengén ionizálódó vízmolekulák képződése közben. Ezért az egyensúly a H^+ -ionok számának növekedése irányába (balra), a krómsav képződés irányába tolódik el.

K. 804. *Mekkora a tömegszázalékos víztartalma annak az etil-alkohol – víz elegynek, amelyből 2g tömegűt nátriummal kezelve $500cm^3$ normálállapotú hidrogén keletkezett?*

Megoldás: Nátriummal a keveréknek mind a két komponense reagál az alábbi reakcióegyenletek szerint:



Az elegy százalékos összetételének kiszámításához a négy ismeretlent kettőre kell redukálnunk a fenti aránypárok segítségével.

$$V_1 = 22,4 \cdot m_1 / 2 \cdot 18 \quad \quad \quad V_2 = 22,4 \cdot m_2 / 2 \cdot 46$$

Az m_1 kiszámítható az $m_1 + m_2 = 2$ és $22,4 \cdot m_1 / 2 \cdot 18 + 22,4 \cdot m_2 / 2 \cdot 46 = 0,5$ kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerből: $m_1 = 0,034g$

$$2g \text{ elegy} \dots 0,034g H_2O$$

$$100g \dots x = 1,7g$$

Tehát az alkohol-víz elegy 1,7% vizet tartalmaz.

K. 805. Azonos szénatomszámú alkán és alkén keverékében azok gőzei anyagmennyiségeinek aránya 1:2. Ennek a keveréknek a nitrogénre vonatkoztatott sűrűsége 1,524. Melyik a két szénhidrogén?

Megoldás: A két szénhidrogén molekulaképlete C_nH_{2n+2} (alkán) és C_nH_{2n} (alkén).
 $d = M_{\text{kev.}}/M_{N_2}$ $M_{N_2} = 28$ $M_{\text{kev.}} = (14n + 2 + 2 \cdot 14n)/3$
 $1,524 = (3 \cdot 14n + 2)/3 \cdot 28$ ahonnan $n = 3$
Tehát a két szénhidrogén: C_3H_8 (propán) és C_3H_6 (propén)

K. 806. Egy gépjárműbe olyan benzint tankolnak, amelynek a sűrűsége $0,75 \text{ g/cm}^3$ 20°C hőmérsékleten, s amelyben az előzetes elemzéskor 40t% heptánt és 60t% oktánt találtak. Mekkora tömegű szén-dioxiddal terheli a légkört a jármű, amikor 1 dm^3 benzint fogyaszt működés közben (tökéletes égést feltételezve)? Ehhez mekkora térfogatú oxigénre van szükség?

Megoldás: A benzint alkotó szénhidrogének égési reakcióját leíró egyenletek:



$$v_1 \quad v_2$$

$$V_b = 1 \text{ dm}^3 \quad \rho_b = 0,75 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3} \quad 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 \quad m_b = 750 \text{ g}$$

A feladat csak akkor oldható meg, ha a benzin összetétele tömegszázalékban van megadva, ellenkező esetben kéne ismerni a két komponens sűrűségét külön-külön.

$$m_{\text{hept.}} = 0,4 \cdot 750 = 300 \text{ g} \quad M_{C_7H_{16}} = 100 \text{ g/mol} \quad v_{\text{hept.}} = 300/100 = 3 \text{ mol}$$

$$m_{\text{okt.}} = 0,6 \cdot 750 = 450 \text{ g} \quad M_{C_8H_{18}} = 114 \text{ g/mol} \quad v_{\text{okt.}} = 450/114 = 3,95 \text{ mol}$$

$$v_{CO_2} = 7 \cdot v_{\text{hept.}} + 8 \cdot v_{\text{okt.}} = 52,6 \text{ mol} \quad m_{CO_2} = 52,60 \cdot 44 = 2314,4 \text{ g} = 2,33 \text{ kg}$$

$$V_{O_2} = (11 v_{\text{hept.}} + 25/2 v_{\text{okt.}}) \cdot 22,4 = 1845,3 \text{ dm}^3 \text{ normál állapotban.}$$

Fizika – FIRKA 2014-2015/1.

F. 558. Egy követ a talajtól 10 m/s sebességgel hajtunk el. $0,5 \text{ s}$ múlva sebessége 7 m/s . Milyen legnagyobb magasságig emelkedik fel a kő?

Megoldás: Függetlenes hajtás esetén a 10 m/s kezdősebességgel elhajtott kő $0,5 \text{ s}$ elteltével 5 m/s sebességgel rendelkezne. Mivel a kő sebessége 7 m/s , következik, hogy ferdén hajtottuk el. Koordináta rendszerünk Ox tengelyét vízszintes irányban, Oy tengelyét függőlegesen felfelé irányítva választjuk. Ekkor:

$$v_x = v_0 \cos \alpha = \text{állandó}, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Így a sebesség nagyságának négyzetére kapjuk:

$$v^2 = v_0^2 - 2v_0 g t \sin \alpha + (gt)^2,$$

ahonnan

$$\sin \alpha = \frac{v_0^2 - v^2 + (gt)^2}{2v_0 g t} = 0,76$$

A kezdősebesség Oy irányú összetevője így

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 7,6 \text{ m/s},$$

és a legnagyobb magasság

$$h_{\text{max}} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = 2,88 \text{ m}$$