

$$p \cdot S + F_s = (m_2 + m_1) \cdot g$$

— Ezután szedessünk le — fokozatosan — a mérlegrészekből éppen annyit, hogy a légnyomás hatására a dugattyú kezdjen felfele mozogni. Ebben az esetben a dugattyúra ható légköri nyomást a kissé megkönnyített (m_1) teher és — a most lefele irányuló — súrlódási erő egyensúlyozza ki:

$$p \cdot S = (m_1 + m_2) \cdot F_s$$

— Az egyenletrendszer megoldva a légköri nyomás kifejezése:

$$p = \left(\frac{m_1 + m_2}{2} + m_1 \right) \cdot \frac{g}{S}$$

— A dugattyú S felületét egy bizonyos V térfogathoz tartozó l dugattyúlöket megméréseivel számítjuk ki: $S = V/l$.

Észrevétel:

A dugattyú kihúzásával a hengerben található levegő térfogatát (20 mm^3 -ről 20 cm^3 -re) több mint ezerszeresére növeltük, ezáltal a kihúzott állapotban nyomása elhanyagolhatóvá vált.

Két mérés adatai (két különböző fecskendővel):

| V (cm^3) | l (cm) | S ₂ (cm^2) | m ₂ (g) | m ₁ (g) | m _t (g) | p | | |
|------------------------|-----------|-------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|--------|-----|
| | | | | | | (Pa) | (torr) | |
| 10 | 5,05 | 1,98 | 2050 | 1350 | 240 | 96020 | 720 | |
| 20 | 5,13 | 3,90 | 4310 | 2700 | 240 | 94105 | 706 | |
| a középérték: | | | | | | | 95062 | 713 |

Következtetés:

Összehasonlítás végett leolvastuk egy hitelesített higanyos barométer mutatta légnyomás értékét is: $p_{\text{bar}} = 730 \text{ torr} = 730 \cdot 133,3 \text{ Pa} = 97309 \text{ Pa}$

Mérésünk abszolút, valamint relatív hibáját kiszámítva:

$$\Delta p = p_{\text{bar}} - p = (730 - 713) \text{ torr} = 17 \text{ torr}; \quad \delta_p = \frac{|\Delta p|}{p_{\text{bar}}} = \frac{17}{730} = 0,023 = 2,3\%$$

Mint láthatjuk, mérési eljárásunkkal sikerült a légköri nyomás elfogadható értékét megkapnunk!

Bíró Tibor

Megjegyzések két, véletlen számokat előállító módszerhez

Az ú.n. MID_SQUARE METHOD-ot John von Neumann gondolta ki véletlen (random) számsorozatok előállítására az alábbi algoritmus szerint:

(1) Legyen $r = \overline{abcd}$ tetszőleges négyjegyű szám

(2) Emeljük négyzetre: $r^2_1 = \overline{klmnpqrs}$

(3) Emeljük ki ez utóbbi számból a közbűlső 4 számjegyet, ezekkel alkossuk meg a sorozat következő tagját: $r_2 = \overline{mnpq}$

(4) Most a sorozat második tagját emeljük négyzetre és "belezzük ki" a négyzetét a leírt módon, és így tovább.

A módszer nem vált be a gyakorlatban: észrevették ugyanis, hogy a sorozatban csakhamar "eluralkodnak" a kicsi számok, vagyis, hogy az eljárás gyakrabban produkál 5000-nél kisebb mint annál nagyobb számokat (a számok empirikus eloszlása nem egyenletes).

Megjegyzéseim: A. Elméleti úton - mindaddig - sem cáfolni, sem igazolni nem tudom a fenti sejtést;

B. Annyi bizonyos, hogy a sorozatnak nem lehet több mint 10000 egymástól különböző tagja (hiszen csak ennyi különböző négyjegyű szám írható fel 0000-tól 9999-ig, nem több)

C. Mihelyt a sorozat valamelyik tagja egy későbbi sorszám alatt megismétlődik, attól kezdve ismétlődni fog a kettejük közti egész "szekvencia": úgy mondanám, hogy a sorozat kvázi-periodikus olyan értelemben, hogy $(\exists) n_0, T \in \mathbb{N}^*, n_0, T < 1000, (\forall) n \in \mathbb{N}^*, n \geq n_0, r_n = r_{n+T}$.

D. Bizonyos startszámok (r_1) esetén a sorozat adott ponton "lefullad", pl. $r_1 \leq 0009$ -re már a második tagtól kezdődően $r_2 = r_3 = \dots = 0000$. Ez nyilván $T = 1$ periódusnak felel meg. Nem tudom, hogy a 0000 startszámon kívül vannak-e más olyan startszámok is, amelyekre a sorozat "önmagába fül"?

E. Ha készíteni akarnék egy programot a Neumann-számok generálására, adott startszámról, leállíthatnám a megjelenítést mielőtt a ciklus bezárul (mihelyt tehát, "beüt" az első ismétlődés)

F. A sorozat akármelyik tagjától indítható, vagyis ha egy bizonyos startszám már fellelhető valamely előző startszám sorozatában, akkor a neki megfelelő sorozat egyszerűen átvehető az előbbiből. Ez igen jelentős időmegtakarítást jelentene.

Fentieket –és természetesen a saját észrevételeket is– felhasználva, készítsünk és futtassunk le egy programot amely mindegyik abcd startszámra ki jelezné a hozzárendelt kvázi-random sorozat tagjait az első ciklus "hosszát" (a T periódust), kiírná a kicsi meg a nagy számok számarányát egy cikluson belül, azután összeszedné az egész irdatlan számtáblázatból és külön tabellálná a rendre $T = 1, 2, 3, \dots$ hosszúságú ciklusokat, végül külön kiírná azokat a startszámokat, amelyekre a sorozat "lefullad" zéróra (megjelölve a lefulladási szintet/rangot is).

Feltételezésem szerint valamely transzcendens függvény értékeinek tizedesjegyei, úgy a másodiktól-harmadiktól kezdődően, már teljesen véletlenszerűen következnek egymásra. El tudnám tehát képzelni random számok generálását a következőképpen:

- (1) Választok egy transzcendens függvényt (f);
- (2) Az argumentumot FOR...NEXT ciklussal megfuttatom egy intervallumon, tetszőleges, kicsike növekménnyel (STEP-pel);
- (3) A függvény megfelelő értékeiből leszakítom az első két tizedesjegyet, vagyis képezem a $100 * f(x) - \text{INT}(100 * f(x))$ számokat.

Készítsünk programot egy-két ezer random szám előállítására ezzel az eljárással és teszteljük le, hogy egyenletes eloszlásúak-e.

Krámlai József, tanár Marosvásárhely.

Megjegyzés:

Az $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x$ függvény segítségével 1 000 számot generáltam, ezeket az első tizedesjegyük szerint osztályoztam és számláltam meg. A felállásuk

| | |
|------------------|--|
| [0, 0, 1) -on | 94 szám |
| [0, 1, 0, 2) -on | 103 szám |
| [0, 2, 0, 3) -on | 100 szám |
| [0, 3, 0, 4) -on | 97 szám |
| [0, 4, 0, 5) -on | 105 szám |
| [0, 5, 0, 6) -on | 95 szám |
| [0, 6, 0, 7) -on | 101 szám |
| [0, 7, 0, 8) -on | 107 szám |
| [0, 8, 0, 9) -on | 95 szám |
| [0, 9, 1, 0) -on | 103 szám volt, ami nem is olyan rossz. |