

# Az Univerzum gyorsulva tágul

I. rész

## 1. A Hubble törvény

Az Univerzumra vonatkozó ismereteink a 20-as években indultak rohamos fejlődésnek, amikor Hubble felfedezte, hogy az égen látható ködök nem a Tejút részei, hanem ahhoz hasonló távoli galaxisok. Ezt a felfedezést az tette lehetővé, hogy egy akkor működésbe lépő, nagyfelbontású távcső segítségével felismerte, hogy a vizsgált ködben csillagszerű képződmények vannak, amelyek között előfordulnak periodikusan változó objektumok is. A jól mérhető periódus idők a mi Tejútunkban előforduló Cepheidák periódus idejéhez voltak hasonlatosak. A Cepheidák esetében Henriette Leavitt 1912-ben egy monoton összefüggést fedezett fel a periódus idő és a luminozitás között. Emlékeztetünk rá, hogy a luminozitás a csillag wattokban kifejezhető fényteltjesítményét jelenti. Hubble feltételezte, hogy a ködben előforduló változó csillagokra is érvényes ez az összefüggés. Felhasználva a Földön mérhető I fényintenzitás, a csillag L luminozitása, valamint a csillag r távolsága között fennálló

$$I = L / (4 \pi r^2)$$

alakú összefüggést, arra az eredményre jutott, hogy egy adott ködben megfigyelt változó csillagok gyakorlatilag mind ugyanolyan távolságra vannak, és ez a távolság sok nagyságrenddel nagyobb, mint a mi Tejútunkban megfigyelhető bármelyik csillag távolsága. Sorra véve számos különböző ködöt, ugyanerre a következtetésre jutott. (Természetesen az egyes ködök távolságára más és más érték adódott.) Ezen eredmények alapján vált ismertté, hogy a ködök a mi Tejútunkhoz hasonló távoli galaxisok. Ma már tudjuk, hogy egy-egy ilyen galaxisban átlagosan  $10^{11}$  csillag található. A következő nagy felfedezés az volt, hogy a távoli galaxisok csillagaiból hozzánk érkező fény színekében olyan vonalak fordulnak elő, amelyek a hidrogén atom vonalas spektrumára emlékeztetnek. Ezek a vonalak azonban nem egyeztek meg a laboratóriumban mért spektrum vonalaival. A különbség egy vörös irányú eltolódásban jelentkezett. Kevés kivétellel az összes galaxisnál vörös eltolódás volt észlelhető, csak mindegyiknél más és más mértékű. Hubble 1929-ben felismerte, hogy a vörös-eltolódás mértéke függ a galaxis távolságától. A vöröseltolódás magyarázatára a Doppler-effektust elfogadva, arra a következtetésre jutott, hogy a galaxisok annál nagyobb v sebességgel távolodnak tőlünk, minnél nagyobb r távolságra vannak:

$$v = H r,$$

ahol H a Hubble állandó:  $1 / H \approx 15$  milliárd év.

Ha nem tételezzük fel, hogy a Föld a Világegyetem közepe, akkor azt kell tudomásul vennünk, hogy minden galaxis minden galaxistól távolodik.

## 2. A táguló Világegyetem modellje

Bolyai János ismerte fel először 1823-ban, hogy az Euklidesz-i geometrián kívül létezhet másfajta geometria is. Ezt követően dolgozta ki Riemann a görbült terek geometriáját. Bolyai már sejtette, hogy a geometriát az anyag határozza meg. Ezt a gondolatot Einstein öntötte matematikailag kezelhető formába, amikor 1916-ban megfogalmazta az általános relativitáselmélet alapegyenleteit a Riemann-féle geometria felhasználásával. Az

Einstein-féle elméletben alapvető szerepet játszik a  $g_{ik}(x)$  metrikus tenzor. Ennek az elemei a  $ds^2$  ívelem-négyzet

$$ds^2 = g_{ik}(x) dx^i dx^k, \quad (i,k = 0,1,2,3)$$

alakú definíciójában szereplő együtthatók. Ha ezeket ismerem, akkor ki tudom számítani az  $x(x^0, x^1, x^2, x^3)$  téridő tetszőleges két közeli pontjának, azaz két eseménynek a  $ds$  „távolságát”, ekkor pedig mindent tudok a tér geometriájáról, amit csak tudni lehet. A metrikus tenzor elemeit a

$$G_{ik}(x) = 8 \pi G_N T_{ik}(x)$$

alakú Einstein-féle egyenletek megoldásával határozhatjuk meg.

Itt  $G_N$  a Newton-féle gravitációs állandó.  $G_{ik}(x)$  az Einstein-tenzor, ami a  $g_{ik}(x)$  metrikus tenzorból és annak első és második deriváltjaiból építhető fel. Ez kimerítően jellemzi a téridő görbületét. A  $T_{ik}(x)$  tenzor az anyag energia-impulzus tenzora. Az Einstein-egyenletek formailag egy másodrendű parciális differenciálegyenlet rendszert alkotnak, amelynél a bemenő információ az anyag állapotát jellemző energia-impulzus tenzor, a megoldás pedig a  $g_{ik}(x)$  metrikus tenzor. Ha a térben nincs jelen anyag, akkor az energia-impulzus tenzor minden eleme zérus. Ekkor az Einstein-egyenletek megoldásaként kiadódó metrikus tenzor a görbületmentes Minkowski-tér metrikáját adja vissza. Ha viszont anyag van jelen, akkor az eredményül kapott metrikus tenzor a téridő minden  $x$  pontjában jellemzi azt a görbületet, amit az anyag hoz létre. Minden gravitációs jelenség ennek a görbületnek a következménye. (Az általános relativitáselmélet keretei között gravitációs mező nem létezik, csak görbület van. A gravitációs mező csak a klasszikus fizikában használatos fogalom, aminek bevezetése pedagógiai szempontból indokolt, de tudni kell, hogy csak gyenge gravitációs hatások esetén írja le a valóságot.)

Az Univerzumra vonatkozó elképzeléseink kialakulásában mérföldkövet jelentett a Szent Pétervár-i Friedmann munkája. Az Einstein-féle általános relativitáselmélet fenti egyenleteit Friedmann 1922-ben megoldotta, azzal a feltevéssel, hogy a jobb oldalon álló  $T_{ik}$  energia-impulzus tenzor homogén és izotróp anyagot ír le:

$$T_{ik} = \rho u_i u_k + p(g_{ik} + u_i u_k)$$

ahol  $\rho$  az energiasűrűség,  $p$  a nyomás,  $u_i$  pedig a hidrodinamikai sebesség, ami együttmozgó rendszerben:  $u_i(1,0,0,0)$ . A metrikáról feltételezte, hogy:

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) (dr^2/(1 - k r^2) + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2))$$

alakú, ahol bevezettük az  $(r, \theta, \varphi)$  gömbkoordinátákat. Ezt a metrikát behelyettesítve az Einstein-egyenletbe Friedmann az  $R(t)$  skálafaktorra a következő egyenleteket származtatta le:

$$(dR/dt)^2 = (8 \pi G_N / 3) \rho R^2 - k,$$

$$d^2R/dt^2 = - (4 \pi G_N / 3) (\rho + 3 p) R.$$

Ezekhez még hozzávéve a  $p=p(\rho)$  állapotegyenletet, zárt egyenletrendszert kapunk az  $R(t)$  skálafaktor, a  $\rho(t)$  energiasűrűség és a  $p(t)$  nyomás időfüggésének a meghatározására. Megoldásként az adódik, hogy az Univerzum nem lehet sztatikus.

A második Friedmann egyenlet alapján világos, hogy  $R(t)$  gyorsulása negatív mindaddig, amíg  $(\rho+3p)$  pozitív, ez pedig minden eddig ismert anyagfajtára fennáll. A tágulás tehát annál jobban lassul, minnél nagyobb az energiasűrűség és a nyomás. Ez azt jelenti, hogy az anyag gravitációs vonzása lassítja a tágulást. Az 1. ábrán az  $R(t)$  skálafaktor időfüggése látható. A homogén és izotróp Univerzum görbülete konstans.

Ez a konstans görbület negatív, ha  $k = -1$ , (illetve  $\rho < \rho_{kr}$ ),

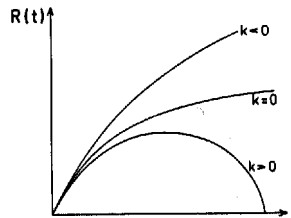
– zérus, ha  $k = 0$ , (illetve  $\rho = \rho_{kr}$ ),

– és végül pozitív, ha  $k = +1$ , (illetve  $\rho > \rho_{kr}$ ),

ahol  $\rho_{kr}$  a kritikus sűrűség:  $\rho_{kr} = H^2 / (8 \pi G_N / 3)$ .

A Friedmann-egyenletek megoldásának lényege tehát az, hogy az Univerzumban két tetszőleges pont  $r$  távolsága az időben változik:

$$r(t) = R(t) r(0)$$



1. ábra

### 3. A Friedmann-féle modell összehasonlítása a tapasztalattal

Ahhoz, hogy a Friedmann-egyenleteknek ezt az érdekes megoldását komolyan vehessük, kritikus szemmel meg kell vizsgálunk azokat a feltevéseket, amelyeket Friedmann bevezetett. Ezek közül az a feltevés a legkevésbé hihető, hogy az Univerzum homogén és izotróp. Valóban az égen sok minden látszik, de homogenitásnak és izotrópiának még csak nyomát sem látjuk. A statisztikai vizsgálatok szerint a galaxisok és a galaxis halmazok sűrűsége rendkívül nagymértékben fluktuál. Ha azonban a fluktuációkra kiátlagolunk, akkor az adódik, hogy az anyag átlagos sűrűsége minden helyen és minden irányban ugyanaz. Friedmann csak a matematikai kezelhetőség kedvéért vezette be a homogenitásra és az izotrópiára vonatkozó feltevést, nem is remélhette, hogy ez a feltevés érvényes legyen a valóságos fizikai világban. Mindezek ellenére kiderült, hogy az anyag átlagos eloszlása az, ami homogén és izotróp, és éppen ez kell az Univerzum modellhez. Ezek után számítsuk ki két tetszőleges pont távolodásának a  $v$  sebességét:

$$v(t) = dr/dt = ((dR/dt)/R) r(t).$$

A Friedman-egyenletek megoldásaként kiadódó  $R(t)$  skálafaktor a tágulás korszakában az időnek monoton növekvő függvénye, a derivált pozitív konstansnak tekinthető:

$$(dR/dt)/R = H.$$

Innen következik, hogy

$$v(t) = H r(t),$$

ami nem egyéb, mint a Hubble törvény. Hubble felfedezése, valamint a gravitációs egyenletek Friedmann-féle megoldása G. Gamowot 1948-ban arra a feltevésre vezette, hogy az Univerzum története egy „Ősrobbanással”, a Big Bang-gel kezdődött. A robbanás kifejezés nem szerencsés, mert nem olyasmiről történt, mint amikor egy gránát felrobban egy adott helyen, és onnan a repeszdarabok szétrepülnek, mert azok sebessége nem függ a távolságuktól. Ehelyett a geometriai tér „robbant fel”, az kezdett el tágulni és ez a tágulás azóta is folytatódik. Az anyag „úszik” a táguló tér „hátán”. Az Ősrobbanással kezdődő tágulás modelljének első nagy sikerét a legősibb, összetett atommagok gyakoriságának a kiszámítása eredményezte.

Az Univerzum megismerésének szempontjából igen fontosnak bizonyult az Olbers-paradoxon néven ismert felfedezés (H. W. M. Olbers 1820). Eszerint, ha a Világegyetemben jelenlévő világító égitestek átlagos sűrűsége  $n$  [ $1/m^3$ ], és átlagos luminozitása  $L$  [ $J/s$ ], akkor a Földön észlelhető csillagfény  $I$  [ $J/s/m^2$ ] intenzitása:

$$I = \int^R L / (4 \pi r^2) n (4 \pi r^2) dr = L n \int^R dr = L n R$$

Ez az integrál végtelen, ha az Univerzum  $R$  sugara végtelen. Az égbolt éjszaka nem lehet sötét, sőt éjjel-nappal végtelen fényes kell, hogy legyen. Ezt a következtetést az sem változtatja meg, hogy a távoli csillagok fénye abszorbeálódhat menetközben, ugyanis egyensúlyban ugyanennyi a reemisszió. Az Univerzum tehát nem lehet végtelen, ha egyensúlyban van. Ha viszont nincs egyensúlyban, akkor időben nem lehet állandó. A táguló Világegyetem modelljének a fényében az Olbers-paradoxon tehát egyáltalán nem paradoxon, hanem egy meggyőző érv azzal a feltevessel szemben, hogy az Univerzum végtelen.

A zsidó, a keresztény, a mohamedán és sok más vallás azt tanítja, hogy a világot Isten teremtette. Ezt a felfogást igen sokan elfogadjuk. A felvilágosodás korának racionalizmusa megkísérelte Istent száműzni az emberi gondolkodásból, ehhez a teremtés hitét valami mással kellett helyettesíteni. A legegyszerűbbnek az tűnt, hogy a világot térben és időben végtelennek deklarálták és így elvben ki lehetett iktatni az emberi gondolkodásból mind a teremtés, mind pedig a végítélet ideáját. Kant szerint a tér és az idő csak a tudatunkban létező kategóriák, amik meghatározzák gondolkodásunkat, ezért a világot el sem tudjuk képzelni másnak, mint végtelennek. A Világ végtelenségének dogmája annyira eluralkodott a filozófiában, hogy Einstein saját egyenleteinek helyességében kételkedett, amikor időben változó megoldást kapott. Nem hitte el az eredményt, mert az ellentétben állt az általánosan elfogadott dogmával! Észrevette azonban, hogy ha az egyenleteibe beír egy konstans tagot, akkor időtől független megoldást is lehet kapni. Egy ideig azt hitte, hogy ilyen módon a dogmával való ellentmondást megszüntette. Kitént azonban, hogy az így kibővített, az ún. kozmológikus konstans tartalmazó egyenlet időtől független megoldása instabil, azaz a legkisebb perturbáció hatására időfüggővé válik, ezért kénytelen volt ezt a konstans tagot elhagyni. Élete végéig a legnagyobb tévedésének tartotta ezt a „kisiklást”, annál is inkább, mert a Friedmann-féle megoldás, ami teljes összhangban áll a Hubble-törvénnyel, meggyőzte arról, hogy a Világegyetem időben tágul.

**Lovas István**

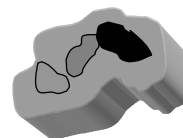
a Magyar Tudományos Akadémia tagja

## Programozási technikák felülnézetből

I. rész

Végezzük el a következő kísérletet: mutassunk fel egy ívlapot és kérjük meg a tanulókat, hogy nevezzék meg minél több tulajdonságát. Ezután – egy másik osztályban – ismételjük meg a kísérletet, de úgy, hogy az ívlappal együtt egy másik alakzatot is felmutatunk, mondjuk ami fából készült és körülbelül úgy néz ki mint az alábbi.

Mit fogunk tapasztalni? Azt, hogy a második osztályban az ívlapnak számottevően több tulajdonsága fog megfogalmazódni a tanulóknak. Például nem valószínű, hogy az első osztályban felfigyelnek arra, hogy az ívlap egyszínű, síkidom, összegyűrhető, stb.



Ez az egyszerű kísérlet egy régismert igazságot emel ki: *Az ellentétek felhívják a figyelmet, mind magukra, mind a hasonlóságokra.*

Hogyan lehetne alkalmazni ezt az alapelvet az informatika oktatásában?