

Irodalom

- 1] *Blundo, J.* – Digital Scanner, <http://web.mit.edu/2.972/www/reports/scanner/scanner.html>
- 2] *Miklóssy D.* – Prezentációs oktatási segédanyag kidolgozása a PC perifériák és működésük bemutatására; Magyar Elektronikus Könyvtár (<http://www.mek.iif.hu>), PTE-Pollack Mihály Muszaki Főiskolai Kar (<http://vili.pmmf.hu/diplom/2001/miklossy/szakdolgozat.htm>)
- 3] *Tyson, J.* – How Scanners Work, Marshall Brain's HowStuffWorks, <http://www.howstuffworks.com/scanner.htm>
- 4] *** – Digitális képrögzítés elmélete; MACSBK – Magyar AmatőrCsillagászok Baráti Köre, Cikkarchívum, <http://macsbk.csillagaszat.hu/cikkek/digicam.htm>
- 5] *** – The PC Technology Guide – Scanners, <http://www.pctechguide.com>
- 6] *** – A szkennerek, <http://eotvos.isk.tvnet.hu/intranet/computer/hardware/scan.htm>

Kaucsár Márton

Rekurzió egyszerűen és érdekesen

*“A tanulás legyen teljesen gyakorlatias, teljesen szórakoztató, ..., olyan, hogy általa az iskola valóban a játék helyévé, vagyis az egész élet előjátékává váljon.”
(Comenius)*

I. rész

Tegyük fel, hogy egy bizonyos engedélyt szeretnél kiváltani a polgármesteri hivaltól. Az első irodában közlik veled, hogy az engedély megszerzése feltételezi egy másik engedély birtoklását, amelyet egy másik irodában állítanak ki. Amikor belépsz ide ugyanazt a választ kapod, mint az előző irodában. És ez így folytatódik addig, míg egy olyan engedélyhez nem jutsz, amelyik megszerzése már nem feltételezi egy további engedély birtoklását. Minekutána ezt kiváltottad, folytathatod a félbehagyott kísérletet – fordított sorrendben – míg minden szükséges engedélyt meg nem szerzel. Végül az első irodában fogják a kezébe adni azt az engedélyt, amiért beléptél a hivatal ajtaján.

Rekurzió a matematikában

Bár a fenti kálváriához hasonló tapasztalhattál már, mégis a rekurzió fogalmával valószínű matek órán találkoztál először, a rekurzív képletek kapcsán. Klasszikus példa erre a faktoriális rekurzív képlete. A matematikusok az első n ($n > 0$) természetes szám szorzatát *n faktoriálisnak* nevezik és $n!$ -el jelölik. A $0!$ értéke megegyezés szerint 1.

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{ha } n = 0 \\ 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n & \text{ha } n > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ha a fenti képletben az $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1)$ szorzatot $(n-1)!$ -al helyettesítjük, akkor eljutunk a faktoriális rekurzív képletéhez.

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{ha } n = 0 \\ (n-1)! \cdot n & \text{ha } n > 0 \end{cases} \quad (2)$$

Ezt a képletet azért nevezik rekurzívnek, mert az $n!$ kiszámítását ($n > 0$ estén) visszavezeti $(n-1)!$ kiszámítására, egy *hasonló, de egyszerűbb* (eggyel kevesebb szorzást feltételez) feladatra. Természetesen $(n-1)!$ is hasonló módon visszavezethető $(n-2)!$ -ra és így tovább, míg eljutunk $0!$ -ig.

$$n! = (n-1)! \cdot n = (n-2)! \cdot (n-1) \cdot n = \dots = 0! \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

Rekurzió az informatikában

Tegyük fel, hogy két függvény, f_1 és f_2 célul tűzi ki, hogy kiszámítja a paraméterként kapott n faktoriálisának értékét. f_1 az (1) képlet alapján lát hozzá a feladathoz és a következőképpen oldja meg:

```
Pascal
function f1(n: integer): integer;
var i, p: integer;
begin
  if n = 0 then f1 := 1
  else
    begin
      p := 1;
      for i := 1 to n do
        p := p * i;
      f1 := p;
    end;
end;

C/C++
int f1 (int n)
{
  if (n == 0) return 1;
  else
  {
    int p = 1;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
      p *= i;
    return p;
  }
}
```

Megfigyelheted, hogy f_1 felvállalja az egész feladatot, ami azt jelenti, hogy elvégzi az $n!$ kiszámításához szükséges mind az n szorzást. Az $n > 0$ esetben ezt egy for ciklussal oldja meg. Ezt a megközelítést – amikor bizonyos utasítások ismétlését ciklus segítségével valósítjuk meg – *iteratív* módszernek nevezzük.

f_2 viszont ennél sokkal kényelmesebb. A faktoriális rekurzív képletéből véve az ötletet, a következőképpen gondolkodik:

1. Ha $n = 0$, akkor én is készségesen megoldom a feladatot – elvégre ez csak annyit jelent, hogy bemondom a $0!$ értékét, az 1 -et.

2. Ha viszont $n > 0$, nem vállalom fel a teljes feladatot, túl fárasztó lenne nekem n szorzást elvégezni. A következőképpen fogok eljárni:

2.1. Átruházom „valaki”-re az első $n-1$ szorzás elvégzésének feladatát – ami valójában az $(n-1)!$ értékét jelenti – és nyújtok neki egy „tálca” amire rá tegye az eredményt.

2.2. A tálcán kapott eredményt még megszorozom n -el, és máris büszkélkedhetek az $n!$ értékével.

Ez mind jó és szép, de ki lesz ez a „valaki”, és mi lesz a „tálca”?

És most jön a hideg zuhany f_2 úrfinak. Mivel ez a „valaki” az $(n-1)!$ kiszámításánál hasonlóképpen fog kellene eljárjon mint 0 , ezért a „valaki” 0 maga lesz.

? Hogy-hogy? Azt jelentse ez, hogy a feladatom orozslánrészét átruházom magamra, és annak orozslánrészét megintcsak magamra, és így tovább míg eljutok a $0!$ -ig?

? Igen, pontosan erről van szó!

? De hát ez lehetetlen, hiszen azt feltételezné, hogy klónozzak még n példányt magamból.

? Pedig amint látni fogod, valami hasonlóról van szó.

? És a tálca?

? Mivel „mindenik f_2 ” a *saját* tálcáját kell nyújtsa a következőnek, ezért a tálca szerepét egy – a függvény típusával azonos típusú – *lokális (saját)* változó fogja betölteni.

Íme az f_2 függvény Pascal és C/C++ változatban:

```
Pascal
function f2(n: integer): integer;
var talca: integer;
begin
  if n = 0 then f2 := 1
  else
    begin
      talca := f2(n-1);
      f2 := talca * n;
    end;
end;

C++
int f2 (int n)
{
  int talca;
  if (n == 0) return 1;
  else
  {
    talca = f2(n-1);
    return talca * n;
  }
}
```

Ez tényleg elegáns, de hogyan működik? Erről szól majd a következő rész!

Kátai Zoltán, Marosvásárhely