LOGIKA ÉS VALÓSÁG

G. HAVAS KATALIN

ONTOLOGIZÁLÓ FELFOGÁS A MATEMATIKAI LOGIKÁBAN

A matematikai logika, a logikai kalkulusok létrejöttével a logikának az ontológiához való viszonyában változás következett be. A matematikai logikai kalkulusokkal – ha ezeket, mint formális rendszereket tekintjük – létrejött a logikának egy olyan fejezete, amelynek törvényei közvetlenül nem a gondolkodás törvényei, e törvényeknek különböző interpretációs lehetőségei vannak. Így többek között lehetőség van a matematikai logikai rendszerek (vagy pontosabban *bizonyos* matematikai logikai rendszerek) ontológiai interpretációjára. Ilyen interpretációban például a klasszikus kétértékű predikátumlogika (PL) törvényei (mindig igaz formulái) az összes individuumra vonatkozóan tartalmaznak állítást. (Így a $\forall_{(x)} (F_{(x)} \vee \overline{F}_{(x)}$ alakú kijelentés azt állítja, hogy bármely x individuum rendelkezik F vagy $\overline{F}$ tulajdonsággal).

A matematikai logikai rendszerek törvényei ontológiai interpretációjának lehetősége egyes logikusokat a modern logika ontologizáló felfogásához vezette el.

Amíg a matematikai logikát megelőző logikákban (így például Hegelnél is) az ontológizáló felfogás jellemzője az volt, hogy a logikai törvényeket *gondolkodás*-törvényeknek tekintették és ezek természetét megkülönböztetés nélkül azonosították a léttörvények természetével, addig a modern logikában az ontologizáló felfogás már nem tekinti a logikai törvényeket gondolkodás-törvényeknek, a logikát nem tartja a gondolkodás-törvények és -formák tudományának, hanem olyannak, amelynek feladata ontológiai struktúrák elemzése.

Ezzel egy időben változások zajlottak le az ontológia értelmezésében is: míg korábban az ontológia fő feladatának annak megválaszolását tekintették, hogy mi létezik, a logikát ontologizáló felfogás mai képviselői szerint a logikának mint ontológiának nem feladata ennek eldöntése. Szerintük a logika a tényleges *és* a *lehetséges* világok ontológiája. Minden ontológiailag interpretált logikai rendszer – a lehetőség szerint minimálisra csökkentett – előfeltevéseket fogad el arra vonatkozóan, hogy milyen entitások léteznek vagy létezhetnek. A logika feladata az, hogy akceptálja, ami a hipotézisekben adott, és visszaadja ezeket rendezett formában, levonja a hipotézisekből eredő következményeket és ezzel megadja az előfeltevéseknek megfelelő világ struktúráját.

Eltérő vélemények vannak arra vonatkozóan, hogy a logikával mint ontológiával kimerül-e az ontológia feladata. Egyes szerzők szerint ellentétben a metafizikával, amely egzisztenciális állításokat tartalmaz a különböző fajtájú entitásokról, az ontológia csak általános törvénykijelentéseket fogalmaz meg annak eldöntése nélkül, hogy valójában léteznek-e ezek az entitások vagy sem. Ez az álláspont tehát az ontológiát és az ontologizált logikát egybeesőnek, azo-

nosaknak tekinti.[1] Más szerzők elismerik azt, hogy az ontológia magába kell hogy foglalja az arra a kérdésre adott választ is, hogy minek a létezését ismerjük el (hogy például elismerjük-e absztrakt entitások létezését), vagyis ezeknél a szerzőknél a logikai rendszerekkel mint ontológiával nem válaszolható meg minden ontológiai probléma.[2]

A „lehetséges világ" fogalmát a logikában kielégítően nem definiálták. Úgy véljük, hogy legalábbis a matematikai logika kifejlődésének első szakaszában, a klasszikus matematikai logikai rendszerek kidolgozásának korszakában filozófiai szempontból a „lehetséges világ" olyan világot jelöl, amelynek az elemeit lehetségesen létező dolgok alkotják. „Lehetségesen létező" mindaz, ami logikailag nem ellentmondásos. Eszerint a logikai igazságok – amelyeknek megállapítása a logika feladata – olyan igazságok, amelyekkel ellentmondásban levő állítások nemcsak hogy nem egzisztálnak, hanem, amelyek nem is egzisztálhatnak, egzisztálásukra nincs lehetőség. Ilyen értelmezésben pl. a $(\forall_{(x)}(F_{(x)} \vee \bar{F}_{(x)})$ formula nemcsak a létező x individuumról állítja, hogy az rendelkezik F tulajdonsággal vagy rendelkezik F tulajdonsággal, hanem bármely x individuumról, amelynek a létezése lehetséges, történik az állítás. Vagy másként fogalmazva, függetlenül attól, hogy létezik-e ténylegesen x individuum, x létezése nem lehetséges másként, csak úgy, hogy valamely F tulajdonsággal vagy $\bar{F}$ tulajdonsággal rendelkezzen. (Ugyanígy az egzisztenciális kvantorral megfogalmazott logikai igazságoknál pl. $(\exists_{(x)}(F_{(x)} \wedge \bar{F}_{(x)})$ formában ontológiai interpretáció esetén nemcsak a ténylegesen létezőkről történik állítás, hanem arról, hogy nem igaz az, hogy létezik, vagy létez*het* olyan x individuum, amely rendelkezik F és $\bar{F}$ predikátummal is.)

A matematikai logika klasszikus szakaszában a reális világ és a lehetséges világok logikai képe alapelveikben, struktúrájukban megegyeztek egymással. A modális és a releváns logikai rendszerek interpretációi esetében „új lehetséges világok" teremtődnek, olyanok, amelyeknek törvényei mások is lehetnek, mint a klasszikus logika világának törvényei. Így tehát már különböző struktúrájú lehetséges világokat kapunk. Ezáltal magának a „lehetséges világ"-nak a fogalma is megváltozott. A lehetséges világ is relatív fogalommá vált. Egy világ valamely más világhoz viszonyítva lehetséges.[3] Továbbá a lehetséges világok között differenciációk jönnek létre. Ma már beszélnek reális lehetőségek világáról és a nem-normális lehetőségek világáról. A nemnormális világok olyanok, amelyekben a klasszikus logika törvényei nem érvényesek, vagy csak részben érvényesek. A reális világ az a világ, amelyben az összes klasszikus logikai igazságok igazságok. Így azonban ismét problematikussá válnak az elnevezések. Igaz-e, hogy a reális világ valóban azonos azzal a világgal, amelyben a klasszikus logika törvényei érvényesülnek? Vagy éppen

[1] G. Küng így ír: „. . . a metafizika az a tudomány, amely egzisztenciális állításokat tesz a különböző fajtájú entitásokról, az ontológia pusztán leírja ezeket annak eldöntése nélkül, hogy ezek aktuálisan egzisztálnak-e." (1, 10.). Küng a logikai rendszerek előfeltevéseit „metafizikai előfeltevések"-nek nevezi. (lásd: 1., 35.)

[2] Így például W. V. Quine szerint az ontológiai nézetkülönbségek lényegét az arra vonatkozó válasz határozza meg, hogy „mi van?". (Lásd: 8.) Quine a matematikai logikai rendszerek *ontológiai* előfeltevéseinek problémáival a logika filozófiája témakörében foglalkozik.

[3] Kripke megfogalmazása szerint egy világ lehetséges egy másikhoz viszonyítva, ha mindazon esetekben, amikor A állítás az első világba tartozik, akkor egy olyan mondat, amely közvetlenül A lehetőségét állítja, a másodikba tartozik. (Lásd: 2.)

arról van szó, hogy *mi* azt tartjuk reális világnak, amelyet a klasszikus logika törvényei írnak le? Igaz-e, hogy azok a világok, amelyek a „nem-normális világ" elnevezést kapták, mind olyanok, amelyek nem realizálódhatnak, és ha igaz, akkor tekinthetők-e ezek egyáltalán világnak? Nevezhető-e ontológiai struktúra megadásának a nem-normális világ struktúrájának megadása?[4]

Hogyan lehetséges különböző ontológiák létezése, milyen ezen ontológiák egymáshoz való viszonya, melyik ezek közül az, amelyik „az igaz" ontológia, van-e egyáltalán ilyen?

A legutóbbi időben felmerült az a gondolat, hogy a lehetséges világokat (amelyek különböző sajátosságokkal is rendelkezhetnek) szintén egyesíteni lehet egy világban, amelyet a „lehetséges világok világának" nevezhetünk.

Úgy vélem, hogy ebben implicite benne rejlik az a gondolat, hogy a logika, mint ontológia a lehetséges világok és a lehetséges világok *világának* a törvényeit tárja fel. Erről a világról azonban már ma is tudjuk, hogy nem egy lezárt világ, nem egy lezárt rendszer, hiszen ez magában egyesíti a ma létező és a jövőben megalkotásra kerülő logikai rendszerek mindegyikét. Ezzel tulajdonképpen eljutottunk oda, hogy elismerjük azt, hogy *önmagában* egyetlen logikai rendszer sem alkalmas arra, hogy elégséges módon írja le a valóság struktúráját. — E gondolat igazolását kísérlem meg a következőkben.

HOMOGENIZÁLÁS A MATEMATIKAI LOGIKAI RENDSZEREKBEN

A materializmus a logikai formákat az emberiség millió és millió formában ismétlődő tapasztalati ismeretbeli általánosítása eredményének tekinti. A logikai formák és a valóság kapcsolatának megértéséhez azonban figyelembe kell venni azt is, hogy a logikai formákban a valóság specifikus módon tükröződik vissza. A logikában nincs egyetlen olyan elem, amelyet — végső soron — ne lehetne visszavezetni valóságelemekre és relációkra. Ugyanakkor számolni kell azzal is, hogy a valóság gondolati újrateremtése a tudat aktivitásával megy végbe, habár ez az aktivitás önmaga is a szubjektivitás és az objektivitás elválaszthatatlan kölcsönvonatkozásainak egyik mozzanata. Olyan aktivitás ez, amely nem akadályozza, hanem éppen előmozdítja a világ objektív megismerését.

A tudat aktivitásának tényével számolva nem lehet egyetérteni az olyan ontológizáló felfogással, amely minden egyes logikai formát a valóság valamely elemének feleltet meg, amely nem veszi figyelembe a logikai rendszerekben a kreatív elemet.

A tudat aktivitásának egyik megnyilvánulása a homogenizálási tevékenység. A homogenizálás[5] minden megismerés szükségszerű velejárója, az absztrakció egyik formája.

Az ember a heterogén valóság megismerési folyamatában különböző tárgyakat valamely tulajdonságuk, viszonyuk kiemelésével csak mint e tulajdonsá-

[4] R. Routles és R. K. Meyer (Lásd: 3., 201.) azt javasolják, hogy a „világ" elnevezés helyett térjenek át a „konstrukció" kifejezésre, ezzel ugyanis nyitva hagyható az a nem eldöntött kérdés, hogy ez a „konstrukció" fogalom az ontológiába, vagy az ismeretelméletbe, vagy esetleg éppen a pszichológiába tartozik.

[5] A „homogenizálás" terminust filozófiai jelentésben Lukács György használta először. Az alábbiakban e fogalom magyarázatánál az ő munkájára támaszkodom. (Lásd: 4.)

gok, viszonyok hordozóit szemléli, vagyis azonosítja őket bizonyos közös sajátosságuk alapján, miközben eltekint azon sajátosságaiktól, amelyekben e tárgyak különböznek egymástól. Az azonosítás mindig a megismerő alany számára az adott megismerési folyamatban lényeges sajátosság alapján történik, és azok a sajátosságok, amelyeknek különbözőségétől eltekint az ember, olyanok, amelyek az adott megismerési folyamat szempontjából lényegtelenek, elhanyagolhatók. Az, aminek alapján az azonosítás történik, lehet, hogy magára a tárgyra nézve, ennek az objektív létezését illetően nem lényeges, és az aminek a különbözőségétől elvonatkoztatás történik bizonyos konkrét megismerési szituációkban, lehet, hogy a tárgy objektív léte szempontjából szükségszerűen hozzátartozó sajátosság. Például ahhoz, hogy az ősember a szanaszét heverő kövek közül kiválassza a neki például csiszolásra alkalmasakat és otthagyja az alkalmatlanokat, ahhoz a köveknek véletlen természeti formáját (a kő „kőként való létezése" szempontjából véletlen, nem lényeges formáját) el kell hogy válassza más tulajdonságaitól, a köveket csak mint e tulajdonság hordozóit kell hogy szemlélje. Ezen homogenizálás az előfeltétele annak, hogy a csiszolásra alkalmasság, illetve az alkalmatlanság megállapítható legyen. A kövek ugyan véletlen természeti formájuknál fogva alkalmasak vagy alkalmatlanok a csiszolásra, de ez a tulajdonságuk csak az emberi munkában, csak ennek révén aktualizálódhatott, a kőként való létezésben soha meg nem valósuló lehetőség maradt volna.

Ha már most azt, amit a homogenizálásról mondottunk, az ontológia törvényeként interpretált logikai törvényekre vonatkoztatjuk, akkor azt kell megállapítani, hogy ezek mindegyike csak absztrakt, idealizált megragadása a dolgok bizonyos összefüggéseinek. Ezért ezek csak megközelítően hűen tükrözik a gondolkodás objektumait. Így a PL-ben homogenizálódik a heterogén valóság először is azon körülmény folytán — amely körülmény a klasszikus kétértékű logikák mindegyikében fennáll —, hogy itt egymástól élesen elkülönülő tulajdonságokkal, relációkkal rendelkező individuumok feltételezéséből indulnak ki. Ez a feltételezés az ember gyakorlati megismerési tapasztalatának az általánosítása. Az ember ahhoz, hogy ítélni tudjon a dolgokról, meg kellett hogy különböztesse, el kellett hogy különítse őket egymástól. Ezen megkülönböztetésre, elkülönítésre az objektív alapot a bennük levő viszonylagos különbözőségek adják meg. (A különbség viszonylagos, mert minden individuum tulajdonságait, relációit illetően olyan, hogy különbözik is más individuumoktól, meg velük azonos sajátosságokkal is rendelkezik.)

Homogenizálódik továbbá a heterogén valóság a PL-ben azért, mert a tulajdonságokkal, relációkkal rendelkező individuumok feltételezésénél a PL eltekint az idő tényezőjétől. Ez a feltételezés szintén az ember gyakorlati tapasztalatának általánosítása. Ahhoz, hogy az ember gondolkodni tudjon, bizonyos mértékig mindig el kell tekintenie a dolgok örök változásától. Erre az objektív alapot a dolgokban meglevő viszonylagos állandóság adja. (A dolgok bizonyos sajátosságaikat viszonylag tartósan megőrzik.)

A PL homogenizál továbbá azért is, mert az individuumok és sajátosságaik (tulajdonságaik, viszonyaik) vizsgálata során eltekint a sajátosságok sajátosságaitól (például a tulajdonságok tulajdonságaitól), eltekint a sajátosságok modalitásától (például szükségszerű, lehetséges tulajdonságok) stb.

A fentiek következtében az ontológiailag interpretált PL a valóságot azon absztrakciós feltételek mellett, azon a homogenizációs szinten adja vissza, amely homogenizációs szint a PL (a fentiekben röviden jellemzett) sajátja.

Igaz, hogy a PL rendszerénél gazdagabb rendszerek (például magasabbrendű predikátumlogika, modális logika) képesek arra, hogy a PL bizonyos homogenizálásait feloldják, de ezek sem mentesek bizonyos fajta homogenizálásoktól. Nincs olyan logikai rendszer, és nem is lehet létrehozni olyant, amely ne előfeltételezne homogenizálást. Ezért az ontológiailag interpretált logikai rendszereknél mindig számolni kell azzal, hogy ezekben a rendszerekben a léttörvényeknek, összefüggéseknek mindig csak valamely homogenizálási szintű metszetben való leképzését kapjuk.

Mennyiben képesek megadni ezek a szükségképpen homogenizált rendszerek, mint *rendszerek* a valóság *struktúráját?*

A valóság struktúrája és a logikai struktúrák szükségképpen különböznek egymástól.

A logika és az ontológia struktúráját illető különbségről Lukács György a következőket írja: „. . . a logika homogén gondolati közeget teremt, amelynek struktúrájában minőségileg különböznie kell az önmagában heterogén valóságtól, már csak azért is, mert egy homogén közegben a relációk szükségképp más jellegűek, mint ott, ahol heterogén tárgyak, erők stb. reálisan kihatnak egymásra." (4., 82.) „. . . a homogén megismerési eszköznek a heterogén valósággal való ellentéte azt a különös vonást ölti magára, hogy egymáshoz képest heterogén és ezért önmagukban nem minden további nélkül rendszerezhető és hierarchizálható jelenségeknek egy – végtelen – komplexusát homogén zárt, hierarchikus rendszerként reprodukálják gondolatilag." (4., 83.)

A logikai rendszerek *hierarchikus* elrendezése a logikai struktúra és a valóság struktúrája közötti döntő különbség. Amíg a homogenizálás olyan specifikum, amely a létezőtől csak olyan különbözőséget hoz létre, amelynek következményei a homogenizáltnak a valósággal való összevetésével, a homogenizált valójában heterogén jellegének a gondolati tisztázásával kiküszöbölhetők, ezzel szemben a hierarchikus-rendszeres elrendezés – Lukács szavaival – a tárgyak bizonyos nézőpontok szerinti magasabbra vagy alacsonyabbra besorolása, egymás fölé, illetve alá történő egységbe illesztésük a valóságra az összefüggéseknek egy teljességgel idegen nézőpontját alkalmazzák.

Lukács Hegel logikai rendszerének példáján mutatja be, mennyire hamis ontológiai kép keletkezik akkor, ha a fogalmak, ítéletek egymásból történő levezetésének módját, a logikai levezetések módját egyben az objektív genezisének módjaként értelmezik, ha két kategória logikai összefüggéseit azonosítják a realitások közötti összefüggésekkel.

Lukács fenti gondolatait, úgy véljük, alkalmazni lehet a modern logikai rendszerek vonatkozásában is, és alkalmas kiindulópont ez a mai ontológizáló felfogások bírálatánál.

Például Wittgenstein képelméletében az elemi kijelentés szerkezetét az ezen kijelentés által leírt (elemi) tény szerkezetének felelteti meg. E képelméletben a nyelv egésze, annak mértékében, ahogy igaz kijelentésekből épül fel, a világ egészének képét alkotja. Valójában azonban a PL-ben szereplő elemi kijelentés nem elemi alkotórésze a valóságnak, az elemi kijelentésekből felépülő összetett kijelentések nem a valóság szerkezeti felépülésének megfelelői.

Továbbá, a logikai rendszerek axiomatikus felépítésére vonatkoztatva a „hierarchikus rend" fogalmát, azt mondhatjuk, hogy a logikai rendszer axiómáinak megválasztását, a rendszer levezetési szabályaival megkapott tételek rendjét nem lehet a dolgok objektív rendje képmásának tekinteni, ahogy erre például egy mechanikus tükrözési elmélet hajlamos lenne.

Az a tény, hogy egyik rendszer sem közvetlen képe a valóság struktúrájának, megadja a magyarázatát annak, hogy miért lehetséges különböző egymástól eltérő rendszerű logikák létezése. Minden egyes logikai rendszerben modellálni lehet a valóság bizonyos általános összefüggéseit, és így minden egyes rendszer alkalmas eszköz lehet a valóság bizonyos strukturális sajátosságainak, de csak bizonyos sajátosságainak megértéséhez. De bármelyik logikai rendszer kidolgozásáról legyen is szó, a valóság struktúrája és a logikai struktúra szükségszerűen homogenizált hierarchikus jellegéből következő meg nem felelés nem küszöbölhető ki *egy adott* rendszeren belül.

A fenti probléma átvezet annak a kérdésnek a feltevéséhez, hogy beszélhetünk-e a logikai törvények (a logikai igazságok) univerzális jellegéről. Mennyiben tekinthetők a logika törvényei általánosan érvényes törvényeknek?

A LOGIKAI TÖRVÉNYEK ÁLTALÁNOS JELLEGE

A klasszikus logika szakaszában az ember – objektív alapokra támaszkodva – olyan „világot hozott létre", amelyben az individuumok élesen elhatárolt tulajdonságokkal, relációkkal rendelkeznek. A logikatudomány fejlődésével – bizonyos megismerési feladatok szükséglete által vezérelve (így például mikrofizika, mikrobiológia problémái stb.) – létrejöttek olyan vizsgálódások, amelyek a klasszikus logika világától eltérő alapelveken nyugvó világképen épülnek fel. A „létezők világa" bármely logikai rendszer esetében a különböző megismerési feladatok alapján más és más módon homogenizálódott világ, amely a megismerő ember tudatos tevékenységével választódik ki. A logikai rendszerekben jelentkező „különböző világok" az emberi megismeréstől függetlenül, magában az objektív valóságban egymástól nem elválasztva, hanem együtt léteznek, együtt alkotják a „Világ"-ot. Ennek figyelembevételére azért van szükség, hogy pontosabban megfogalmazhassuk a vizsgált problémát. A logikai törvények általános érvényűségének problémája a gondolkodásban már homogenizálódott individuumokra, a megismerési feladat céljából valamilyen módon felfogott individuumokra vonatkozó probléma.

Valamely logikai rendszer törvényei – ontológiai interpretáció esetén – a valóságot azon a homogenizációs szinten adják vissza, amely a rendszer absztrakciós feltételei által határozódik meg. A különböző logikai rendszerek nem abban különböznek egymástól, hogy érvényességi körük a létezők osztályának más-más részosztálya, hanem abban, hogy érvényességi körük a *létezők teljes összességének* más-más homogenizálási szintű metszetben való leképezése. (Persze arról lehet beszélni – és erről a továbbiakban még lesz szó –, hogy bizonyos vizsgálathoz célszerű valamely homogenizálás, más esetben viszont ez nem megfelelő.)

Ilyen, a homogenizálási szintből adódó különbséggel magyarázható például az is, hogy amíg a konkrét tartalomtól való absztrakció igen magas szintjén álló rendszerekben (például a materiális implikációs rendszerekben) a $(p \wedge (\bar{p} \vee q)) \rightarrow q$ mindig igaz kifejezés, ugyanakkor némely olyan rendszerben, ahol az implikáció kevésbé absztrakt (például az E-entailment rendszerben) a fenti kifejezés nem mindig-igaz, és ennek alapján nem megengedhető $p \wedge (\bar{p} \vee q)$ alapján q-ra következtetni.

A különböző logikai rendszerek más és más feladatok megvalósítását teszik lehetővé, különböző megismerési célok elérésének eszközei. Hasonló itt a helyzet, mint bármely természettudományos vizsgálódásnál. Ezeknél is különböző eszközök felhasználása egyazon objektum különböző oldalainak, sajátosságainak vizsgálatát teszi lehetővé. A különböző megismerési eszközök felhasználásával, a különböző oldalú megközelítésnél kapott egymástól eltérő eredmények a természettudományok területén is azt a látszatot kelthetik, mintha a kapott eredmények egymásnak ellentmondanának. (Érdekesen ír erről a kísérleti orvostudománnyal kapcsolatban Selye János „Az álomtól a felfedezésig" c. könyvében. Az orvostudományban gyakori félreértések, elkeseredett viták egyik fajtájának forrását azzal szemlélteti, mintha egy nagy hegység északi és déli völgyében egy-egy törzs élne. Az északi lejtő sziklás és kopár, a délit virágzó rétek és erdők borítják. A két törzs egyetlen tagjának sem sikerült még megmásznia a hegyet. Ha a két törzs tagjai valahol szülőföldjüktől távol összetalálkoznának és mindegyik törzs beszélne az „ő hegységéről", sohasem jönnének rá, hogy ugyanarról a dologról beszélnek. Az analógia után Selye így folytatja: „A hisztologus, aki ezüst-impregnációs eljárással vizsgálja a szívizmot, tisztán látja a szívidegek legparányibb elágazásait is, de nem veheti észre a glikogént; kollégája, aki a Best-féle kármin-festékkel dolgozik, könnyen felfedezi a glikogént, de egyetlen idegvégződést sem lát. Ha tudatosan alkalmaznak más-más eljárást, nemigen keletkezhet közöttük súlyos nézeteltérés. Előfordul azonban, hogy két hisztologus azonos módszert használ, mégsem veszi észre, hogy nem egyformán készítette el az oldatot. Ilyenkor mind a ketten szilárdan meg vannak győződve arról, hogy a másik káprázat áldozata lett." [5., 350.])

Adott L_1 logikai rendszer törvényei tehát egy adott h_1 homogenizálási szinten szemlélve a valóságot, minden valóságterületen általánosan érvényes, univerzális törvények. Ha viszont bizonyos megismerési feladatok azt követelik meg tőlünk, hogy valamely más h_2 homogenizálási szinten való szemléletre térjünk át, és az ennek megfelelő L_2 rendszert használjuk fel, akkor lehet, hogy kikerülünk az L_1 rendszer törvényeinek hatóköréből. Az L_1 és az L_2 rendszer törvényei egyaránt általánosan érvényes törvények a valóság összes területén az alkalmazási lehetőségeiknek megfelelő h_1, illetve h_2 homogenizálási szintnek megfelelő feltételek teljesülése mellett. Másrészt viszont nincs és nem is lehet létrehozni olyan logikai rendszert, olyan univerzális logikát, amelynek törvényei, *bármely* homogenizálási szinten szemlélve a valóságot, általánosan érvényesek lennének. Egy ilyen logikai rendszer létezése azt jelentené, hogy van olyan megismerés, amelynek eredményei minden szempontból lezárt, végleges, tovább nem fejleszthető ismereteket ad, és ez ellentmondana magának a matematikai logika eddigi eredményeinek, így például Gödel nem-teljességi tételének.

Bizonyos vizsgálódási területeken (például kvantummechanika) célszerű eltérni attól a homogenizálástól, amit a kétértékű logika feltételez, vagyis célszerű a kétértékű logikánál finomabb eszközöket alkalmazni. Ezzel kapcsolatosak az olyan elnevezések, mint például a „mikrovilág logikája".

A „mikrovilág", „makrovilág" szóösszetételben a „világ" kifejezésnek más a jelentése, mint amikor arról van szó, hogy a különböző logikai rendszerekben a rendszer absztrakciós feltételeitől függően más-más homogenizálási szintű világokat kapunk. A „mikrovilág" kifejezés azzal kapcsolatos, hogy az anyagi világ szerkezetének megismerése során az anyag szerkezetébe való különböző mélységű behatolásokkal nyert képet a tudatban külön „világgá" különítjük

el. Az így nyert „világok" között van olyan (így például a mikrovilág), amelyben vizsgálódva a kétértékű logika eszközeinél finomabb eszközök felhasználása hatékony módja a megismerésnek. Ez azonban véleményünk szerint nem jelenti azt, hogy beszélhetnénk például a „mikrovilág logikájá"-ról mint más területek logikájától eltérő olyan logikáról, amely cáfolata a logika törvényei általánosan érvényes voltának. Egyáltalán nem bizonyított, hogy a „kvantummechanika logikája" nem alkalmazható hatékonyan valamely más területen, nevezetesen ott is, ahol jelenleg a kétértékű logika eszközeit, absztrakcióit alkalmazzák. Erre enged következtetni az az analóg tény is, hogy ma már nem beszélhetünk a matematika logikájáról olyan értelemben, mintha a matematika valamely sajátos logikai törvényekkel rendelkezne, amelyeknek tanulmányozása külön tudományt igényelne. A *matematika* logikájának feltárási szándékával elindult kutatások eredményeit ma már számos más tudományterületen is alkalmazzák, és ha valamely területen nem kerülnek alkalmazásra, az még nem jelenti azt, hogy azon a területen ellentétes eredményekre jutottunk volna, legfeljebb arról van szó, hogy bizonyos esetekben alkalmazásuk nem célszerű, vagy az alkalmazáshoz szükséges feltételek nincsenek meg.

Jelöljük azokat a világokat, amelyeket a homogenizálási szintbeli különbség határol el egymástól V_{L1}, V_{L2}, . . . stb. jellel, azokat, amelyeket a világ részeinek megismerése során a különböző tudományok különítenek el V_{T1}, V_{T2} . . . stb. jellel. A „logika által homogenizált világ" halmaz: $\mathfrak{L} = \{V_{L1}, V_{L2}, \ldots, V_{Ln}\}$ A „tudomány által elkülönített világ" halmaz: $\mathfrak{T} = \{V_{T1}, V_{T2}, \ldots V_{Tn}\}$ Az $\mathfrak{L}$ és a $\mathfrak{T}$ halmaz elemei között olyan viszony áll fenn, hogy a $\mathfrak{T}$ halmaz minden egyes eleme része[6] az $\mathfrak{L}$ halmaz valamelyik elemének. Az $\mathfrak{L}$ halmaz egyetlen eleme sem olyan, amelyik kizárólagosan csak egy elemnek feleltethető meg a $\mathfrak{T}$ halmazból. Így ha V_{Lm} azon a homogenizálási szinten felfogott világ, amely adekvát a mikrovilág objektumainak tanulmányozására (vagyis az, amit a „mikrovilág logikájának" neveznek), és ha V_{Tm} a mikrovilág, akkor a V_{Tm} világ egy részét képezi a V_{Lm} világnak, de V_{Lm}-nek még más részei is vannak.

A logikai rendszerek egymáshoz való viszonyában célszerű megkülönböztetni: 1. olyan rendszereket, amelyek összehasonlíthatók egymással; és 2. olyan rendszereket, amelyek összehasonlítására nincs alap.

Az első esetben a rendszerek közös előfeltevéseket tartalmaznak, és egymástól a homogenizáció mértékében különböznek. Itt a homogenizáció magasabb fokán álló rendszereknek a törvényeit tartalmazza az a rendszer, amelyik kevésbé homogenizál. Így például a klasszikus kijelentéslogika törvényeit tartalmazza a klasszikus elsőrendű predikátum-logika, ezek törvényeit tartalmazzák a magasabbrendű predikátumlogikák stb. Ebben az esetben világos, hogy valamely, a törvények szempontjából bővebb terjedelmű rendszer megalkotásának lehetősége nem tagadása a szűkebb terjedelmű rendszernek, az ebben megállapított törvények érvényességének. Másképpen megfogalmazva: abból a tényből, hogy bizonyos relációk valamely rendszerben nem elemezhetők — és, hogy minden rendszer vonatkozásában vannak olyan relációk, amelyek az

[6] A „rész" kifejezést itt nem a részhalmaz, és nem a halmaz eleme értelmében használjuk. A kődombnak része a kő, de a „kődomb" halmaznak nem eleme a kő, nem is részhalmaza. A Világ egyelemű osztály, a Világnak része az élőlények világa, az atomok világa, a molekulák világa stb.

adott rendszerben nem elemezhetők — nem következik a rendszer törvényeinek érvénytelensége.

Gondoljuk csak el a következőket. A kétértékű kijelentéslogika alapján érvényesnek tekintjük azokat és csak azokat a következtetéseket, ahol a következtetés premisszáit és zárótételét a kijelentéslogika nyelvére lefordítva, a premisszák konjunkciójának a zárótétellel való implikációja — függetlenül attól, hogy a következtetésben szereplő elemi kijelentések értéke igaz vagy hamis — mindig az igaz értéket veszi fel.

Így például kijelentéslogika alapján érvényes következtetés az alábbi:

Ha minden ember halandó, akkor senki sem élhet örökké.
Minden ember halandó.
Tehát: Senki sem élhet örökké.

Ez esetben ugyanis, ha a premisszákat és a zárótételt kijelentéslogika nyelvére lefordítjuk ($p \rightarrow q$, p, q) a premisszák konjunkcióját implikációs előtagként, a zárótételt utótagként tekintve $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$) olyan implikációt kapunk, amely függetlenül a következtetésben szereplő elemi kijelentések igazságértékétől mindig az igaz értéket veszi fel.

Vegyük már most az alábbi következtetési példát:

Minden ember halandó.
Minden király ember.

Tehát:

Minden király halandó.

Formalizáljuk a kijelentéslogika eszközeivel:

Minden ember halandó = p
Minden király ember = q
Minden király halandó = r

A premisszák konjunkciójából és az zárótételből képzett implikáció ($(p \wedge q) \rightarrow r$) nem mindig igaz. Ki fog ebből arra következtetni, hogy a kijelentéslogikában nem helyesen határoztuk meg az érvényes következtetés fogalmát? De azt se állítja senki sem, hogy a kategorikus szillogizmus nem érvényes következtetés, mivel a kijelentéslogika eszközeivel nem igazolható érvényessége. Nyilvánvaló, hogy a predikátumlogika léte nem hatálytalanítja a kijelentéslogikát, és megfordítva, a kijelentéslogika nem állítja, hogy csakis kijelentéslogikai eszközökkel lehet operálni. De nem hasonló-e a helyzet a kétértékű és a többértékű logikák viszonylatában? Miért kellene a kétértékű logika megállapításainak helytelenségére következtetni abból, hogy bizonyos esetekben csak ennek az alkalmazása nem elégséges?

Ismeretes, hogy van olyan többértékű logika, amely megőrzi a kétértékű logika törvényeit. (A kétértékű logika mindig-igaz formulái az ilyen többértékű logikai rendszerekben szintén tautológiák, vagyis a rendszerben kitüntetett értékként definiált értéket veszik fel.) Az ilyen többértékű rendszereknek az a sajátossága, hogy bennük a kétértékű logika függvényeihez analóg vagy gyengített analóg függvények találhatók.[7]

[7] A kétértékű logika valamely függvényével analóg függvény az olyan, ahol a függvény értékkészletében van két olyan érték, amelyet megfeleltethetünk a kétértékű logika igaz,

Tény azonban az is, hogy felépíthető olyan többértékű logika is, ahol nincsenek a kétértékű logika igazságfüggvényeihez analóg vagy gyengített analóg függvények, vagy ahol ezek csak részben vannak meg. Az ilyen rendszereknek már más a viszonyuk a kétértékű logikához. Itt érkezünk el a rendszerek közötti viszonyok fajtáinak ahhoz a csoportjához, ahol nincs meg az alap a rendszerek közötti megfeleltetéshez. E rendszerek „másról szólnak". Ilyen esetekkel a kétértékű logika keretei között is találkozhatunk. „Másról szól" a klasszikus kétértékű logika és másról az intuicionista logika. Ez utóbbinak a „világa" a világról való tudásvilágunk, és ezért ennek a logikának nem minden törvényét lehet ontológiailag interpretálni. Ezért e két rendszer egyike sem képezhető le — ilyen vagy olyan módosítás nélkül — a másikba.[8]

Véleményünk szerint „másról szól" az arisztotelészi szillogisztika és az egyargumentumú predikátumlogika is. Ezért nem lehet az arisztotelészi szillogisztikát teljesen lefordítani a predikátumlogika nyelvére.

A PL abból az előfeltételezésből indul ki, hogy a tárgyalási univerzum valamely részosztálya lehet nem-üres osztály, és lehet üres osztály. A PL-ben valamely osztály üres volta kifejezhető az egzisztenciális kvantor és a tagadás jelének alkalmazásával. Így pl. a következő módon fejezhető ki az, hogy üres a tárgyalási univerzum részosztályát képező azon osztály, amelybe A és B tulajdonságokkal rendelkező dolgok tartoznak: $\overline{\exists(x)}\ (A(x) \wedge B(x))$. Annak kifejezésére, hogy az A és B osztálynak van eleme, a $\exists(x)\ (A(x) \wedge B(x))$ formula szolgál.

Az arisztoteleszi A, E, I, O ítéletek („Minden A – B", „Egyetlen A sem B", „Némely A – B", „Némely A nem B") predikátumlogikai kifejezéseinek rendre a következő formulákat tekintik: $\overline{\exists(x)}\ (A(x) \wedge \overline{B}(x)$, $\overline{\exists(x)}\ (A(x) \wedge B(x))$, $\exists(x)\ (A(x) \wedge B(x))$, $\exists(x)\ (A(x) \wedge \overline{B}(x))$. Ez a megfeleltetés alkalmas arra, hogy a kategorikus szillogizmus csaknem valamennyi érvényes módozata a PL eszközeivel igazolást nyerjen. Probléma csak azoknál az arisztoteleszi következtetéseknél van, ahol egyetemes ítéletekről részlegesre történik a következtetés. Ilyenkor a predikátumlogikai igazoláshoz ún. pótpremissza felvételére van szükség. (Így például a Fesapo érvényességének igazolásához fel kell venni premisszaként, hogy a középső terminus nem-üres.) E lépés jogosságát azzal indokolják, hogy az arisztotelészi szillogisztikát olyan elméletnek tekintik, amely az osztályok nem-üres voltának feltételezéséből indul ki. Úgy vélik, hogy az arisztotelészi szillogisztika egy alesete PL-nek (mivel a PL abból az előfeltételezésből indul ki, hogy vannak nem-üres és vannak üres osztályok). Véleményünk szerint ez a szemlélet nem jogos. Ezt azzal bizonyíthatjuk, hogy a terminusok nem-üres voltára vonatkozó pótpremisszák beiktatása, bizonyos esetekben az arisztotelészi logikától eltérő eredményre vezet, így például az ellentmondóra való következtetésnél (vagyis következtetés A igazságából O hamisságára és fordítva A hamisságából O igazságára, továbbá E igazságából I hamisságára és megfordítva). Ha az A kijelentés predikátumlogikai megfogalmazásánál

---

illetve hamis értékének, és a függvény többi értékének elhagyásával a kétértékű logika valamely függvényét kapjuk. A kétértékű logika gyengített analóg függvénye az olyan, ahol a kitüntetett értéknek az igaz értéket a nem-kitüntetett értéknek a hamis értéket megfeleltetve a kétértékű logika valamely igazságfüggvényét kapjuk.

[8] Az intuicionista logika viszont lefordítható bizonyos modális logikákba, ami azt mutatja, hogy a világokról alkotott világban helye van az intuicionista logika világának.

(1) $\overline{\exists((x)}\ (A(x) \wedge \overline{B}(x))$

kijelentés mellé felvesszük a

(2) $\exists(x)\ A(x)$

(3) $\exists(x)\ B(x)$

kijelentéseket, akkor az így kapott kijelentés

(4) $(\overline{\exists(x)}\ (A(x) \wedge \overline{B}(x))) \wedge (\exists(x)\ A(x)) \wedge (\exists(x)\ \overline{B}(x))$

igazságát (hamisságát) feltételezve nem következtethetünk a

(5) $\exists(x)\ (A(x) \wedge \overline{B}(x))$

hamisságára (igazságára) mivel a (4) ellentmondó kijelentéspárja nem az (5), hanem a következő:

(6) $(\exists(x)]\ (A(x) \wedge \overline{B}(x))) \vee (\overline{\exists(x)}\ A(x)) \vee (\overline{\exists(x)}\ \overline{B}(x))$

ami (5)-nél gyengébb állítás.

A (6) feltételezi annak lehetőségét is, hogy A, B osztály üres, ami arra mutat, hogy bizonyos esetekben a nem-üres osztály feltételezésével olyan eredményt kapunk, amely eltér az arisztotelészi logikában megfogalmazott viszonyoktól. Márpedig, ha az arisztotelészi szillogisztika tartalmazná a nem-üres osztályok feltételezését, akkor ennek az előfeltételezésnek a tételként való megfogalmazása nem hozhatna létre változást a rendszerben. Feltételezve, hogy az arisztotelészi szillogisztika korrekt rendszer, a változás tényére a magyarázatot csak az adhatja, hogy az arisztotelészi szillogisztikának nem előfeltevése a terminusok nem-üres volta. Az arisztotelészi szillogisztika „nem-szól" a terminusok üres vagy nem-üres voltáról. Ezért nem feleltethető meg olyan rendszernek, amely erre vonatkozó előfeltevéseket tartalmaz.

Az arisztotelészi szillogisztika eltekint attól a lehetőségtől, hogy vannak üres és vannak nem-üres osztályok, vagyis eltekint attól, hogy a gondolkodás képes bizonyos tulajdonságok, viszonyok megjelölésével olyan gondolati tárgyakat is létrehozni, amely tárgyak a gondolkodástól függetlenül nem léteznek. Az arisztotelészi szillogisztika törvényei ezen az absztrakciós szinten érvényes törvények. Bizonyos megismerési feladatok azonban szükségessé teszik, hogy megkülönböztessünk üres és nem-üres osztályokat. Az üres osztályok lehetőségének a feltételezése maga után vonja, hogy használjunk olyan ítéletformát, amely azt fejezi ki, hogy valamely osztály üres, és amelyik azt fejezi ki, hogy valamely osztály nem-üres. Továbbá szükség van olyan ítéletformára is, amely bizonyos osztályok üres vagy nem-üres voltának kérdését nyitva hagyja (hiszen az ember olyan dolgokról is gondolkozik, amelyeknek megfelelő osztályról nem tudja, hogy van-e eleme vagy nincs.)

Ha abban állapodunk meg, hogy az A és B tulajdonsággal rendelkező dolgok osztályának nem-üres voltát a „Van olyan A amely B" mondattal fejezzük ki, és ha megállapodunk abban, hogy a „Minden A – B" formula tartalma az, hogy „Ha van A tulajdonságú dolog, akkor az B tulajdonságú dolog" (vagyis, ha abban állapodunk meg, hogy a fenti esetben nyitva hagyjuk A, B, $\overline{A}$, $\overline{B}$ tulajdonságú dolgok létezésének kérdését), akkor világos, hogy a „Minden – A – B" kijelentésnek nem következménye a „Van olyan A amely B" kijelentés. De a fenti megállapodásokkal már eltértünk az arisztotelészi logika előfeltételezéseitől. A „Minden A – B", „Van olyan A, amely B" kijelentések ebben az esetben „másról szólnak", mint a velük nyelvi formában rokon arisztotelészi ítéletek. Az pedig, hogy más, megváltozott gondolati tartalom esetén más tör-

vények érvényesülnek, érdektelen az eredeti gondolattartalom mellett megállapított törvények érvényességét illetően.[9]

A kétértékű logika univerzális volta ellen érvelők gyakran hivatkoznak analógiaként az euklideszi geometria és a Bólyai—Lobacsevszkij geometria viszonyára. Eszerint az, amit Euklidesz igaznak hitt, éppen úgy tévedésnek bizonyult, mint az, amit a kétértékű logika igaznak gondolt. (Vagyis például a $\forall(x)\ \overline{(F(x) \wedge F(x))}$ mindig-igaz volta.

Véleményünk szerint a logikai rendszerek, de a geometriai rendszerek viszonyában sem az a tényleges helyzet, hogy ezek érvényessége lenne megcáfolva. Az euklideszi geometriának például azt az axiómáját, amely szerint az egyenes két pont közötti legrövidebb távolság, nem érvényteleníti a nem-euklideszi geometria. Arról van szó, hogy a nem-euklideszi geometriában nincsenek meg a feltételek az „egyenes" euklideszi fogalmának alkalmazásához, nem pedig arról, mintha ez azt bizonyítaná, hogy az euklideszi geometria meghatározása nem-igazzá vált, hogy ezzel ellentétesen kell meghatározni az egyenes fogalmát.

Az intuitív logikus gondolkodásban is megkülönböztetünk egymástól igaz, hamis és értelmetlen kijelentéseket. Így például „Ez a háromszög nyávog" állítást a józanul gondolkodó ember nem fogja se igaznak, se hamisnak értékelni, hanem értelmetlennek tartja. A kijelentés azért értelmetlen, mert a mértani figurák halmazában nem értelmezhető a „nyávog" predikátum. Ehhez hasonló a helyzet az „egyenes" predikátummal. Az individuumok bizonyos absztraktsági fokon való vizsgálata esetén az „egyenes" predikátum alkalmazása ezen individuumokra értelmetlen.

A valóság *bármely* területéről alkotott ítéleteknél a tárgyaknak olyan jellemzése, hogy vagy megvan valamely sajátosságuk, vagy nincs meg — közelítőleges, homogenizálás eredménye. Van olyan körülmény, amikor ez a közelítés megfelelő és van olyan, amikor nem célravezető. Nincs olyan területe a valóságnak, ahol „egyenesek" lennének, míg máshol ezek nincsenek, de bizonyos esetekben az „egyenes" mint absztrakció megfelelő (és ezen absztrakciós szinten x-hez hozzárendelhető az „egyenes" predikátum)..

Ma már van olyan logikai vizsgálódás, amely számol azzal a ténnyel, hogy bizonyos predikátumoknak bizonyos individuumokhoz való hozzárendelése értelmetlen. Így pl. A. N. Prior létrehozott egy olyan modális logikát, (Q modális logika [lásd: 7.]), ahol valamely f formula felveheti az igaz, vagy a hamis értéket, vagy lehet igazságérték nélküli. Prior Q rendszerében mindig-igaz az a formula, amely bármely interpretációjának, bármely szituációjában az igaz értéket veszi fel. De Q rendszerben a mindig-igaz formulák osztálya üres osztály. Ugyanis bármely f formulára megengedhető olyan i szituáció, amelyben a formula igazságérték nélküli. Prior ezért a mindig-igaz formulák osztályától megkülönbözteti a cáfolhatatlan formulák osztályát. Valamely formula cáfolhatatlan, ha egyetlen interpretáció, egyetlen szituációjában sem

[9] A fentiekben csak azt mutattuk meg, hogy az arisztotelészi szillogisztikát nem lehet kielégítő módon az ontológiailag interpretált PL logika nyelvére lefordítani. Azt mondtuk meg, hogy miről „nem szól" az arisztotelészi szillogisztika, de adósak maradtunk annak kibontásával, hogy „miről szól". Ez a probléma nem megoldott. Például W. & M. Kneal (Lásd: 6., 64—67.) hét különböző interpretációs lehetőséget említenek és kimutatják, hogy ezek egyike sem felel meg teljesen az arisztotelészi szillogisztika szintaktikai előfeltevéseinek.

hamis, ha a formula tagadása sosem teljesül. Prior Q rendszerében a mindig-igaz formulák osztály üres, de nem üres a cáfolhatatlan formulák osztálya.

Ha figyelembe vesszük Prior eredményeit, akkor a valamely rendszer univerzális voltának eddigi kérdése (ahol a rendszer univerzalitása a rendszer mindig-igaz formuláinak más rendszerekbe való mindig-igaz voltának kérdését jelentette) most úgy alakul át, hogy igaz-e az, hogy ami egy rendszerben cáfolhatatlan, az minden más rendszerben is cáfolhatatlan?

Úgy véljük ez igaz állítás. Bármely logikai rendszer törvényei olyanok, hogy azok egyetlen más rendszerben sem cáfolhatók meg, de képezhető olyan rendszer, amelyben nem értelmezhetők, nincs igazságértékük. Másként megfogalmazva: A logikai igazságok olyan sémák, amelyeknek nem léteznek hamis behelyettesítései, de léteznek értelmetlen behelyettesítései.

Így tehát arra az eredményre jutottunk, hogy amikor a különböző logikai rendszerek törvényeinek összehasonlítására van lehetőség, tehát amikor valamely rendszer törvényei érvényesülésére megvannak a feltételek valamely más logikai rendszerben, akkor ezek a törvények hatnak, érvényesek, amikor viszont valamely rendszer törvényeinek érvényesüléséhez szükséges feltételek nincsenek meg egy másik rendszerben, akkor itt ezek a törvények nem hatnak, hanem a megváltozott feltételeknek megfelelően más törvények érvényesülnek, de ezek irrelevánsak azon törvények univerzalitását illetően, amelyek hatásához nincsenek meg a feltételek.

IRODALOM

1. G. Küng: „Ontologie und logistische Analyse der Sprache." Springer Verlag, Wien 1963.
2. S. A. Kripke: „Semantical analysis of modal logic I." ZMLGM 9 (1963) 67—96.
3. R. Routley & R. K. Meyer: „The Semantics of Entailment" In Truth, Syntax and Modality. Ed. H. Leblanc North-Holland Publ. Comp. Amsterdam—London 1973.
4. Lukács György: „Az igaz és a hamis Hegel ontológiájában." In Magyar Filozófia Szemle 1971/1—2
5. Selye János: „Álomtól a felfedezésig." Akadémiai Kiadó 1967.
6. W. & M. Kneal: „The Development of Logic." Oxford 1962.
7. A. N. Prior: „Time and Modality." Oxford 1957.
8. W. V. Quine: From a Logical Point of View Harvard Un. Press 1953.