A „NÉGYES VILÁG" FOGALMI RENDSZERÉNEK LOGIKÁJÁRÓL, ELMÉLETI ÉS FILOZÓFIAI TARTALMÁRÓL

ELEK TIBOR

I

A RELATIVISZTIKUS MECHANIKA NÉGYES VEKTORAINAK FOGALMI RENDSZERÉRŐL

A vektorfogalom a háromdimenziós térben reális absztrakciója a nagysággal és iránnyal rendelkező olyanfajta fizikai mennyiségeknek, mint az elmozdulás, a sebesség, az impulzus, a gyorsulás, az erő stb. A derékszögű koordinátarendszerben (KR-ben) a vektorok legegyszerűbben a három koordinátatengelyre eső merőleges vetületükkel (komponenseikkel) adhatók meg, azaz háromkomponensű: **a** (a_1, a_2, a_3) szimbólummal jelölhető mennyiségek. A vektorfogalom ilyen bevezetési módját azonban Einstein túlságosan empirikus jellegűnek tartja, és olyan absztraktabb meghatározást keres, amely a négy- és többdimenziós kontinuum vektoraira is alkalmazható.

Ezt az absztraktabb meghatározást arra a meggondolásra alapozza, hogy a háromdimenziós lineáris transzformáció során bármely vektor komponensei ugyanazon képletek szerint transzformálódnak, mint az egyszerű térközök (elmozdulások vagy ívelemek) tengelyvetületei, vagyis mint a végpontok koordinátakülönbségei. A KR-ben megadott **PQ** = **dr** hármas ívelem K-beli komponensei: dx_1, dx_2, dx_3 (a **P** és **Q** pontok koordinátakülönbségei). Transzformált komponensei a K′ KR-ben:

$$dx'_i = \alpha_{i1}\, dx_1 + \alpha_{i2}\, dx_2 + \alpha_{i3}\, dx_3 \; (i = 1, 2, 3), \tag{1}$$

ahol pl. az α_{i1} együttható az új K′ KR x'_i-tengelyén levő egységvektornak a régi K KR x_1 tengelyére eső skalárkomponense. A képlet jobb oldalán levő háromtagú összeg szimbolikusan így írható:

$$dx'_i = \alpha_{ir}\, dx_r, \tag{2}$$

ahol i az ún. „jellegzetes", r pedig az „összegező" index. Előbbit többnyire az abc közepéről, utóbbit a végéről vett betűvel jelöljük. Végül is igazolható, hogy az általános **a** hármas vektor valóban ugyanúgy transzformálódik, mint az ívelem:

$$a'_i = \alpha_{ir} \cdot a_r \tag{3}$$

Ehhez hasonló a K′-ről a K-ra történő „visszatranszformálás" (inverz transzformáció) képlete:

$$a_i = \alpha_{ri} \cdot a'_r \tag{4}$$

ahol ismét i a jellegzetes és r az összegező index.

Jegyezzük meg azt is, hogy a derékszögű KR-ek lineáris transzformációjában a 9 db α_{ik} transzformációs együttható nem teljesen független egymástól, hanem a következő képletek szerint van közöttük összefüggés:

$$\alpha_{i1}\alpha_{k1} + \alpha_{i2}\alpha_{k2} + \alpha_{i3}\alpha_{k3} = \alpha_{ir}\alpha_{kr} = 0, \text{ ha } i \neq k \tag{5}$$

és

$$\alpha_{i1}^2 + \alpha_{i2}^2 + \alpha_{i3}^2 = 1. \tag{6}$$

Bevezetve az ún. Weierstrass—Kronecker-féle kétindexű szimbolikus δ_{ik} mennyiséget:

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 0, \text{ ha } i \neq k \\ 1, \text{ ha } i = k, \end{cases} \tag{7}$$

ezt írhatjuk (5) és (6) helyett:

$$\alpha_{ir}\alpha_{kr} = \delta_{ik}. \tag{8}$$

Ugyanígy:

$$\alpha_{ri}\alpha_{rk} = \delta_{ik}. \tag{9}$$

A lineáris transzformáció (2)—(4) alatti szabályai alapján Einstein a vektor fogalmára ezt a meghatározást adja: „Vektornak nevezzük három olyan mennyiség fogalmi foglalatát, amelyek minden Descartes-féle koordinátarendszerre definiálva vannak, és úgy transzformálódnak, mint a térköz-komponensek." Rögtön ezt is hozzáteszi: „*Igy ragadhatjuk meg a vektorfogalom értelmét anélkül, hogy a geometriai szemléltetéshez kellene folyamodnunk.*"[1]

Itt meg kell jegyeznünk, hogy Einstein a lineáris transzformáció fogalmát általában és ebben a vonatkozásban is a *koordináta-transzformációra* szűkíti le. A transzformációs formuláknak azonban mindig kétféle értelmezésük van: helybenmaradó pontok esetén a KR megváltoztatását, azonos KR esetén pedig pontok és pontrendszerek egymásba való átvitelét tükrözik vissza (pont- vagy alakzat-transzformáció). *Alakzat-transzformáció* esetén a vektor transzformáltja egy másik vektor: az adott vektor „képvektora". Az **a**′ képvektor és az eredeti **a** vektor között ilyenkor tehát függvénykapcsolat van, és a (2)—(4) alatti transzformációs formulák éppen ezt az ún. vektor—vektor függvénykapcsolatot fejezik ki — oly módon, hogy mindkét vektor egy és ugyanazon K KR-beli komponenseinek egymástól való kölcsönös függését írják le. Lineáris alakzat-transzformáció esetén a K rendszerbeli reprezentációjával megadott általános **a** vektor képvektorának komponensei:

$$a_i' = T_{ir}a_r. \tag{10}$$

Nyilvánvaló, hogy a (10) képlet formai analógiában van a (3) képlettel, tartalmilag azonban mást jelent: homogén lineáris függvénykapcsolatot az **a** vektor és az őt leképező **a**′ képvektor K-beli reprezentációi között. A T_{ik} alakzat-transzformációs együtthatók állandó mennyiségek, amelyek azonban

[1] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", Vieweg Verlag, Braunschweig 1956, 7.

általában nincsenek olyanfajta korlátozó összefüggéseknek alávetve, mint (5)—(9) szerint az α_{ik} koordináta-transzformációs együtthatók. A lineáris transzformáció ebben az esetben tehát tenzor-operációt jelent, amely független a KR-től (kovariáns). Az általános vektorok komponensei az alakzat-transzformációban is ugyanúgy (ugyanazokkal a transzformációs együtthatókkal) transzformáltatnak (képeztetnek le), mint a térközkomponensek, ezért a vektorfogalom fenti meghatározása a transzformációnak erre a típusára is érvényes.

Áttérve a *négyes* vektorokra, Einstein a fenti definíciót úgy módosítja, hogy az x_1, x_2, x_3 derékszögű térbeli és az $x_4 = ict$ időbeli koordinátákat ($i = \sqrt{-1}$) tartalmazó *inerciarendszerekre* vonatkoztatja a vektorok transzformációit, a térközök fogalmát pedig a *négyes téridő-intervallum* (vagy: négyes ívelem) fogalmával váltja fel. Ez a négyes vektorok alaptípusát, tulajdonképpen a négyes elmozdulást jelenti. Komponensei a koordináta-differenciálokkal azonosak, ezért a **ds** (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4) jellel szimbolizálható. Abszolút értékének négyzete (ívelemnégyzet):

$$|ds|^2 = |dx_1|^2 + |dx_2|^2 + |dx_3|^2 - c^2|dt|^2 = |dx_1|^2 + |dx_2|^2 + |dx_3|^2 + |dx_4|^2. \qquad (11)$$

Az ívelemnégyzet Lorentz-invarianciáját Einstein mint a c fénysebesség koordináta-transzformációs invarianciáját követelő, vagyis a $|ds|^2 = 0$ esetre vonatkozó posztulátum általánosítását mondja ki.[2]

Ez az invariancia az einsteini *inerciarendszerek* osztályára áll fenn, vagyis olyan KR-ekre, amelyek csak minden gyorsító hatástól mentes környezetben, az ún. *mezőmentes térben* létezhetnek és mozoghatnak. Az inerciarendszerekben ezért csak inerciális (egyenesvonalú egyenletes) mozgások mehetnek végbe. Korábbi munkáimban kimutattam, hogy e posztulátumok azt jelentik, hogy az ívelemnégyzet einsteini koordináta-transzformációs Lorentz-invarianciája csak *nem-anyagi* hatásokkal, a retardált és avanzsált hatásterjedés eleve elrendelt harmóniájával magyarázható.[3]

Reális fizikai magyarázatot az ívelemnégyzet Lorentz-invarianciája csak a *Jánossy Lajos* által bevezetett Lorentz-elv alapján nyerhet.[4] Ebben az értelmezésben a Lorentz-transzformáció (LT) *elsősorban alakzat-transzformációt* jelent: formulái valamely fizikai rendszer *adiabatikus felgyorsulásakor* végbemenő objektív deformációkat tükröznek vissza (a hosszméretek kontrakcióját, a rezgési idők dilatációját és a különböző helyeken lejátszódó rezgések fáziseltolódását). A *gyorsuló* mozgások leírása természetesen nem az einsteini inerciarendszerekben, hanem az ún. *Lorentz-rendszerekben*, vagyis olyan KR-ekben történik, amelyekben a hosszúságokat és az időtartamokat tükrök által oda-vissza futtatott fényjelek segítségével mérjük. A Lorentz-rendszerek a fény anyagi hordozójához, ill. az őt reprezentáló K_0 KR-hez képest egyenesvonalú egyenletes mozgást végeznek, de állandó sebességüket természetesen gyorsító hatások következtében szerzik meg. A fény csak a K_0 KR-hez képest terjed izotróp módon, a többi Lorentz-rendszerhez viszonyítva *anizotróp* a terjedése. Ez az anizotrópia és a felgyorsítás okozta deformációk együttesen okozzák az ívelemnégyzet Lorentz-invarianciáját.

[2] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", 21—24.
[3] T. Elek: Relativitätstheorie und Atheismus; „Periodica Polytechnica", Elektrotechnik, 2 (1964), 177.
[4] Jánossy Lajos—Elek Tibor: „A relativitáselmélet filozófiai problémái", Akadémiai Kiadó, Budapest 1963, 125.

A Lorentz-elv szerinti értelmezésben az LT persze *másodsorban koordináta-transzformációt* is jelent, de nem az anyagtalan einsteini inerciarendszerek, hanem a fizikai objektumokat reprezentáló Lorentz-rendszerek között. Az adiabatikusan felgyorsított fizikai rendszer felgyorsítás előtti és utáni állapot-jelzőit (mindenekelőtt: ívelemeit) egymásba átvivő LT formulái — mint láttuk — *tenzor-operációt jelentenek*, amely a két állapot közötti összefüggést *minden Lorentz-rendszerben ugyanúgy* írja le, jelezve, hogy itt objektív deformációról van szó. A speciális relativitáselméletet megalapozó kísérletek mindegyikében adiabatikus gyorsításokat alkalmaznak, ezért itt nem az einsteini koordináta-transzformációs, hanem az alakzat-transzformációs értelmezés nyer alátámasztást.[5]

Visszatérve az *általános négyes vektorfogalom* fenti definíciójára, ez elsősorban ismét az *alakzat-transzformációs* (másodsorban a Lorentz-rendszerek közötti koordináta-transzformációs) *értelmezésben* ruházható fel fizikai tartalommal, mert akkor valóban egymást „leképező" fizikai objektumokhoz (egy fizikai rendszer felgyorsítás előtti és utáni struktúrájához) tartozó fizikai mennyiségeket, illetve egymásba transzformált értékeket tükröz vissza, a négydimenziós írásmódnak megfelelően. Einstein itt dilemmába kerül: ha hű akar maradni saját alapposztulátumaihoz, akkor *formailag* ragaszkodnia kell a vektorfogalom inerciarendszerekhez kötött *koordináta-transzformációs értelmezéséhez*. Ha azonban elméletét a mechanikára és az elektrodinamikára akarja alkalmazni, akkor — ahogyan látni fogjuk — *észrevétlenül át kell térnie a négyes vektorfogalom alakzat-transzformációs értelmezésére*. Ebből a logikai ellentmondások és elméleti gyengeségek sorozata származik: az elmélet tényleges *fizikai* eredményei csak az eredeti posztulátumrendszer feladása és a Lorentz-elv elfogadása által értelmezhetők.

A négydimenziós „mezőmentes térben" a lineáris transzformáció azonos az általános Lorentz-transzformációval (LT). Formulái a koordináta-transzformációs változatra azonosak a (3)—(4), az alakzat-transzformációs változat esetén pedig a (10) alattiakkal, csak most mind a jellegzetes, mind az összegező indexek az 1, 2, 3, 4 értékeket vehetik fel. Az analógia a hármas vektorok transzformációs formuláival annyiban is fennáll, hogy az α_{ik}, ill. a T_{ik} együtthatók most is állandó értékűek, függetlenek az (x_1, x_2, x_3, x_4) koordinátáktól. A (11) alatti ívelemnégyzet invarianciájából, vagyis a

$$|ds|^2 = |dx_1|^2 + |dx_2|^2 + |dx_3|^2 + |dx_4|^2 = |dx_1'|^2 + |dx_2'|^2 + |dx_3'|^2 + |dx_4'|^2 \qquad (12)$$

egyenletből le lehet vezetni, hogy a (7)—(9) összefüggések négy indexre is fennállnak. Az alakzat-transzformációs T_{ik} együtthatók tehát az LT-ben azonosak a koordináta-transzformációs α_{ik} együtthatókkal.

A négyes vektor első alaptípusai: a négyes ívelem és a *négyes helyzetvektor*. A $P(x_1, x_2, x_3)$ pont hármas helyzetvektora, mint ismeretes, az $\mathbf{OP} = \mathbf{r}_p$ vektort jelenti, ahol 0 az adott derékszögű KR kezdőpontja. A hármas helyzetvektor komponensei azonosak a P pont térbeli koordinátáival. Ennek analógiájára egy „világpont" (elemi esemény) K-beli hely- és időkoordinátáiból alkotott $\mathbf{r}\,(x_1, x_2, x_3, x_4)$ számnégyest nevezhetjük *„négyes helyzetvektornak"*, *„koordináta-vektornak"* vagy *„eseményvektornak"*.

[5] T. Elek: Über den optischen Rotationseffekt und seine Konsequenzen für die Philosophie: „Periodica Polytechnica", Elektrotechnik, *1* (1966), 49—79.

A „négyes vektor" *általános* definícióját most már így adhatjuk meg: négyes vektort reprezentál az a négykomponensű **a** (a_1, a_2, a_3, a_4) mennyiség, amelynek komponensei az LT-ben az ívelemkomponensek (koordináta-differenciálok) mintájára, azaz (3)—(4) szerint transzformálódnak, persze úgy, hogy $i = 1, 2, 3, 4$ és $r = 1, 2, 3, 4$.

A négyes vektor abszolút értékét az

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2} \tag{13}$$

képlet szolgáltatja. A (12) és a (3)—(4) képletek figyelembevételével bebizonyítható, hogy minden négyes vektor abszolút értéke invariáns az LT-vel szemben, akár koordináta-, akár alakzat-transzformációról legyen szó — éppen úgy, mint a négyes ívelemé. Ha tehát a transzformált vektorkomponensek:

$$\mathbf{a}'(a_1', a_2', a_3', a_4'), \text{ akkor fennáll: } |\mathbf{a}| = |\mathbf{a}'|, \text{ azaz}$$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = |a_1'|^2 + |a_2'|^2 + |a_3'|^2 + |a_4'|^2. \tag{14}$$

A koordináta-transzformációs értelmezésben ez az összefüggés triviálisnak tűnik, mert az **a** és az **a**′ vektorok azonosak egymással. Az alakzat-transzformációs értelmezésben ez az összefüggés azonban egyáltalán nem triviális: azt jelenti, hogy a négyes **a** vektor abszolút értéke és a neki megfelelő **a**′ képvektor abszolút értéke ugyanakkora. Más szavakkal: adiabatikus gyorsítás esetén egy fizikai rendszernek nemcsak az ívelemei, hanem minden négyes vektorral jellemezhető tulajdonsága *abszolút értékét tekintve* változatlan marad, vagyis Lorentz-invariáns. Ennek éppen úgy a két egymást kompenzáló hatás — a gyorsításkor fellépő relativisztikus effektusok és az anizotróp fénysebességváltozások együttes fellépése — adja meg a *fizikai* magyarázatát, mint a $|ds|^2$ ívelemnégyzet esetében.

Az ívelem és a négyes helyzetvektor után a négyes vektor legegyszerűbb válfaja az anyagi pont *négyes sebessége*, amelyet a hármas sebesség mintájára a koordináták idő szerinti differenciálhányadosaival definiálhatunk.

A K rendszerben a **V** hármas sebesség komponensei.

$$V_1 = \frac{dx_1}{dt}, \; V_2 = \frac{dx_2}{dt}, \; V_3 = \frac{dx_3}{dt}. \tag{15}$$

Itt a dx_i $(i = 1, 2, 3)$ koordináta-differenciálok és a dt időidifferenciál mérőszámai a K rendszerbeli hosszúság-, ill. időegységekre vonatkoznak. Az $x_4 = ict$ képlet alapján a négyes sebesség negyedik komponense számára ezt kapnánk:

$$V_4 = ic. \tag{16}$$

A (V_1, V_2, V_3, V_4) mennyiség azonban nem négyes vektor, mert komponensei nem a koordináta-differenciálokkal azonos módon transzformálódnak. Legyen ugyanis K′ magának a K rendszerhez képest

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2} \tag{17}$$

hármas sebességgel mozgó tömegpontnak a KR-e. Az einsteini koordinátatranszformációs koncepcióban a K′ rendszernek „sajátideje" van, amely „más ritmusban folyik", mint a K rendszer „sajátideje".

A K-rendszerbeli dt időköznek Einstein szerint K′-ben

$$d\tau = dt \cdot \sqrt{1 - V^2/c^2} = \frac{dt}{q} \quad \left(\text{ahol } q = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\right) \tag{18}$$

időköz felel meg. Azt a τ időparamétert, amelynek differenciálját a (18) képlet szolgáltatja, Einstein a *mozgó tömegpont „nyugalmi vagy sajátidejének"* nevezi,[6] mert ez azonos a vele együttmozgó K′ rendszer „sajátidejével". Ez a „sajátidő" Lorentz-invariáns, vagyis független attól, hogy a tömegpont a K rendszerhez viszonyítva mekkora V sebességgel mozog. (A dt időtartam és a V sebesség megváltozása együttesen úgy hat, hogy $d\tau$ változatlan marad.)

A (16) képletből kiderül, hogy a „négyes sebesség" feltételezett V_4 komponense minden inerciarendszerben ugyanakkora lenne (ic), vagyis nem úgy transzformálódnék, mint dx_4. Ha ellenben a (15)—(16) képletekben a K rendszerbeli dt idődifferenciál helyett a K′-beli $d\tau$ értéket vezetjük be, akkor az

$$u_i = \frac{dx_i}{d\tau} = q\, V_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \tag{19}$$

komponenseket kapjuk. Mivel a nevezőben $d\tau$ értéke Lorentz-invariáns, az u_i komponensek ugyanúgy transzformálódnak, mint a számlálókban levő dx_i koordináta-differenciálok. Ezért az $\mathbf{u}$ (u_1, u_2, u_3, u_4) mennyiség a fenti definíció értelmében már négyes vektor, és Einstein ezt nevezi *négyes sebességnek.*[7] Ez az elnevezés indokolt, mert a (19) képletből kiderül, hogy a $\mathbf{V}$ (V_1, V_2, V_3) hármas sebesség és az $\mathbf{u}$ (u_1, u_2, u_3, u_4) négyes sebesség között a szokásos $V < c$ sebességtartományban a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonya áll fenn. Ily módon a négyes sebesség fogalma is a konkrét mechanikai sebesség, vagyis egy *objektív fizikai mennyiség* leképezése, ami indokolttá teszi e kategória átszármaztatását a négydimenziós írásmódba. A (19) képlet szerint a négyes sebesség végül is a négyes elmozdulás (ívelem) deriváltja a K′-beli τ időkoordináta szerint:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{ds}}{d\tau}. \tag{20}$$

Az einsteini értelmezés szerint azonban a (18) képletben a K′-beli $d\tau$ és a K-beli dt időtartamok, valamint a V sebesség közötti kapcsolat nem genetikus, hanem strukturális jellegű, a téridő-kontinuum *matematikai* struktúrája hoz létre ilyen összefüggést a két KR „sajátidői" között. Úgyszintén a hármas és négyes sebesség (19) képlet alatti összefüggése is strukturális természetű.

Az alakzat-transzformációs értelmezés viszont ezeket a kapcsolatokat genetikus *fizikai effektusokra* vezeti vissza. Ha pl. egy atom K′ KR-ében maradva

[6] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", 29.
[7] Uo. 30.

hajtjuk végre az LT-t, akkor a (19) alatti képletben az adott atom hármas sebessége: $V' = 0$ és egyben $V_1' = V_2' = V_3' = 0$, vagyis az adott atom négyes sebessége: $(0, 0, 0, ic)$. Az alakzat-transzformációban egymásnak megfelelő négyes sebességek K'-beli komponensei ilyenformán:

$$(0, 0, 0, ic) \text{ és } (qV_1, qV_2, qV_3, qic). \tag{21}$$

Ebben az értelmezésben tehát az adott K' KR-ben *nyugvó* atomnak a Lorentz-transzformáltja ugyanabban a KR-ben V hármas sebességre felgyorsított és ((18) szerint) ugyanakkor $1 : \sqrt{1 - V^2/c^2}$ arányban objektíve lelassult rezgésű, továbbá V-vel párhuzamos kiterjedése szerint $\sqrt{1 - V^2/c^2} : 1$ arányban összehúzódott atom lesz.

Ami a fenti összefüggéseknek a *Lorentz-rendszerek közötti koordináta-transzformációhoz kapcsolt értelmezését* illeti, ebben a négyes sebesség komponenseinek a megváltozását ugyanazok a fizikai effektusok magyarázzák, mint az alakzat-transzformációs értelmezésben. Ilyenkor persze a (19) alatti (u_1, u_2, u_3, u_4) komponensek és a belőlük LT-vel nyert (u_1', u_2', u_3', u_4') komponensek egy és ugyanazon „helybenmaradó" négyes **u** sebesség leképezései a K, ill. a K' KR-ben — de ezek a komponensek más és más, egymáshoz képest Lorentz-deformációt szenvedett mértékegységekben vannak kifejezve. Itt tehát szó sincs a két KR „sajátteréről és -idejéről".

Az alakzat-transzformációs értelmezésben **u** és **u'** természetesen két különböző négyes sebességet jelent. Itt invariáns marad a négyes sebesség abszolút értéke (vö. (13)—(14)):

$$|\mathbf{u}| = |\mathbf{u}'| = ic. \tag{22}$$

Továbbá: mindkét értelmezésben kovariáns a (20) alatti összefüggés az **u** és **ds** vektorok között. Más szavakkal: *a négyes sebességet definiáló vektoregyenlet kovariáns az LT-vel szemben.*

A négyes sebesség fogalmából Einstein megalkotja a tömegpont *„négyes impulzusának"* fogalmát.[8] A *hármas* impulzus — mint ismeretes — a tömeg és a hármas sebesség szorzatával egyenlő. Ennek mintájára a négyes impulzus K-beli komponensei így írhatók:

$$G_i = m\, V_i \; (i = 1, 2, 3, 4), \tag{23}$$

illetve (19) figyelembevételével:

$$G_i = \frac{m}{q} \cdot u_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4), \tag{24}$$

vagyis bevezetve az

$$\frac{m}{q} = m\, \sqrt{1 - V^2/c^2} = m_0 \tag{25}$$

jelölést:

[8] Uo. 30.

$$G_i = m_0 u_i \quad (i = 1, 2, 3, 4), \tag{26}$$

és vektoregyenlet formájában:

$$\mathbf{G} = m_0 \mathbf{u}. \tag{27}$$

Itt m_0 az anyagi pont ún. „nyugalmi tömegét" jelenti, mert $V = 0$ sebességérték mellett a K rendszerben (25)-ből valóban $m = m_0$ adódik. Einstein felfogásában az anyagi pont nyugalmi tömege állandó értékű: a vele együttmozgó K′ rendszerben mindig m_0 marad, bármekkora sebességgel is mozogjon egy másik KR-hez: K-hoz képest. Az m_0 invarianciája miatt $m_0\mathbf{u}$ is négyes vektor, hiszen ugyanúgy transzformálódik, mint $\mathbf{u}$, vagyis ugyanúgy, mint $\mathbf{ds}$ (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4). A négyes és a hármas impulzus között, ha $V < c$, ismét fennáll a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonya, ami közvetve ismét fizikai értelemmel ruházza fel a négyes impulzus fogalmát, és indokolja ugyanannak a fizikai kategóriának a használatát a négydimenziós írásmódban.

Az einsteini értelmezés szerint azonban a (25) képletben az m tömeg és a V sebesség közötti kapcsolat ismét nem genetikus, hanem strukturális jellegű. Nála tulajdonképpen az u_i és V_i mennyiségek közötti (19) alatti *matematikai* összefüggések idézik elő a relativisztikus tömegváltozást, nem pedig valamiféle *fizikai* effektusok. Amellett ebben az értelmezésben az m és V közötti (25) alatti matematikai összefüggés nem jelent folytonos függvényt, nem képez le valamilyen fizikai *folyamatot*, hanem a különböző K rendszerekben érvényes *diszkrét* tömeg- és sebességértékeket hozza csak egymással kapcsolatba. Einstein tehát végső fokon ismét a KR-ek „sajátterére és -idejére" vezeti vissza a relativisztikus tömegváltozásokat.

A négyes impulzus fogalmának *alakzat-transzformációs értelmezése* ismét elkerüli ezeket a spekulatív gondolatokat. Maradjunk ismét az adott tömegpont K′ KR-ében, amelyben négyes sebessége: (0, 0, 0, ic) és így négyes impulzusa (0, 0, 0, m_0ic). Az alakzat-transzformációban egymásnak megfelelő négyes impulzusok eszerint (21) alapján:

$$(0, 0, 0, m_0ic) \text{ és } (m_0qV_1,\ m_0qV_2,\ m_0qV_3,\ m_0qic). \tag{28}$$

Ebben az értelemben tehát az adott K′ KR-ben *nyugvó* tömegpontnak a Lorentz-transzformáltja ugyanabban a KR-ben $\mathbf{V}$ hármas sebességre felgyorsított és ugyanakkor $1 : \sqrt{1 - V^2/c^2}$ arányban objektíve megnövekedett tömegű anyagi pont lesz.

Ismét megjegyezhetjük, hogy az alakzat-transzformációs értelmezésben Lorentz-invariáns marad a négyes impulzus abszolút értéke:

$$|\mathbf{G}| = |\mathbf{G}'| = i\, m_0 c, \tag{29}$$

és ebben az értelmezésben is *kovariáns marad az LT-vel szemben a négyes impulzust definiáló* (27) *alatti vektoregyenlet.*

Megjegyezhetjük azt is, hogy a *Lorentz-rendszerek közötti koordináta-transzformációs értelmezés* ugyanazokra a *fizikai* effektusokra vezeti vissza a helybenmaradó négyes impulzusvektor komponenseinek megváltozását, mint az alakzat-transzformációs értelmezés. *Ebben* a koordináta-transzformációs értelmezésben ismét nincs szó a KR-ek állítólagos „sajátteréről és -idejéről".

Az einsteini koordináta-transzformációs értelmezésben további elméleti és egyben logikai gyengeségek lépnek fel a következő négyes vektorok: a „*négyes gyorsulás*" és a „*négyes erő*" fogalmainak bevezetésével. A klasszikus mechanikában az erő fogalma minőségileg a tömegpont sebességváltozásának az okát, azaz más anyagi objektumok hatását tükrözi vissza. Mennyiségileg az erő értékét a tömeg és gyorsulás szorzata adja meg. Ezt az összefüggést nevezik a tömegpont Newton-féle mozgás-egyenletének.

A gyorsulás és az erő fogalmának bevezetése azonban (akár „hármas", akár „négyes" gyorsulásról, ill. erőről legyen szó) *logikailag megengedhetetlen az inerciarendszerek világában*, hiszen az anyagi pont egyetlen inerciarendszerben sem végezhet másfajta mozgást, mint egyenletes transzlációt.

A *hármas* gyorsulás komponenseinek K-rendszerbeli értékét, mint ismeretes, a hármas sebességkomponensek idő szerinti differenciálhányadosai szolgáltatják. Képletben:

$$A_1 = \frac{dV_1}{dt}, A_2 = \frac{dV_2}{dt}, A_3 = \frac{dV_3}{dt}. \tag{30}$$

Ha ezt a (16) képlet alapján kiegészítenők az $A_4 = \frac{dV_4}{dt} = 0$ komponenssel, nem kapnánk négyes vektort. A „négyes gyorsulás" — **a** (a_1, a_2, a_3, a_4) — ismét csak akkor lesz négyes vektor, ha a K-beli sebességkomponensek differenciáljait nem a K-beli, hanem a K'-beli (az anyagi pontokkal együttmozgó KR-beli) idődifferenciállal osztjuk el:

$$a_i = \frac{du_i}{d\tau} \; (i = 1, 2, 3, 4). \tag{31}$$

A számlálóban levő du_i komponensek ugyanis ugyanúgy transzformálódnak, mint u_i, azaz végső fokon ugyanúgy, mint a dx_i koordináta-differenciálok. Mivel pedig a nevezőbeli $d\tau$ Lorentz-invariáns, **a** (a_1, a_2, a_3, a_4) is ugyanúgy transzformálódik, és így *matematikailag* valóban négyes vektor. A (30—31) képletek szerint az **A** (A_1, A_2, A_3) hármas gyorsulás és az **a** (a_1, a_2, a_3, a_4) négyes gyorsulás között (ha $V < c$) megint fennáll a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonya, ez teszi ismét indokolttá a gyorsulás fogalmának átszármaztatását a négydimenziós írásmódba. A négyes gyorsulást definiáló vektoregyenlet végül is:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{u}}{d\tau}. \tag{32}$$

Egyszerűség kedvéért vegyük azt az esetet, amikor a tömegpont a K rendszer x_1 tengelyén végez gyorsuló mozgást, és legyen ez azonos a K' rendszer x_1' tengelyével. Ekkor (19) alapján a tömegpont négyes sebességének K-beli komponensei:

$$u_1 = qV_1, \; u_2 = u_3 = 0, \; u_4 = qic. \tag{33}$$

A tömegpont négyes gyorsulásának K-beli komponenseire pedig a számítás ezt az eredményt szolgáltatja:

$$a_1 = q^4 A_1,\ a_2 = a_3 = 0,\ a_4 = \frac{i}{c} q^4 V A_1. \tag{34}$$

Számítsuk ki ezek után az LT ismert képleteivel a mozgó tömegpont négyes sebességének és gyorsulásának komponenseit a vele együttmozgó K′ rendszerben, tehát „*nyugalmi sebességét*" és „*nyugalmi gyorsulását*". Az eredmény a következő:

$$u_1' = u_2' = u_3' = 0,\ u_4' = ic \tag{35}$$

és

$$a_1' = q^3 A_1,\ a_2' = a_3' = a_4' = 0. \tag{36}$$

A K inerciarendszerhez képest gyorsuló (változó sebességű) mozgást végző tömegpont K′ KR-e az einsteini koncepcióban természetesen csak igen kis időtartamra tekinthető inerciarendszernek, hiszen az inerciarendszerek per definitionem csak egyenletes egyenesvonalú mozgást végezhetnek.

Számítsuk ki a tömegpont K′ rendszerbeli, azaz nyugalmi *hármas* gyorsulásának komponenseit ebben az esetben.[9] Az eredmény (ha $V \ll c$):

$$A_1' = a_1' = q^3 A_1,\ A_2' = A_3' = 0. \tag{37}$$

Ha az $x_1 = x_1'$ tengely mentén $A_1' = A_0$ *állandó hármas nyugalmi gyorsulással* mozgó tömegpontot veszünk fel, ennek K-beli hármas gyorsulása (37) szerint:

$$A_1 = \frac{A_0}{q^3}, \qquad A_2 = A_3 = 0. \tag{38}$$

A *K-rendszerbeli* hármas gyorsulás tehát ilyenkor nem marad állandó, hanem a tömegpont K rendszerhez viszonyított V sebességétől függ: amikor $V = 0$, akkor $A_1 = A_0$, vagyis ebben a pillanatban a K-beli gyorsulás ugyanakkora, mint a K′-beli. A K-beli V sebesség folyamatos növekedésével azután a K-beli A_1 hármas gyorsulás (vagyis a sebesség növekedésének üteme) csökken, és ha V megközelíti a c fénysebességet, akkor az A_1 gyorsulás zérushoz tart. Ez egyértelmű azzal a kijelentéssel, hogy a gyorsuló tömegpont K-beli sebessége aszimptotikusan közeledik a fénysebességhez, amelyet csak végtelen hosszú idő alatt ér el, miközben K-beli gyorsulása zérussá válik.

Az einsteini koordináta-transzformációs értelmezés ezen a ponton logikai szükségszerűséggel torkollik az alakzat-transzformációs értelmezésbe, miközben megengedhetetlen ellentmondásba kerül Einstein kiinduló alapfeltételezéseivel és posztulátumaival. Mihelyt ugyanis *gyorsuló* mozgást engedünk meg valamely inerciarendszerben, azt is el kell fogadnunk, hogy az inerciarendszerek világában nemcsak a különböző KR-ekhez való viszonyításból származhatnak különböző sebesség-értékek, hanem *egy és ugyanazon tömegpont egy és ugyanazon KR-beli sebessége is különböző értékeket vehet fel*, ezek viszont csak egy gyorsító hatás eredményei lehetnek, és a mozgó tömegpont vagy a tömegpontokból álló anyagi rendszer felgyorsítás előtti és utáni állapotaira utalnak. De akkor logikai szükségszerűséggel azt a két következtetést is le kell vonni, hogy

[9] M. Laue: „Die Relativitätstheorie", Bd. I, Vieweg Verlag, Braunschweig 1961, 65—67.

1. nincs a KR-eknek olyan kitüntetett osztálya, amelyben csak egyenesvonalú egyenletes mozgások mehetnek végbe, vagyis ahonnan minden gyorsító erőhatás ki van zárva, az einsteini inerciarendszerek anyagtalanított fogalma helyett tehát a Lorentz-rendszerek fogalmát kell használnunk, amelyekre nem érvényesek az einsteini alapposztulátumok;

2. a relativisztikus effektusok, így pl. a mozgó rúd Lorentz-kontrakciója, éppen a *felgyorsított* anyagi rendszer egy és ugyanazon K rendszerre vonatkozó sebességének megváltozásával függnek össze.

M. Laue le is vonja ezt az utóbbi következtetést, miközben nem veszi észre, hogy ezzel súlyos ellentmondásba kerül az előbbi első következtetéssel és egyben az általa is elfogadott einsteini alap-posztulátumokkal,[10] nem veszi észre, hogy egyik esetben koordináta-transzformációnak, másik esetben alakzattranszformációnak értelmezi az LT-t.

A négyes gyorsulás alakzat-transzformációs értelmezéséről szintén megjegyezhetjük, hogy abszolút értéke *Lorentz-invariáns* marad. Továbbá: ebben az esetben is *kovariáns marad az LT-vel szemben a négyes gyorsulást definiáló,* (32) *alatti vektoregyenlet.*

A négyes gyorsulás fogalmáról szólva azt is meg kell jegyezni, hogy itt a relativitáselmélet legnevesebb szovjet teoretikusának, V. A. Foknak a koncepciójában is ellentmondásokat találunk. A relativitáselméletről írott könyvében ő is ismételten használja az inerciarendszerek világában fellépő négyes gyorsulás fogalmát,[11] majd azt fejtegeti, hogy miért nem alkalmazható a relativitáselméletben a „*merev test*" fogalma. Ez a fogalom a klasszikus mechanikában olyan szilárd testet jelentett, amelynek alakja és méretei semmilyen erő hatására sem változnak meg. Ha a merev test egyik végén lökést szenved el, ez ugyanabban a pillanatban már a másik végének elmozdulásában is jelentkezik. A valóságban azonban a lökéshullám a szilárd testben véges sebességgel (az illető közegre jellemző hangsebességgel) terjed, ami a közelhatás elvét érvényesítő relativitáselmélet számára használhatatlanná teszi a merev test fogalmát. V. A. Fok azonban hangsúlyozza, hogy a *szilárd mérőrúd* fogalmának a használata mégis jogos a relativitáselméletben. „Ez a fogalom ugyanis csak olyan szilárd testek létezését tételezi fel, amelyek méretei és alakja meghatározott külső feltételek mellett maradnak változatlanok (gyorsulások és lökések hiánya, állandó hőmérséklet stb.)."[12] De ha a gyorsulások hiánya a speciális relativitáselméletben foglalt einsteini tételek érvényességének döntő feltétele, akkor V. A. Fok is lényeges logikai hibát vét az inerciarendszerekben fellépő négyes gyorsulás fogalmának használatával.

Szögezzük le ismét, hogy a Lorentz-elvben kifejeződő *alakzat-transzformációs koncepció,* valamint a Lorentz-rendszerek közötti koordináta-transzformációs értelmezés mentes ezektől a logikai ellentmondásoktól. Aki fizikai tartalommal akarja megtölteni a speciális relativitáselméletet, az szükségszerűen jut el ehhez a koncepcióhoz, és szükségszerűen kerül szembe az inerciarendszerekhez kapcsolt koordináta-transzformációs felfogással, még akkor is, ha ezt önmaga előtt nem ismeri el. A relativisztikus mechanika és elektrodinamika kidolgozá-

[10] Uo. 38—39, 151.

[11] W. Fock: „Theorie von Raum, Zeit und Gravitation", Akademie-Verlag, Berlin 1960, 66—67, 82—84, 116—117, 121—123. (A könyv eredetije 1955-ben Moszkvában orosz nyelven jelent meg.)

[12] Uo. 120.

sakor maga Einstein is így járt. Világosan mutatja ezt már a következő négyes vektor — a négyes erő fogalmának bevezetése is az elméletbe.[13]

A *négyes erő* komponenseit mint az impulzuskomponensek differenciálhányadosait a K rendszerben első közelítésként a következő képletek szolgáltatnák (vö. (26)):

$$F_i = \frac{dG_i}{dt} = \frac{d(m_0 u_i)}{dt} \quad (i = 1, 2, 3, 4). \tag{39}$$

Itt az **F** (F_1, F_2, F_3) *hármas* vektor a klasszikus mechanikából ismert *Newton-féle erővel* azonos. Be lehet azonban bizonyítani, hogy az (F_1, F_2, F_3, F_4) mennyiség nem négyes vektor! Einstein ezért bevezeti a módosított

$$K_i = \frac{dG_i}{d\tau} = q\, F_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \tag{40}$$

erőfogalmat (*„Minkowski-féle erő"*), amely már a koordináta-differenciálokkal azonos módon transzformálódik, vagyis négyes vektor, kovariáns az LT-vel szemben. Ez abból következik, hogy a számlálóbeli dG_i mennyiségek négyes vektort alkotnak, a nevezőbeli $d\tau$ mennyiség pedig Lorentz-invariáns.

Jegyezzük meg ismét, hogy az **F** (F_1, F_2, F_3) hármas erő és a **K** (K_1, K_2, K_3, K_4) négyes erő fogalmai között is, ha $V < c$, fennáll a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonya. Megint ez a körülmény teszi lehetővé, hogy az erő kategóriáját a négydimenziós tárgyalásban is használjuk. Más lapra tartozik természetesen, hogy az inerciarendszerek világában fellépő négyes erő tételezése újra ellentmondásban van az elmélet kiinduló tételeivel, amire még visszatérünk.

Mivel az m_0 nyugalmi tömeg állandó értékű, (40) így is írható (vö. (31)):

$$K_i = \frac{d(m_0 u_i)}{d\tau} = m_0 \frac{du_i}{d\tau} = m_0 a_i. \tag{41}$$

Vektoregyenlet formájában:

$$\mathbf{K} = m_0 \mathbf{a}. \tag{42}$$

Ha ismét a K és K′ rendszer egybeeső $x_1 = x_1'$ tengelyén gyorsulva mozgó tömegpont esetére szorítkozunk, akkor (34) és (36) alapján:

$$\left.\begin{aligned} K_1 = q^4 m_0 A_1,\ \ K_2 = K_3 = 0,\ \ K_4 = \frac{i}{c} q^4 m_0 V A_1, \\ K_1' = q^3 m_0 A_1,\ \ K_2' = K_3' = K_4' = 0. \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

Az A_0 állandó hármas nyugalmi gyorsulással mozgó tömegpont esetében (vö. (38)).

$$\left.\begin{aligned} K_1 = q\, m_0 A_0,\ \ K_2 = K_3 = 0,\ \ K_4 = \frac{i}{c} q\, m_0 V A_0, \\ K_1' = m_0 A_0,\ \ K_2' = K_3' = K_4' = 0. \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

[13] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", 27—35.

Ebben az esetben a hármas erő komponensei (vö. (40)):

$$\left.\begin{aligned} F_1 = \frac{K_1}{q} = m_0 A_0, \quad F_2 = F_3 = 0, \\ \text{és } F_1' = m_0 A_0, \quad F_2' = F_3' = 0, \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

vagyis

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}'. \tag{46}$$

Itt ismét le kell szögezni, hogy — éppen úgy, mint a négyes gyorsulás esetében — *a négyes erő fogalmának koordináta-transzformációs értelmezése is túlmutat önmagán*, az einsteini inerciarendszer fogalma pedig szükségszerűen megy át a Lorentz-rendszer fogalmába. Azok a K és K′ KR-ek, amelyekben a gyorsító erőhatások fellépnek — Lorentz-rendszerek. A hozzájuk kapcsolt *koordináta-transzformációs* értelmezésben a négyes erő K′-beli és K-beli komponensei (amelyek egymás Lorentz-transzformáltjai) lényegében azonosak a K′ KR által reprezentált anyagi rendszerben fellépő négyes erőnek a felgyorsítás előtti és utáni értékeivel. Utóbbiakat viszont az *alakzat-transzformáció* viszi át egymásba.

A K′-ben állandó A_0 hármas nyugalmi gyorsulással mozgó tömegpont esetében ugyanis (44) szerint a K′-beli ($m_0 A_0$, 0, 0, 0) állandó négyes erő K-beli transzformáltja nem állandó, hanem függvénye a tömegpont K-beli változó V sebességének. Abban a pillanatban, amikor $V = 0$, a négyes erő K-beli értéke is ($m_0 A_0$, 0, 0, 0), amikor pedig a K-beli sebesség folyamatosan a $V > 0$ értékre növekszik, akkor a négyes erő K-beli komponensei felveszik a (44) első sorában látható értékeket. *De az alakzat-transzformációs értelmezésben is ugyanerről van szó!*

A négyes erő alakzat-transzformációs értelmezésében ismét az erő abszolút értéke marad *Lorentz-invariáns*. Továbbá: *kovariáns marad az LT-vel szemben a négyes erőt definiáló*, (42) *alatti vektoregyenlet.*

Ha összevetjük a (38) és (45)–(46) képleteket, kiderül, hogy az x_1 tengelyen A_0 hármas nyugalmi gyorsulással induló tömegpont gyorsulása felgyorsítás után $(\sqrt{1 - V^2/c^2})^3 : 1$ arányban lecsökken, míg a gyorsító hármas erő változatlan marad. Ezért a felgyorsítás utáni tömegértékre ezt kapjuk:

$$m = \frac{m_0}{(\sqrt{1 - V^2/c^2})^3} = m_0 q^3. \tag{47}$$

A tömegpont tehetetlen tömegének értékét itt arra az esetre határoztuk meg, amikor a tömegpontra ható erő iránya egybeesik a tömegpont mozgási irányával (az x_1 tengellyel).

Abban az esetben viszont, amikor a ható erő merőleges a tömegpont mozgási irányára (pl. az x_2 tengellyel párhuzamos), ezt a tömegértéket kapjuk:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = m_0 q. \tag{48}$$

Az erő irányával párhuzamosan mozgó anyagi pont (47) alatti tömegértékét *longitudinális*, a rá merőlegesen mozgó anyagi pont (48) alatti tömegértékét

pedig *transzverzális* tömegnek nevezik. Ennek megfelelően (V helyett v-t írva) a kétféle tömegérték:

$$m_l = \frac{m_0}{(\sqrt{1 - v^2/c^2})^3}, \quad m_t = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{49}$$

A mozgó anyagi pont tehetetlen tömegének, vagyis a gyorsító erőhatással szemben tanúsított ellenállásának tehát az *erő irányától függően* különböző értékei vannak. Innen:

$$\frac{m_l - m_t}{m_0} = \frac{v^2/c^2}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} \approx \beta \cdot \frac{v^2}{c^2}, \tag{50}$$

ahol $\beta = 1$, amennyiben $v \ll c$.

Az elektronokkal végzett kísérletek néhány százalékos hibával igazolják ezt az eredményt.[14] Itt többek között *W. Kaufmann*-nak (1902, 1906) a β-sugarak elektromos és mágneses mezőben történő eltérítésével kapcsolatos méréseiről, továbbá A. H. Bucherer (1909), E. Hupka (1910), G. Neumann (1914), C. Schäfer (1916), Ch. E. Guy és Ch. Lavanchy (1921) hasonló kísérleteiről van szó, amelyekhez újabban a részecskegyorsítókban gyorsított elektronokon és protonokon végzett mérések eredményei, valamint a finomszerkezetfelhasadás és a merőleges Doppler-effektus megfigyeléséből adódó eredmények is hozzájárulnak.[15]

A longitudinális és a transzverzális tömeg különbözőségét mindenképpen kísérletileg igazolt ténynek kell tehát tekintenünk. Mivel azonban az LT einsteini inerciarendszerekhez kötött koordináta-transzformációs értelmezése, ahogyan láttuk, logikailag nem engedi meg, hogy az inerciarendszerek világában egy anyagi pont tömegének egy és ugyanazon KR-beli értéke megváltozzék, és mivel ilyen tömegváltozás, ahogyan szintén láttuk, csak (különböző irányú) *gyorsító erőhatások és az általuk egy és ugyanazon KR-ben előidézett sebességváltozások fellépésével függhet össze, mindezek a kísérleti eredmények az LT alakzat-transzformációs értelmezését, vagyis a Lorentz-elv helyességét támasztják alá.* Más szavakkal: a relativisztikus tömegváltozások kísérleti igazolása újabb bizonyítékot szolgáltat amellett, hogy a *fizikai mennyiségek LT-je a felgyorsítás előtti és utáni értékeket viszi át egymásba.*

Einstein — ahogyan már hangsúlyoztuk — *kénytelen* bevezetni a speciális relativitáselméletbe a négyes gyorsulás, a négyes erő, majd a négyes erősűrűség fogalmát is, mert ezek nélkül elméletét sem az elektrodinamikával, sem a mechanikával nem tudná kapcsolatba hozni. Így azután arról kell beszélnie, hogy a *mezőmentes térben* elektromos töltéssel rendelkező anyagi pontok mozognak, ezekre *ponderomotorikus erők hatnak*, amelyek megváltoztatják a részecskék impulzusát és energiáját.[16] Az ilyen ponderomotorikus erők és a belőlük fakadó gyorsulások azonban az alap-posztulátumok által involvált koordináta-transzformációs koncepcióban nem származhatnak anyagi objektumoktól, csak magától az abszolutumként értelmezett anyagtalan térido-kontinuumtól. Ily módon Einsteinnél még az észrevétlenül átvett alakzat-

[14] Faragó Pál—Jánossy Lajos: „KFKI Közl.", *3* (1955), 370.

[15] Jánossy Lajos—Elek Tibor: „A relativitáselmélet filozófiai problémái", 62, 99. Továbbá: M. Laue: „Die Relativitätstheorie", Bd. I, 27.

[16] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", 27—32.

transzformációs értelmezés is objektív idealista filozófiai tartalmat nyer. A mezőmentes, anyagtalan kontinuum ebben a koncepcióban olyan szellemi létező, amely munkavégzőképességgel, energiatartalommal van átitatva, és ennek az energiakészletnek a számlájára megy végbe a felgyorsított tömegpont energiájának és tömegének a megnövekedése.

Érdemes itt felhívni a figyelmet Einsteinnek egy fiatalkori tévedésére, amely a speciális relativitáselméletről 1905-ben közzétett első publikációjában olvasható („A mozgó testek elektrodinamikájáról"). A tanulmány utolsó fejezetében Einstein „*a lassan gyorsuló elektron dinamikáját*" tárgyalta. Itt azonban még nem vezette be a Minkowski-féle erő fogalmát, hanem a Newton-féle mozgásegyenleteket és a speciális relativitási elvet, tévesen, egymással összhangban levő összefüggéseknek nyilvánította. Ennek megfelelően a transzverzális tömegre is téves értéket kapott.[17] Einsteinnek ezt a tévedését egy évvel később *M. Planck* igazította helyre,[18] amire fizikatörténeti könyvében *M. Laue* is rámutatott.[19] M. Planck azonban ebben a helyreigazításában megelégedett azzal, hogy olyan *KR-ekről* beszéljen, amelyeket az LT formulái kapcsolnak össze, és nem világított rá: mivel ezek a KR-ek *gyorsító hatások* következtében tettek szert különböző sebességeikre (hiszen *gyorsuló* elektronról van szó), ezért itt az LT éppen az elektronnak a felgyorsítás előtti paramétereit viszi át a felgyorsítás utáni paraméter-értékekbe.

Befejezésül foglaljuk össze: mit is jelent a materialista módon, a Lorentz-elv alapján értelmezett *alakzat-transzformációs felfogásban a négyes vektorok Lorentz-invarianciája?* Ahogyan ezt a négyes elmozdulás, sebesség, impulzus, gyorsulás és erő példáin láttuk, itt elsősorban nem arról van szó, mint az einsteini értelmezésben, hogy ti. az LT magukat a négyes vektorokat változatlanul hagyja és csak egyik KR-beli reprezentációjukat viszi át egy másikba. Ellenkezőleg: az LT itt egy fizikai rendszernek a felgyorsítás előtti Q állapotból a felgyorsítás utáni Q′ állapotba való átvitelét írja le egy és ugyanazon KR-ben. Eközben maguk a fizikai rendszer állapotát jelző négyes vektormennyiségek megváltoznak, de *Lorentz-invariáns* marad:

1. az egymásba transzformált négyes vektorok abszolút értéke (vö. (14));
2. azoknak a vektoregyenleteknek az alakja, amelyek a négyes vektorok egymás közötti összefüggéseit írják le (vö. (20), (27), (32) és (42)). Más szavakkal: a négyes vektorok által kifejezett fizikai mennyiségek objektív összefüggéseit a fizikai rendszer adiabatikus gyorsítása nem változtatja meg.

II

A RELATIVISZTIKUS ELEKTRODINAMIKA NÉGYES TENZORAINAK FOGALMI RENDSZERÉRŐL

A tenzorfogalom a háromdimenziós térben, ill. a fizikai folyamatok valamely K derékszögű koordinátarendszerbeli (KR-beli) leírásában egy $3^2 = 9$ komponensű mennyiséget jelöl, amelyet az alábbi, 3 sorból és 3 oszlopból álló négyzetes mátrix-szkémával lehet illusztrálni:

[17] Lásd „Magyar Fizikai Folyóirat", *III* (1955), 464.

[18] M. Planck: Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik; „Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft" *4* (1906), 136—141.

[19] M. Laue: „A fizika története", Gondolat Kiadó, Budapest 1960, 27.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}, \tag{51}$$

vagy, rövidebb írásmóddal:

$$\mathbf{T} = (T_{ik}), \text{ ahol } \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, \\ k = 1, 2, 3. \end{array} \tag{52}$$

Ez a kétindexű (másképpen: 2. rendű) hármas tenzor teljesen reális fogalomalkotás. Nevét a deformált rugalmas testben, ill. az ennek a belsejében levő térfogatelemek határfelületén fellépő és a szomszédos térfogatelemek anyagától származó feszültségektől (tenzióktól) kapta. Hasonló 9 komponensű mennyiséggel jellemezhető egy nyújtó vagy összenyomó erő hatásának kitett rugalmas test bármely pontjának a helyzetváltozása is.

Matematikailag bebizonyítható, hogy a tenzor tulajdonképpen két változó vektormennyiség közötti homogén lineáris függvénykapcsolatot jelent. Ha pl. a deformált rugalmas testben kiszemelt térfogatelem határfelületének egy olyan darabkáját választjuk ki, amelynek egy adott irányú **n** a normális egységvektora (a felületelemre merőleges irány egységvektora), akkor a kiválasztott felületdarabkára ható $\mathbf{T}_n$ feszültség három komponensét a következőképpen számítjuk ki: a feszültségi tenzor sorait „komponáljuk" az **n** vektor (n_1, n_2, n_3) komponenseivel:

$$\left.\begin{aligned} T_{n1} &= T_{11}\, n_1 + T_{12}\, n_2 + T_{13}\, n_3, \\ T_{n2} &= T_{21}\, n_1 + T_{22}\, n_2 + T_{23}\, n_3, \\ T_{n3} &= T_{31}\, n_1 + T_{32}\, n_2 + T_{33}\, n_3. \end{aligned}\right\} \tag{53}$$

A $\mathbf{T}_n$ és **n** vektorok közötti homogén lineáris függvénykapcsolat rövidített formában így szimbolizálható:

$$\mathbf{T}_n = \mathbf{T}\,\mathbf{n}. \tag{54}$$

Ezek alapján teljesen helyénvaló a hármas tenzor *matematikai* fogalmának ez az általánosított meghatározása: a háromdimenziós térben 2. rendű (kétindexes) tenzornak az olyan 9 komponensű **T** mennyiséget nevezzük, amely a soronkénti komponálás módszerével (homogén-lineáris módon) a független változó **s** (s_1, s_2, s_3) vektor *bármely* értékéhez ugyanabban a KR-ben egy meghatározott **v** (v_1, v_2, v_3) „képvektort" rendel mint **s** homogén lineáris vektorfüggvényét. Szimbolikus jelöléssel:

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}\,\mathbf{s}. \tag{55}$$

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy a hármas tenzor lényegében egy adott vektort egy másik vektorba átvivő homogén lineáris *alakzat-transzformáció* 9 együtthatójának egy fogalomban való egyesítése. Be lehet bizonyítani, hogy a két vektor közötti homogén lineáris függvénykapcsolat, vagyis a 9 komponensű **T** *tenzormennyiség kovariáns a homogén lineáris koordinátatranszformációval szemben.*

Ha a K rendszerről az azonos kezdőpont körül elforgatott K′-re térünk át, az **s** és **v** vektorokat az új koordinátatengelyek irányába eső új (s_1', s_2', s_3'), ill. (v_1', v_2', v_3') komponensekkel kell leírnunk a koordináta-transzformáció ismert szabályai szerint:

$$s_i' = \alpha_{ir} s_{r'} \quad v_i' = \alpha_{ir} v_r. \tag{56}$$

De itt csak a komponens-értékek változnak meg: a koordináta-transzformációban az új (s_1', s_2', s_3') számhármas fogalmi foglalata *ugyanaz* az **s** vektor, mint a régi (s_1, s_2, s_3) számhármas fogalmi foglalata volt, és persze a **v** vektor esetében is ez a helyzet. *Az* **s** *és* **v** *vektorok maguk* tehát — komponenseiktől eltérően — függetlenek a KR megválasztásától. De akkor az (55) képlet szerint *a* **T** *tenzor maga* szintén független kell hogy legyen attól a KR-től, amelyben az **s** és **v** vektorok közötti alakzat-transzformációs függvénykapcsolatot leírja. Ez a követelmény természetesen *nem a 9 komponens változatlanságát* igényli a koordináta-transzformációval szemben, hanem olyan transzformációs formulák érvényesülését, amelyek a vektorkomponensek transzformációs formuláival együtt alkalmazva helyes egyenlőségbe viszik át az (55) alatti összefüggést. Be lehet bizonyítani, hogy ezek a koordináta-transzformációs formulák a következők:

$$T_{ik}' = \alpha_{ir} \alpha_{ks} T_{rs}. \tag{57}$$

Mivel $\quad i = 1, 2, 3, \qquad k = 1, 2, 3,$
$\quad r = 1, 2, 3, \qquad s = 1, 2, 3,$

ez a szimbólum 9 képletet jelent, és mindegyiknek a jobb oldalán 9-tagú összeg áll.

A vektorok homogén lineáris transzformációs képlete a tetszőleges **a** és **b** vektorokra így írható:

$$a_i' = \alpha_{ir} a_{r'}, \quad b_k' = \alpha_{ks} b_s, \tag{58}$$

ill. a két egyenlőséget összeszorozva:

$$a_i' b_k' = \alpha_{ir} \alpha_{ks} a_{r'} b_s. \tag{59}$$

Ha összehasonlítjuk az (57) és az (59) képletet, a tenzorok transzformációs szabályát így fogalmazhatjuk meg: *a kétindexű hármas tenzor komponensei a homogén lineáris koordináta-transzformációban úgy transzformálódnak, mint két vektor megfelelő indexű komponenseinek a szorzatai* (vagyis: mint a megfelelő indexű koordinátakülönbségek szorzatai).

E szabály szerint kell tehát transzformálni a K rendszerben megadott **T** tenzor 9 komponensét ahhoz, hogy a K′ rendszerben 9 olyan új tenzorkomponens-értéket kapjunk, amelyek alkalmazásával az **s** vektor K′-beli komponensei a **v** képvektor K′-beli komponenseibe mennek át. *Az előbbi szabály a kétindexű hármas tenzor definíciójaként is felhasználható.*

Einstein a tenzorfogalom bevezetésekor ismét mellőzi a hozzá vezető, fent említett *tapasztalati* fizikai alapok ismertetését, ehelyett a fenti, tisztán

matematikai definíciót használja, és azt állítja, hogy „*geometriai realitások*" figyelembevétele vezetett a tenzor fogalmához.[20]

A kétindexű hármas tenzor fogalmát ennek megfelelően a *másodrendű felület egyenletében* szereplő együtthatók fogalmi foglalatául és oly módon vezeti be, hogy a transzformációs szabály segítségével *ez a definíció akárhány dimenziós tér akárhány indexű tenzorfogalmára extrapolálható legyen.*

Jegyezzük meg, hogy a tenzorfogalom logikus általánosítása a skalár- és a vektormennyiség fogalmának, a vektorok matematikailag 1. rendű vagy egyindexű (a skalármennyiségek pedig 0-adrendű) tenzorok gyanánt értelmezhetők. A négydimenziós írásmódban tehát:

A 0-adrendű	tenzornak	$4^0 = 1$	komponense	van,
az 1. rendű	„	$4^1 = 4$	„	„ ,
a 2. rendű	„	$4^2 = 16$	„	„ ,
a 3. rendű	„	$4^3 = 64$	„	„ ,
.				
.				
.				
az α-ad rendű	„	4^α	„	„ .

Einstein az általánosított tenzorfogalmat mindenekelőtt a téridő-kontinuum és a benne a másodrendű (quadratikus) alakzatok, pl. a $|ds|^2 = 0$ egyenlettel megadott „fénykúp" fizikai realitásának alátámasztásául, vagyis hiposztazált értelemben kívánja felhasználni. Főképpen a *kétindexű négyes tenzor* fogalmára van szüksége, amely $4^2 = 16$ komponensű mennyiséget jelent, és (51) mintájára ezzel a négyzetes mátrix-szkémával illusztrálható:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{pmatrix} = (T_{ik}), \quad \begin{matrix} i = 1, 2, 3, 4, \\ k = 1, 2, 3, 4. \end{matrix} \tag{60}$$

A kétindexű négyes tenzor éppen úgy homogén lineáris függvénykapcsolatot jelent két változó négyes vektor között, mint ezt a hármas vektorok és tenzorok esetében láttuk (vö. (55)), és az ilyen függvénykapcsolat, vagyis a 16 komponensű **T** mennyiség szintén független a KR-től (Lorentz-invariáns). Az (55) képlet analógiájára egymáshoz tartozó **s** és **v** négyes vektoroknak és a közöttük homogén lineáris függvénykapcsolatot létesítő **T** négyes tenzornak minden KR-ben megvannak a maguk reprezentációi, és ezeket a reprezentációkat a koordináta-transzformációként értelmezett LT formuláival lehet egymásba átszámítani. A vektorkomponensek most is a koordináta-differenciálokkal, a T_{ik} tenzorkomponensek pedig a dx_i, dx_k koordináta-differenciálok szorzataival azonos módon transzformálódnak (vö. (56)—(59)).

Einstein felfogásában ezek a koordináta-transzformációk persze most is az *inerciarendszerek* közötti átszámításokat jelentik, holott az inerciarendszerek anyagtalan, mezőmentes világában a vektorok és a tenzorok általában nem ruházhatók fel fizikai jelentéssel. Jánossy Lajos felfogásában a négyes vektorok és tenzorok különböző reprezentációi és az őket egymásba átvivő *koordináta-*

[20] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", 8—9.

transzformációs formulák természetesen ismét a *Lorentz-rendszerekre* vonatkoznak.

Jánossy Lajos koncepciójában azonban az LT továbbra is döntően *alakzat-transzformációt* jelent, és ilyenformán az LT 16 együtthatója nem egyszerűen *matematikai mátrix-szkémába* írható, hanem *fizikai jelentéssel bíró négyes tenzorként* foglalható össze (Lorentz-tenzor):

$$\mathbf{L} = (\alpha_{ik}), \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, 4, \\ k = 1, 2, 3, 4. \end{array} \tag{61}$$

A Lorentz-tenzor komponenseire (7)—(8) szerint a következő speciális összefüggések állnak fenn:

$$\alpha_{ir}\, \alpha_{kr} = \delta_{ik} = \begin{cases} 0, \text{ ha } i \neq k, \\ 1, \text{ ha } i = k. \end{cases} \tag{62}$$

Valóban: az $\mathbf{x}$ (x_1, x_2, x_3, x_4) eseményvektort (másképpen: négyes helyzetvektort) az LT az

$$x'_i = \alpha_{ir}\, x_r \tag{63}$$

képletek alapján az ugyanazon KR-beli $\mathbf{x}'$ (x'_1, x'_2, x'_3, x'_4) képvektorba viszi át, és így (55) mintájára ezt írhatjuk:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{L}\,\mathbf{x}. \tag{64}$$

Az $\mathbf{x}$ és $\mathbf{x}'$ eseményvektorok között ez a kapcsolat éppen úgy független a KR kiválasztásától (ha a Lorentz-rendszerek osztályán belül maradunk), mint általában is a tenzorok által létesített homogén lineáris vektor—vektor függvénykapcsolat.

A kétindexű négyes tenzorok *fizikai* értelmét a Lorentz-tenzor esetében és általában is az a tulajdonságuk adja meg, hogy *a négyes vektorok közötti, KR-től független, alakzat-transzformációs összefüggéseket reprezentálják. Az általános négyes tenzorok Lorentz-invarianciája* ebben az értelmezésben valamely fizikai rendszer felgyorsítás előtti és felgyorsítás utáni állapota közötti, *KR-től független összefüggés* bizonyos kvantitatíve változatlan elemeit, *döntően annak a KR-től független függvénykapcsolatnak a változatlanul megmaradó homogén-lineáris jellegét* jelenti, amely az adott anyagi rendszerben négyes vektorként értelmezett $\mathbf{v}$ és $\mathbf{s}$ mennyiségek között a felgyorsítás előtti és utáni állapotban is fennáll.

A négyes tenzorfogalom segítségével kétségtelenül jobban ki lehet fejezni bizonyos fizikai mennyiségek közötti szerves fizikai kapcsolatokat, mint a háromdimenziós írásmódban. Látni fogjuk ezt pl. az elektromágneses mező tárgyalásakor a mezőintenzitás-tenzor és az energiatenzor esetében. E tenzorok komponensei helyről helyre és időpontról időpontra változnak, vagyis függvényei az (x_1, x_2, x_3, x_4) koordinátáknak. *Az ilyen négyes tenzorok Lorentz-invarianciája az alakzat-transzformációs értelmezésben éppen az általuk kifejezett szerves fizikai kapcsolatok fennmaradására utal abban az esetben, amikor az ilyen kapcsolatokat létesítő és hordozó fizikai rendszert gyorsító hatás éri, és ezáltal az ismert relativisztikus effektusok következnek be.* Az LT az $\mathbf{x}$ (x_1, x_2, x_3, x_4) négyes helyzetvektort

ilyenkor az $\mathbf{x}'$ (x'_1, x'_2, x'_3, x'_4) helyzetvektorba transzformálja, és ugyanaz az LT a szóban forgó tenzorok komponenseit a transzformált helyzetvektorhoz tartozó értékekbe viszi át. Ily módon az LT változatlanul hagyja az adott négyes tenzorok által leképezett fizikai összefüggéseket, vagyis ezek kovariánsak az alakzat-transzformációként értelmezett LT-vel szemben.

A koordináták függvényeként változó tenzorok matematikai viselkedésével foglalkozik a *tenzoranalízis*. Ide tartoznak pl. a tenzorok *differenciálási szabályai*. Be lehet bizonyítani, hogy egy α-adrendű tenzor minden komponensét mindegyik koordináta szerint differenciálva az így kapott parciális differenciálhányadosok egy $(\alpha + 1)$-edrendű tenzort alkotnak.[21]

Az $\alpha = 1$ esetben 1. rendű, azaz $4^1 = 4$ komponensű tenzorról, azaz (helyről helyre változó) vektormennyiségről, tehát négyes *vektormezőről* van szó, amelyet a $\mathbf{v}$ $(\mathbf{x})$, vagyis a

$$v_s(x_1, x_2, x_3, x_4), \quad s = 1, 2, 3, 4 \tag{65}$$

szimbólummal jelölhetünk. Ez 4 darab 4-változós függvényt, a változó négyes vektor komponenseit jelenti. A vektormezőre a hármas térben az elektromágneses vagy a gravitációs mező intenzitása szolgáltatja a legkézenfekvőbb példát, illetve, helyesebb fogalmazásban: a hármas vektormező *matematikai* fogalma az ilyen *fizikai* mezőknek az általánosítását és absztrakcióját jelenti.

Az eddig tárgyalt hármas és az azonos elnevezésű négyes vektorokhoz hasonlóan a hármas és a négyes mezőintenzitás fogalmai között is a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonya áll fenn, ezért bír a *négyes mezőintenzitás* fogalma közvetett fizikai jelentéssel, ezért használható a mezőintenzitás kategóriája a négydimenziós tárgyalásban is. A négyes *mezőmentes* tér elméletében azonban a mezőintenzitás fogalmának bevezetése éppen úgy logikai ellentmondást jelent az elmélet kiinduló posztulátumaival, mint az erő fogalma. A négyes mezőintenzitás fogalma tehát szintén csak az eredeti einsteini posztulátumok feladásával és az LT *alakzat-transzformációs* koncepciójának elfogadásával nyerhet *fizikai* értelmezést.

A négyes vektormezőt leíró v_s függvényeknek a koordináták szerinti parciális differenciálhányadosai, vagyis a

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial v_s}{\partial x_r} = T_{rs} \text{ mennyiségek,} \\ &\text{ahol } s = 1, 2, 3, 4 \\ &\text{és } \quad r = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}\right\} \tag{66}$$

egy 2. rendű négyes tenzor, az ún. *derivált tenzor* 16 komponensét alkotják. Bebizonyítható ugyanis, hogy ezek a komponensek a lineáris transzformációban a koordináta-differenciálok szorzataival egyformán transzformálódnak.

Itt ismét hangsúlyozni kell, hogy a reálisan létező fizikai mezőket leíró négyes vektormező és ennek derivált tenzora teljesen *helyes és reális* fogalom, amely a differenciálhányados fogalmának általánosításaként az adott (x_1, x_2, x_3, x_4) eseményvektornak és a vektormező hozzá tartozó értékének elemi meg-

[21] Uo. 9.

változásai között a KR-től függetlenül fennálló homogén lineáris függvénykapcsolatot fejezi ki. De ennek a fogalomnak a használata ismét ellentmondásban van a mezőmentes tér axiómarendszerével, amelyen belül a derivált tenzor is csak hiposztazáció, fizikai tartalom nélküli matematikai fogalom marad, ha fenntartják a kiinduló posztulátumokat.

Különösen feltűnő a speciális relativitáselmélet einsteini koncepciójában a vektor- és tenzoranalízis ún. *divergencia*-fogalmának hiposztazálása. A valóságos fizikai mezőkben ez a fogalom egy pontról pontra változó skalármennyiséget, a fizikai mező ún. forrás-sűrűségét tükrözi vissza, vagyis megadja, hogy az adott pont elemi környezetéből térfogategységenként hány vektorvonal (pl. erővonal) lép ki. A „forrás" elnevezés itt hidrodinamikai eredetű, és a vektorvonalak, valamint az egész vektormező fogalmának anyagi eredetére és tartalmára utal. Gravitációs vagy elektromágneses mezőben a divergencia fogalma a mezőt gerjesztő tömegek, ill. elektromos töltések térbeli eloszlását (sűrűségét) jellemzi.

Matematikailag bebizonyítható, hogy hármas térben a divergencia számértéke minden pontban egyenlő a vektormező derivált tenzorában a főátlón levő komponensek összegével:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = \frac{\partial v_r}{\partial x_r} \quad (r = 1, 2, 3). \tag{67}$$

Ez a skaláris számérték mint az adott vektormező adott pontbeli forrássűrűsége invariáns a lineáris transzformációval szemben, akár koordináta-, akár alakzat-transzformációról legyen szó.

A négyes vektor divergenciájának matematikai fogalmát — logikailag helyesen — a fentiek mintájára a

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} + \frac{\partial v_4}{\partial x_4} = \frac{\partial v_r}{\partial x_r} \tag{68}$$

$$(r = 1, 2, 3, 4)$$

kifejezés adja meg, amely szintén mindkét értelmezésben Lorentz-invariáns. Mivel azonban a mezőmentes térben a $\mathbf{v}$ vektornak nem lehet *fizikai* jelentése, azért Einsteinnél a divergencia fogalmának a használata is ellentmondást jelent a kiinduló posztulátumokkal.

Hasonló megállapításokat tehetünk a divergencia-fogalom — matematikailag ismét helyes — további általánosításával, a *tenzor divergenciájának* a fogalmával kapcsolatban. A 2. rendű T_{lk} $(i, k = 1, 2, 3, 4)$ tenzor divergenciája már nem skalár-, hanem négyes vektormennyiség, amelynek komponensei:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div}_l T_{lk} = \frac{\partial T_{l1}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{l2}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{l3}}{\partial x_3} + \frac{\partial T_{l4}}{\partial x_4} = \frac{\partial T_{lr}}{\partial x_r} \\ \text{ahol } l = 1, 2, 3, 4 \text{ és } r = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}\right\} \tag{69}$$

A magasabbrendű tenzorok divergenciája mindig 1-gyel alacsonyabbrendű tenzor.

A tenzorkalkulusnak fontos eleme a *szimmetrikus és antiszimmetrikus tenzorok* megkülönböztetése és vizsgálata. Ha a 2. rendű tenzorban két indexet felcserélve az így kapott tenzorkomponensek mindig egyenlők egymással, akkor szimmetrikus, ha pedig ellenkező előjellel egyenlők, akkor antiszimmetrikus tenzorról van szó.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{A szimmetria feltétele tehát:} & T_{ik} = T_{ki}, \\ \text{az antiszimmetria feltétele pedig:} & T_{ik} = -T_{ki}. \end{array}\right\} \qquad (70)$$

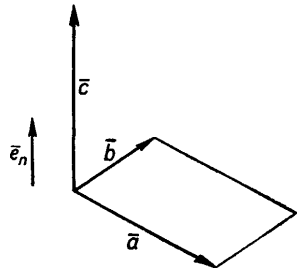
A 2. rendű szimmetrikus *hármas* tenzornak csak 6 egymástól független komponense van: a főátlóban 3 és a főátló fölött is 3 (l. az (51) alatti szkémát), mert a főátló alatti komponensek ugyanakkorák, pl. $T_{32} = T_{23}$. A 2. rendű szimmetrikus *négyes* tenzornak, ugyanezen meggondolás szerint, 10 egymástól független komponense van.

A 2. rendű antiszimmetrikus *hármas* tenzornak viszont csak 3, az ugyanilyen *négyes* tenzornak pedig 6 egymástól független és zérustól különböző komponense van, mert ebben az esetben a főátlóban levő komponensek zérussal egyenlők. Ha ugyanis $k = i$, akkor (70)-ben

$$T_{ii} = -T_{ii}, \text{ azaz } 2T_{ii} = 0, \text{ ill. } T_{ii} = 0. \qquad (71)$$

Bebizonyítható, hogy bármely 2. rendű tenzor felbontható egy szimmetrikus és egy antiszimmetrikus tenzor összegére. Bebizonyítható továbbá az is, hogy a 2. rendű tenzorok szimmetriája és antiszimmetriája a lineáris koordinátatranszformációkkal szemben egyaránt invariáns tulajdonság, vagyis független attól, hogy melyik KR-ben adjuk meg az illető tenzor komponenseit. A 2. rendű *négyes* tenzorok szimmetriatulajdonságai tehát Lorentz-invariánsak.

Az elméleti fizikában fontos szerepe van az antiszimmetrikus hármas tenzornak. Ezt a fizikusok sokszor helytelenül azonosítják az ún. axiális vektor fogalmával. Utóbbi elnevezés megkülönböztetést jelent az ún. poláris, vagyis az eddig tárgyalt közönséges vektoroktól. A megkülönböztetést az indokolja, hogy a kétféle vektornak más a viszonya a KR-ekhez és ezek ún. tükrözéses transzformációjához.



A hármas axiális vektor legegyszerűbb példája: két poláris vektor ún. *vektoriális szorzata*. Az **a** és **b** hármas poláris vektorok vektoriális szorzatán, amelynek jele: $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, olyan **c** vektort értünk (l. az ábrát), amelynek abszolút értéke egyenlő az **a** és **b** vektorok által kifeszített paralelogramma területével,

iránya pedig merőleges a két vektor síkjára — úgy, hogy az **a**, **b**, **c** vektorok ebben a sorrendben jobbsodrású rendszert alkossanak. Ha tehát az **a**, **b** sík ilyen irányú normális egységvektorát $\mathbf{e}_n$-nel jelöljük, akkor

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = ab \sin(a, b)\ \mathbf{e}_n. \tag{72}$$

Ha az **a** és **b** vektorokat egy jobbsodrású derékszögű KR-beli (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3) komponenseikkel adjuk meg, akkor bebizonyítható, hogy vektoriális szorzatuk komponensei:

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= a_2 b_3 - a_3 b_2, \\ c_2 &= a_3 b_1 - a_1 b_3, \\ c_3 &= a_1 b_2 - a_2 b_1. \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

Balsodrású KR-ekben ez a képlet nem érvényes.

A vektoriális szorzat és általánosabban: *az axiális vektor mindenképpen vektor, (1. rendű tenzor) és így az antiszimmetrikus 2. rendű tenzorral való azonosítása feltűnő logikai hiba*, a kölcsönösen egyértelmű megfelelés, tehát egy *korrelációs* viszony átlényegítése *azonossági* viszonnyá. Az antiszimmetrikus tenzor, mint minden 2. rendű hármas tenzor, végül is vektorokat egymásba átvivő 9 komponensű mennyiség: lineáris hármas *vektor—vektor függvény*, amely attól, hogy 9 komponense közül csak 3 választható szabadon, még nem válik *vektorrá*.

A vektoriális szorzat esetében ezt a téves azonosítást így indokolják: a (73) képletben szereplő vektorkomponensek tulajdonképpen a következő általánosabb képlettel megadott **T** antiszimmetrikus hármas 2. rendű tenzor komponensei:

$$T_{ik} = a_i b_k - a_k b_i, \quad \left.\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}\right\} = 1, 2, 3. \tag{74}$$

Ez a tenzor valóban antiszimmetrikus, mert az $i = k$ esetben $T_{ii} = a_i b_i - a_i b_i = 0$, a 2 index felcserélésekor pedig $T_{ki} = a_k b_i - a_i b_k = -T_{ik}$.

Végül is az $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c}$ axiális vektor komponensei (73) és (74) szerint:

$$c_1 = T_{23} = -T_{32},\ c_2 = T_{31} = -T_{13},\ c_3 = T_{12} = -T_{21}. \tag{75}$$

A szóban forgó **T** antiszimmetrikus tenzor tehát:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & c_3 & -c_2 \\ -c_3 & 0 & c_1 \\ c_2 & -c_1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{76}$$

Ez a tenzor az (55) képlet szerint funkcionál: *minden* független változó **s** (s_1, s_2, s_3) vektorhoz hozzárendeli a **v** (v_1, v_2, v_3) képvektort, úgy, hogy:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= c_3 s_2 - c_2 s_3, \\ v_2 &= -c_3 s_1 + c_1 s_3, \\ v_3 &= c_2 s_1 - c_1 s_2. \end{aligned}\right\} \tag{77}$$

Ebből (73) szerint kiderül, hogy

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}\mathbf{s} = \mathbf{s} \times \mathbf{c}. \tag{78}$$

A (75) és (78) képletek összehasonlítása világosan megmutatja, hogy *más* realitást tükröz vissza a **c** axiális vektor (vektoriális szorzat) fogalma, és *mást* a vele (76) szerint valóban a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonyában levő **T** antiszimmetrikus tenzor fogalma. A két fogalom einsteini azonosítása ezért semmiképpen sem fogadható el.

A vektoriális szorzat legismertebb esete a hármas térben valamely adott **a** vektor ún. vektormomentuma, vagy *vektornyomatéka* (pl. impulzusnyomaték, az erő forgató nyomatéka stb.), amely az **r** (x_1, x_2, x_3) helyzetvektornak és egy adott **a** (a_1, a_2, a_3) hármas vektornak a vektoriális szorzata. (Nagyságára nézve az **a** vektor abszolút értékének és a kezdőpontra vonatkozó „karjának" a szorzata.) Képletben (a (73) figyelembevételével):

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{a} = (T_{23}, T_{31}, T_{12}), \tag{79}$$

ahol

$$T_{ik} = x_i a_k - x_k a_i, \quad \left.\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}\right\} = 1, 2, 3. \tag{80}$$

Einstein éppen a vektormomentum tárgyalásakor emeli ki (tévesen), hogy a 2. rendű hármas antiszimmetrikus tenzornak hármas axiális *vektorként* való értelmezése rendelkezik ugyan a szemléltethetőség bizonyos előnyével, de a vektor-értelmezésnek az a hátránya, hogy elfedi ennek a háromkomponensű mennyiségnek a tulajdonképpeni természetét, mélyebb lényegét: tenzor jellegét.[22]

Nem kétséges, hogy ebben a logikailag és matematikailag hibás megjegyzésben mindenekelőtt az a nehézség játszik szerepet, hogy a „négyes világban" már formálisan sem azonosíthatók egymással a vektorok és az antiszimmetrikus tenzorok, hiszen itt a vektorok 4, az antiszimmetrikus tenzorok pedig 6 egymástól független komponensből álló mennyiségek. Ha tehát pl. két *négyes* vektor — (a_1, a_2, a_3, a_4) és (b_1, b_2, b_3, b_4) — komponenseiből alkotjuk meg a hármas vektorok vektoriális szorzatának komponenseit megadó (74) képlet analógiájára a

$$T_{ik} = a_i b_k - a_k b_i, \quad \left.\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}\right\} = 1, 2, 3, 4 \tag{81}$$

antiszimmetrikus négyes tenzort, ennek 6 egymástól független komponense van, és így *négyes vektorként nem értelmezhető*. Ennek a *négyes* antiszimmetrikus tenzornak az első 3 sorából és oszlopából álló *hármas* antiszimmetrikus tenzor azonban a (74)—(76) alatti képletek szerint a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonyában van a két adott négyes vektor első 3—3 komponense — **a** (a_1, a_2, a_3) és **b** (b_1, b_2, b_3) — által megadott két hármas vektor vektoriális szorzatával: a $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ axiális vektorral. Éppen ez a korrelációs viszony teszi lehetővé, hogy a (81) alatti négyes antiszimmetrikus tenzornak közvetve

[22] Uo. 12—13.

fizikai értelmet tulajdoníthassunk — minden olyan esetben, amikor a megfelelő hármas antiszimmetrikus tenzornak, ill. a hozzá tartozó **c** (T_{23}, T_{31}, T_{12}) hármas vektornak is van fizikai értelme, így pl. a (79)—(80) alatti esetben: a hármas vektormomentumok esetében.

A (80) képlet mintájára megalkotott

$$T_{ik} = x_i a_k - x_k a_i, \quad \left.\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}\right\} = 1, 2, 3, 4, \tag{82}$$

négyes antiszimmetrikus tenzornak is ebben a közvetett értelemben van fizikai jelentése: az az **M** (T_{23}, T_{31}, T_{12}) *hármas* vektor jelenti az **a** (a_1, a_2, a_3) *hármas* vektor momentumát, amely (T_{ik})-val a kölcsönösen egyértelmű megfelelés viszonyában van. De (T_{ik})-t emiatt még nem indokolt négyes vektormomentumnak nevezni, és logikailag ugyanígy indokolatlan Einsteinnek az a követelése is, hogy már a háromdimenziós tárgyalásban se vektornak, hanem antiszimmetrikus tenzornak tekintsük a vektormomentumot. Ugyanezt követeli — ugyancsak indokolatlanul — a rotáció fogalmával kapcsolatban is.

A *hármas* térben ugyanis az axiális vektornak egy másik, ugyancsak reális fizikai tartalommal rendelkező példája: *a vektormező rotációjának* vagy örvénysűrűségének a fogalma. Az „örvény" elnevezés (a korábban említett „forrás" elnevezéshez hasonlóan) hidrodinamikai eredetű: az örvénylő folyadék minden részecskéje körmozgást (a legegyszerűbb esetben egyenletes körmozgást) végez egy meghatározott forgástengely körül. A részecskék lineáris sebességvektorai egy pontról pontra változó, kör alakú vektorvonalakat tartalmazó vektormezőt alkotnak. Ennek a vektormezőnek az örvénysűrűségét az a másik vektormező (helyről helyre változó vektor) adja meg, amely egy adott pontban nagyságra nézve az illető pont körül örvénylő részecske kétszeres szögsebességével egyenlő, irányra pedig az örvénylés forgástengelyébe esik, a jobbmenetű csavar szabálya szerint.

Különösen fontos szerepe van a rotáció fogalmának a fizikai erőhatást képviselő mezők, pl. a mágneses és elektromos mezők esetében, főleg akkor, ha olyan fizikai mezőről van szó, amelynek ponderomotoros ereje az általa mozgatott részecskén egyes zárt görbéken végighaladva zérustól különböző munkát végez. Ilyen pl. az áramtól átjárt elektromos vezeték mágneses mezeje, amelynek erővonalai a vezetéket körülvevő zárt görbék. Az ilyen fizikai mező rotációjának (örvénysűrűségének) abszolút értéke egy adott pontban annál nagyobb (annál több „örvényvonalat" gerjeszt), minél nagyobb az adott pontot körülvevő igen kis zárt görbén a fizikai mező munkavégzésének a körülzárt terület egységnyi darabjára eső része. A rotációnak mint vektornak meghatározott szabály szerint lehet kiszámítani bármely térbeli irányba eső komponensét.

Be lehet bizonyítani, hogy a **v** (v_1, v_2, v_3) hármas vektormező rotációjának komponenseit egy adott pontban a következő hármas antiszimmetrikus tenzor meghatározott komponensei szolgáltatják:

$$F_{ik} = \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_k}, \quad \left.\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}\right\} = 1, 2, 3. \tag{83}$$

A rotáció képlete most már:

$$\text{rot } \mathbf{v} = (F_{23}, F_{31}, F_{12}). \tag{84}$$

A négydimenziós írásmódban (83) analógiájára felírhatjuk az

$$F_{ik} = \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_k}, \quad \left.\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}\right\} = 1, 2, 3, 4, \tag{85}$$

antiszimmetrikus tenzort, amelynek 6 egymástól független komponense van. Ez a körülmény azonban megint nem jelent semmi olyasfélét, hogy a rotáció elvesztette volna vektor jellegét. Ahogyan nem maga a (82) alatti (T_{ik}) tenzor jelent vektormomentumot, hanem a hozzá tartozó (T_{23}, T_{31}, T_{12}) hármas vektor, éppen úgy nem maga a (85) alatti (F_{ik}) tenzor jelent rotációt, hanem a hozzá tartozó (F_{23}, F_{31}, F_{12}) hármas vektor. Ebben és *csak ebben* a közvetett értelemben van (F_{ik})-nak fizikai jelentése.

Rátérve az elektrodinamika alapegyenleteire, a Maxwell-egyenletekre, Einstein már a 3 dimenziós tárgyalás során is leszögezi, hogy *a mágneses mező intenzitását* sem vektorként, hanem 2. rendű *antiszimmetrikus hármas tenzorként* kell értelmezni.[23] A 4 dimenziós tárgyalásban pedig kimutatja, hogy az elektromos mező **E** intenzitásának 3 térbeli komponensét, az (E_x, E_y, E_z) mennyiségeket, és a mágneses mező **H** intenzitásának 3 térbeli komponensét (H_x, H_y, H_z)-t, matematikailag egy az LT-vel szemben invariáns 2. rendű antiszimmetrikus (F_{ik}) négyes tenzor 6 komponenseként lehet felfogni, amiből azt a hiposztazált következtetést vonja le, hogy *maga az elektromágneses mező — lényegét tekintve — azonos ezzel az antiszimmetrikus tenzorral.*[24]

Pontosabban a következő, ún. „*mezőintenzitás-tenzorról*" van szó (amelyben $i = \sqrt{-1}$):

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iE_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iE_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}. \tag{86}$$

Be lehet bizonyítani, hogy ez az (F_{ik}) mennyiség valóban tenzor: komponensei az LT-ben valóban a koordináta-differenciálok szorzataival azonos módon, tehát (57) szerint transzformálódnak. Továbbá: ki lehet mutatni, hogy (F_{ik}) valóban a KR-től független, Lorentz-invariáns *homogén lineáris függvénykapcsolatot* teremt két négyes vektor, a négyes áramsűrűség és az ún. Lorentz-féle négyes erősűrűség között. A négyes mezőintenzitás-tenzornak tehát nem hiposztazált, hanem materiális *fizikai* jelentése van: nem szellemi lényege, hanem fogalmi leképezése az elektromágneses mezőben fellépő elektrodinamikai kölcsönhatásoknak és összefüggéseknek. *Fizikai jelentését* az a kölcsönösen egyértelmű megfelelési viszony is jelzi, amely közte és a hármas mágneses és elektromos mezőintenzitás-vektorok között áll fenn: (F_{ik}) a (86) képlet szerint a hármas

$$\mathbf{H}\,(F_{23}, F_{31}, F_{12}) \qquad \text{és} \qquad \mathbf{E}\,(iF_{14}, iF_{24}, iF_{34}) \tag{87}$$

mezőintenzitások által jellemzett elektromágneses mezőt reprezentálja. A **H** és **E** hármas mezőintenzitások közötti összefüggéseket az ismert *Maxwell-*

[23] Uo. 15.
[24] Uo. 26—27.

egyenletek írják le, és mint ismeretes, ezek az egyenletek is *kovariánsak az LT-vel szemben.* A (86) alatti (F_{ik}) négyes mezőintenzitás-tenzor Lorentz-invarianciája ezért lehetővé teszi, hogy a Maxwell-egyenleteket új, viszonylag egyszerű formájú, négyes tenzoregyenletekbe írjuk át. Ehhez azonban a *négyes áramsűrűség* fogalmának a bevezetésére is szükség van.

Jelölje ϱ az elektromos töltés térfogati sűrűségét (az egységnyi térfogatra eső töltést), **V** (V_1, V_2, V_3) pedig a töltés áramlási sebességét (mint hármas vektort). Ekkor a

$$\varrho \frac{\mathbf{V}}{c} = \mathbf{s} \tag{88}$$

hármas vektor neve: *áramsűrűség,* mert a területegységen egységnyi idő alatt áthaladó elektromos töltéssel arányos. Ebből Einstein kialakítja a *négyes áramsűrűség-vektort:*

$$s_1 = \varrho \cdot \frac{V_1}{c}, \; s_2 = \varrho \cdot \frac{V_2}{c}, \; s_3 = \varrho \cdot \frac{V_3}{c}, \; s_4 = \varrho \cdot \frac{ic}{c} = i\varrho. \tag{89}$$

Ezekben a képletekben az inerciarendszerekhez kapcsolt einsteini koordinátatranszformációs értelmezés szerint ϱ a töltéssűrűségnek a K rendszerben mért, azaz „mozgási" értéke. Az LT alkalmazásakor kiderül, hogy a töltéssel együttmozgó K′ rendszerben a töltéssűrűség ϱ_0 „nyugalmi" értéke és ϱ „mozgási" értéke között a

$$\varrho = \frac{\varrho_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \varrho_0 q \tag{90}$$

összefüggés áll fenn, és most már a négyes áramsűrűség így függ össze az **u** négyes sebességgel:

$$s_i = \frac{1}{c} \varrho_0 u_i \quad (i = 1, 2, 3, 4). \tag{91}$$

Mivel u_i négyes vektor, c és ϱ_0 pedig állandók, ezért valóban s_i is négyes vektor.

A Maxwell-egyenletek 1. csoportja (az elektromos áram mágneses mezejének képlete) tenzoregyenlet alakjában végül is így írható:

$$\frac{\partial F_{ir}}{\partial x_r} = 4\pi s_i. \tag{92}$$

A Maxwell-egyenletek 2. csoportja (az elektromágneses indukció képlete) pedig ezt az alakot ölti:

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x_i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x_k} = 0. \tag{93}$$

A (92) alatti képlet 4 egyenletet jelent az $i = 1, 2, 3, 4$ értékeknek megfelelően, és mindegyiknek a bal oldalán négytagú összeg áll az $r = 1, 2, 3, 4$ értékek

szerint. A (93) alatti képlet szintén 4 egyenletet jelent, mert az i, k, l indexek, amelyek a képletben ciklikusan cserélődnek fel, az 1, 2, 3, 4 elemekből kiválasztható 4 db számhármast, az (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 1), (4, 1, 2) kombinációkat jelentik. A négydimenziós tárgyalási mód itt tehát kétségtelenül viszonylag egyszerű és elegáns matematikai formulákat eredményez.

Mivel azonban az inerciarendszerek világa *mezőmentes* négyes világ, az (F_{ik}) tenzor által reprezentált elektromágneses *mező* és az általa elektromos töltésű fizikai objektumokra gyakorolt ponderomotoros erőhatások, valamint az így előidézett gyorsulások megint rácáfolnak az *einsteini* (inerciarendszerekhez kapcsolt) koordináta-transzformációs értelmezésre, és logikai szükségszerűséggel vezetnek az alakzat-transzformációs felfogáshoz. Mivel azonban Einstein itt ragaszkodni próbál a koordináta-transzformációs értelmezéshez, ebből *újabb hiposztazációk származnak.*

Einstein ugyanis kiemeli és *komoly módszertani haladásnak* minősíti a mezőintenzitás-tenzor fogalmának azt az értelmezését, hogy az *elektromos és a mágneses mező a relativitási elv miatt elveszti különálló létét.* Amit mi tiszta mágneses mezőnek vélünk, az Einstein szerint csak az (F_{ik}) tenzor vetülete egy olyan K inerciarendszerre, amelyben $E_x = E_y = E_z = 0$, miáltal a tenzor 4-ik sora és oszlopa csupa zérus-komponenst tartalmaz. Egy olyan másik K′ inerciarendszerben azonban, amely K-hoz képest egyenesvonalú egyenletes mozgást végez, ugyanaz a tenzor már elektromos mezőt is tartalmaz: itt nem tűnik el a 4-ik sor és oszlop. Ugyanígy: ha egy K* inerciarendszerben tiszta elektromos mezőt észlelünk, azaz ha $H_x^* = H_y^* = H_z^* = 0$ (vagyis az (F_{ik}) tenzorból csak a 4-ik sor és oszlop marad meg), egy másik K** inerciarendszerben már a mágneses mező is jelen van.

Einstein szerint tehát a külön-külön vett elektromos, ill. mágneses mező relatív önállósága úgy értendő, hogy van olyan inerciarendszer, amelyre az (F_{ik}) tenzor csak elektromos vagy csak mágneses mezőt vetít, a többi inerciarendszerben azonban *ugyanaz* a tenzor egységes elektromágneses mező formájában jelentkezik a megfigyelők számára.

Matematikailag ezek a meggondolások a koordináta-transzformációs értelmezés szempontjából valóban korrektek. Ha ugyanis az F_{ik} tenzoron, illetve az (E_x, E_y, E_z), (H_x, H_y, H_z) komponenseken végrehajtjuk az ismert LT-t, akkor azt kapjuk, hogy

$$\left.\begin{array}{lll} & E_x = E_y = E_z = 0 \quad \text{esetében} & E'_x = 0, \text{ de } E'_y \neq 0,\ E'_z \neq 0, \\ \text{és} & H_x = H_y = H_z = 0 \quad \text{esetében} & H'_x = 0, \text{ de } H'_y \neq 0,\ H'_z \neq 0. \end{array}\right\} \quad (94)$$

Idézzük Einsteinnek a (94) alatti képletekhez fűzött fizikai következtetését: „Ha K-ra vonatkozólag csak mágneses mező (**H**) létezik, elektromos mező (**E**) azonban nem, akkor K′-höz viszonyítva mégis létezik elektromos mező (**E′**), amely hatást gyakorol a K′-höz képest nyugvó elektromos tömegre. A K-hoz viszonyítva nyugvó megfigyelő ezt mint *Biot—Savart-*, ill. *Lorentz*-féle elektromos erőt értelmezi. Ez az elektromos erő a tiszta mezőhatással egyazon lényegbeli azonossággá egyesülve nyilvánul tehát meg."[25]

Einstein elektrodinamikai koncepciója szerint ilyenformán csak a kísérleti fizika korlátozottságának és egyoldalúságának tudható be, hogy míg a K-beli

[25] Uo. 27.

megfigyelő a K-beli *mágneses* mező hatásának tulajdonítja az itt fellépő erőt, addig a K'-beli megfigyelő ugyanazt a K'-beli *elektromos* mező hatásának fogja fel. Ezt az ellentmondást szerinte csak az elméleti fizika, pontosabban a relativisztikus elektrodinamika tudja feloldani, amely mindkét mezőfajtát egyazon közös lényeg, az (F_{ik}) tenzor különböző KR-beli megnyilvánulásainak értelmezi.

Einstein nem hagy kétséget afelől, hogy az előbb emlegetett „*tiszta mezőhatást*" honnan származtatja. Több helyen is hangsúlyozza, hogy az üres „mezőmentes" téridő-kontinuum mechanikai (tehetetlenség-meghatározó) hatása miatt fel kell tételeznünk, hogy *az üres térnek is mező-tulajdonságai vannak*, amelyek analógiában vannak az elektromágneses mező tulajdonságaival.[26] Ugyanezt a gondolatot máshol így fogalmazza meg: „A mezők csak a tér fizikai állapotai."[27] Ezek a gondolatok, amelyekben az van elrejtve, hogy az üres „mezőmentes tér" maga is hatékony fizikai mező, teljesen nyilvánvalóvá teszik a speciális relativitáselmélet einsteini fogalmi rendszerének elméleti és logikai gyengeségeit, amelyek végül is a „mezőmentes mező" abszurd fogalmához vezetnek.

Az alakzat-transzformációs felfogás alapján, amelyhez — ahogyan kimutattuk — amúgy is logikai szükségszerűséggel vezet a gyorsító ponderomotoros erőhatások fogalmának bevezetése, az elektromos és a mágneses mezőnek az (F_{ik}) tenzor által is kifejezett elszakíthatatlan egysége materialista módon értelmezhető. A (92)—(93) alatti Maxwell-egyenletek tanúsága szerint ugyanis az elektromos mezőintenzitás, az elektromos áramsűrűség és a mágneses mezőintenzitás *egy és ugyanazon KR-beli* mérőszámai között kölcsönös függőség és feltételezettség áll fenn. Ez a szerves kapcsolat Lorentz-invariáns, vagyis:
1. a KR-től függetlenül fennáll (a Lorentz-féle KR-ek osztályán belül);
2. az őt létesítő és hordozó fizikai rendszer óvatos gyorsítása esetében is fennmarad.

A Lorentz-elvnek megfelelő alakzat-transzformációs értelmezésben tehát E_x és a transzformált E'_x stb. az elektromos (ill. mágneses) mező intenzitásának egy és ugyanazon KR-ben adja meg az elektromos töltéseket tartalmazó anyagi rendszer felgyorsítás előtti (Q), ill. felgyorsítás utáni (Q') állapotához tartozó komponensértékeit.

Jánossy Lajos kimutatja,[28] hogy ha az (E'_x, E'_y, E'_z), (H'_x, H'_y, H'_z) komponenseket az adott KR (x, y, z) pontjában és a t időpontban érvényes értékeknek vesszük, akkor az (E_x, E_y, E_z), (H_x, H_y, H_z) komponensek helyébe a szokásos LT-nek megfelelő

$$x' = \frac{x + Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t + \dfrac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \tag{95}$$

pontban, ill. időpontban fennálló értékek teendők. Más szavakkal: az eredeti (vagyis az adott KR-ben nyugvó) Q töltéseloszláshoz tartozó mező elektromos és mágneses intenzitásainak (x', y', z', t')-beli értékei függnek össze az LT

[26] Uo. 36.
[27] A. Einstein: „Mein Weltbild", Querido Verlag, Amsterdam 1934, 237.
[28] Jánossy Lajos—Elek Tibor: „A relativitáselmélet filozófiai problémái", 71—78.

szerint a V sebességre felgyorsított Q' töltéseloszlásnak megfelelő mező intenzitásainak (x, y, z, t)-beli értékeivel. Hasonló módon a Q-beli töltés- és áramsűrűséget (amelyek a hely- és időkoordináták függvényei) a Q'-beli áram- és töltéssűrűségbe átvivő transzformációs formulák is levezethetők:

$$\left.\begin{aligned} s'_x &= \frac{s_x + V/c \cdot \varrho}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, s'_y = s_y, s'_z = s_z, \\ \varrho' &= \frac{\varrho - V/c \cdot s_x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} . \end{aligned}\right\} \tag{96}$$

Jánossy Lajos legegyszerűbb esetül — W. Heitler eredményeire[29] hivatkozva — bemutatja azokat az egyetlen, kis kiterjedésű töltésfelhő felgyorsításakor végbemenő fizikai folyamatokat, amelyek, az eredetileg nyugvó töltésfelhő mezejét megzavarva, végül a felgyorsult töltésfelhőnek és a hozzá tartozó mezőnek a deformációjához, Lorentz-kontrakciójához és egyben a töltést hordozó objektum tehetetlen tömegének relativisztikus megváltozásához vezetnek. Ezekben a folyamatokban fontos szerepet játszik az az erő, amellyel az elektromos töltésfelhő önmagára hat.[30] Ez az erő nem lép fel, ha a töltésfelhő nyugalomban van, vagy egyenesvonalú egyenletes mozgást végez, gyorsítás közben azonban fellép, mégpedig a gyorsító erővel ellentétes irányban, vagyis annak hatását csökkentve.

Éppen ennek a visszaható erőnek a fellépése adja meg az ismert relativisztikus tömegváltozás *fizikai* magyarázatát is: a csökkentett hatású gyorsított erő a vártnál kisebb gyorsulást idéz elő, ami a kísérletekben a töltést hordozó fizikai objektum (pl. az elektron) tömegének megnövekedéseként jelentkezik. Kimutatja Jánossy Lajos azt is, hogy ezekből a kísérletekből fontos logikai következtetéseket vonhatunk le a töltéshordozók, az elektron, a pozitron, a proton, valamint a hozzájuk tartozó elektromágneses mezők *struktúrájára* vonatkozóan is: mindenekelőtt éppen azt a következtetést, hogy ezek az objektumok semmiképpen sem tekinthetők *merev, pontszerű gömböknek*, hanem ellenkezőleg: a gyorsító erők által *deformálható töltésfelhőkről* van szó. A töltésfelhő gyorsítás közben jelentkező, önmagára visszaható ereje munkát végez, amely az elektromágneses mezőben felhalmozódó, onnan részben visszanyerhető, részben azonban kisugárzódó energia formájában jelentkezik.

Ha nem egyetlen töltéshordozót, hanem töltéshordozókból álló fizikai rendszereket, pl. egy pozitív és egy negatív töltéshordozóból álló rendszert (amilyen rendszer az atom is) gyorsítunk, akkor olyan belső erők lépnek fel, amelyek egyirányúak a külső gyorsító erővel, vagyis növelik hatását. Minél nagyobb a két töltéshordozó között a kötési energia (a két töltéshordozó szétszakításához szükséges munka), annál könnyebben gyorsítható a belőlük álló rendszer egy adott külső erő segítségével. Ilyenkor lép fel a rendszer tehetetlen tömegének csökkenése: a rendszer *tömegdefektusa*, vagyis az a jelenség, hogy a két töltéshordozóból álló rendszer tömege kisebb, mint a két töltéshordozó külön-

[29] Uo. 75—76. (W. Heitler itt idézett műve: „The Quantum Theory of Radiation", Oxford 1944.)

[30] Lásd pl. Pogány B. „Az elektromágneses tér" c. könyvében, Athenaeum kiadás, Budapest 1927, 384—424.

külön (rendszeren kívül) vett tömegeinek összege. Hasonló módon lép fel a tömegdefektus protonokból és neutronokból álló fizikai rendszerekben (atommagokban), ahol a részecskék között fellépő erőket az ún. Yukawa-féle mezonmező közvetíti, és ebben a mezőben összpontosulnak a részecskék közötti kötési energiák is.

Látható tehát, hogy egy egyedülálló töltéshordozó tömegének relativisztikus változásai és a több töltéshordozóból álló rendszerek keletkezésekor előálló tömegdefektusok materiális fizikai kölcsönhatásokkal magyarázhatók. Einstein azonban itt is szubtilizált és hiposztazált magyarázatot ad: szerinte ezeknek a jelenségeknek az a lényegük, hogy a tömeg és az energia csak különböző megjelenési formái egy és ugyanazon tartalomnak, a tehetetlen tömeg tulajdonképpen csak latens (rejtett) energia.[31]

Továbbá: Einstein értelmezésében az m_0 „nyugvó tömeg" és az m „mozgó tömeg" között az a különbség, hogy az első a tömegponttal együttmozgó K′ koordinátarendszerben, a második pedig *ugyanakkor* abban a K rendszerben érvényes, amelyhez képest a tömegpont megadott sebességgel mozog. Einsteinnél (első megközelítésben) tehát nem arról van szó, hogy egy *felgyorsított* fizikai rendszernek növekednék meg *genetikusan* a tehetetlensége, sőt éppen ellenkezőleg: a fizikai rendszer tehetetlen tömegének Einstein szerint *a vele együtt mozgó KR-ben* a téridő-kontinuum *strukturális* tulajdonságai miatt éppen úgy függetlennek kell maradnia egy másik KR-hez viszonyított sebességétől, mint a rúd hosszúságának.[32]

A valóban elvégzett mérésekben azonban m_0 nem a részecskével együttmozgó megfigyelő mérési eredménye. Ellenkezőleg: m_0-t is és m-et is a laboratórium (a Föld) KR-ében elhelyezett megfigyelő méri a részecske felgyorsítása *előtt*, ill. *után*. Csak ha elhisszük Einsteinnek, hogy a részecskével együttmozgó KR-ben a felgyorsítás után is ugyanakkora marad a részecske tömege, mint felgyorsítás előtt, mert ez a téridő *strukturális* tulajdonságaiból következik, akkor fogadhatjuk el a relativisztikus tömegváltozás einsteini értelmezését.

Végső fokon azonban — ahogyan láttuk — Einstein ezen a ponton ismét ellentétbe kerül saját kiindulópontjával, hiszen *erőhatásoknak* és velük együtt a gyorsuló mozgásoknak a mezőmentes térben való fellépését tételezve mégis el kell ismernie a relativisztikus tömegnövekedés létrejöttének *genetikus* jellegét, persze oly módon, hogy nála ez *nem materiális genezis*. A relativisztikus tömegnövekedés itt éppen úgy az üres tér „mező-tulajdonságaiból" származik, mint a sebesség növekedése: az üres tér munkavégzőképességgel, energiatartalommal rendelkezik, és ennek a rovására megy végbe a tömegnövekedés.[33]

Ez az energetista álláspont főleg a tömeg és az energia fogalmainak abban a hiposztazálásában nyilvánul meg, amelyet egy önmagában véve igen hasznos, szintetizáló fogalomnak, *a négyes energiatenzor* (más néven: energia-impulzus tenzor) fogalmának *einsteini értelmezése* jelent a relativisztikus elektrodinamikában.

Számítsuk ki az elektromágneses mezőben *a térfogategységre eső* impulzust és energiát, vagyis az *impulzus- és energiasűrűséget*. Ehhez mindenekelőtt a

[31] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", 30. Továbbá: „Mein Weltbild", 225.
[32] Lásd „Magyar Fizikai Folyóirat", *III* (1965), 444—445.
[33] A. Einstein: „Grundzüge der Relativitätstheorie", 36.

mozgó töltésre az elektromágneses mező által gyakorolt ponderomotoros erő sűrűségét, vagyis az egységnyi térfogatban levő töltésre ható erőt kell ismernünk *(Lorentz-féle erősűrűség)*. Ennek *hármas vektoralakja* — mint ismeretes — az **E** elektromos és a **H** mágneses mező hatását leíró tagból tevődik össze:

$$\mathbf{f} = \varrho\,\mathbf{E} + \frac{\varrho}{c}\,[\mathbf{V}\times\mathbf{H}]. \tag{97}$$

Itt ϱ az elektromos töltés térfogati sűrűsége, **V** a töltéshordozók hármas áramlási sebessége, c a fénysebesség, **E** az elektromos, **H** a mágneses mező intenzitása.

Kimutatható, hogy a Lorentz-féle erősűrűség *négyes vektoralakja* a (86) alatti (F_{ik}) mezőintenzitás-tenzorral és a (91) alatti s_i áramsűrűséggel így fejezhető ki:

$$f_i = F_{ir}\,s_r \qquad (i = 1, 2, 3, 4). \tag{98}$$

Ez az összefüggés az $\mathbf{F} = (F_{ik})$ szimbólum alkalmazásával így is írható:

$$\mathbf{f} = \mathbf{F}\,\mathbf{s}, \tag{99}$$

ahol persze **f** és **s** is *négyes* vektorokat jelölnek. Összevetve az (55) képlettel, nyilvánvaló, hogy — mint már jeleztük — a mezőintenzitás-tenzor valóban a négyes Lorentz-féle erősűrűség és a négyes áramsűrűség Lorentz-invariáns függvénykapcsolatát tükrözi vissza.

Az első 3 index esetében (98)-ból valóban a (97)-nek megfelelő erősűrűség-komponenseket kapjuk, a 4-ik komponens pedig ez lesz:

$$f_4 = \frac{i}{c}\,\varrho\,(E_x V_1 + E_y V_2 + E_z V_3) = \frac{i}{c}\,\varrho\,(\mathbf{E}\cdot\mathbf{V}) = \frac{i}{c}\,\varrho\,(\varrho\,\mathbf{E}\cdot\mathbf{V}). \tag{100}$$

Mivel $\varrho\,\mathbf{E}$ abszolút értéke a térfogategységben levő töltésre ható erő nagyságát, **V** abszolút értéke pedig a mozgó töltés által az időegység alatt megtett út nagyságát adja meg, azért $(\varrho\,\mathbf{E}\cdot\mathbf{V}) = W$ *az elektromos, sőt az egész elektromágneses mező effektus-sűrűségét*, vagyis térfogat- és időegységként számított energiaátadását jelenti az energiát felvevő töltésnek:

$$f_4 = \frac{i}{c}\cdot W. \tag{101}$$

Kimutatható, hogy a négyes Lorentz-féle erősűrűség egy, a (86) alatti (F_{ik})-ból képzett szimmetrikus **T** (T_{ik}) tenzor negatív divergenciájaként („négyes forrássűrűségeként") írható fel (vö. (69)):

$$\left.\begin{aligned} f_l &= -\operatorname{div}_l(T_{ik}) = -\frac{\partial T_{lr}}{\partial x_r}, \\ l &= 1, 2, 3, 4 \text{ és } r = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}\right\} \tag{102}$$

A szimmetrikus

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{T} = (T_{ik}) &= \frac{1}{4\pi}\left[F_{il}F_{kl} - \frac{\delta_{ik}}{2}(H^2 - E^2)\right], \\ \delta_{ik} &= \begin{Bmatrix} 0, \text{ ha } i \neq k & i \\ 1, \text{ ha } i = k & k \end{Bmatrix} = 1, 2, 3, 4, \end{aligned}\right\} \tag{103}$$

négyes tenzort *az elektromágneses mező energiatenzorának nevezhetjük*, hiszen — ahogyan kimutatható — e tenzor minden komponensének térfogati energiasűrűség a fizikai dimenziója.

A (102)—(103) képletekből kiderül, hogy az elektromágneses mező energiatenzora is csak abban az értelmezésben tükröz vissza reális fizikai összefüggéseket, amelyben a négyes mezőintenzitás-tenzor és a négyes Lorentz-féle erősűrűség komponensei ilyen jelentéssel bírnak, vagyis a Lorentz-elvet érvényesítő alakzat-transzformációs felfogásban.

A (T_{ik}) mint szimmetrikus kétindexű négyes tenzor 10, egymástól független komponenssel rendelkezik. A 10 komponens közül 6, mégpedig az első 3 sorban és oszlopban levő komponensek (ellenkező előjellel véve) a vákuumbeli elektromágneses mezőben fellépő ún. Maxwell-féle feszültségekkel, vagyis az erővonalak irányában fellépő húzó- és a rájuk merőlegesen fellépő nyomóerők felületi sűrűségeivel azonosak. (A felületi erősűrűség dimenziója megegyezik a térfogati energiasűrűség dimenziójával.) Az x tengelyre merőleges sík egységnyi területére ható Maxwell-feszültség jele: $\mathbf{p}_x$ (hármas vektor); komponensei: p_{xx}, p_{xy}, p_{xz}. Hasonló a jelölésük a $\mathbf{p}_y$, $\mathbf{p}_z$ feszültségek komponenseinek.

A *4-ik sor* első 3 komponenséről be lehet bizonyítani, hogy egy axiális hármas vektornak, nevezetesen az **E** és **H** mezőintenzitások vektoriális szorzatának egy állandóval szorzott komponensei. Az elektrodinamikában az

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] \tag{104}$$

axiális vektor neve *Poynting*-vektor, és fizikai jelentése: az elektromágneses mező energiaáram-sűrűsége az adott pontban. Abszolút értéke az **E**, **H** sík egységnyi területén az időegység alatt merőlegesen átáramló (sugárzó) energia mennyiségét adja meg. Végül is fennáll:

$$T_{41} = \frac{i}{c}S_1,\ T_{42} = \frac{i}{c}S_2,\ T_{43} = \frac{i}{c}S_3. \tag{105}$$

Az $\frac{i}{c}$ állandóval történő szorzás folytán e komponensek dimenziója ugyancsak térfogati energiasűrűség.

Egy zárt elektrodinamikai (töltéshordozókból és elektromágneses mezőből álló) rendszerre ki lehet mutatni, hogy amennyiben kívülről nem hatnak rá valamely *külső* elektromágneses mező Maxwell-feszültségeitől származó ponderomotoros erők, a zárt rendszer *belső* elektromágneses mezeje által a töltés-

hordozókra gyakorolt hármas erők képlete:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{F} &= -\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial t}, \\ \text{ahol} \quad \mathbf{G} &= \frac{1}{c^2} \cdot \int_{(v)} \mathbf{S}\, dv. \end{aligned}\right\} . \tag{106}$$

Itt az integrálást a zárt rendszer által betöltött v térfogatra kell kiterjeszteni, a differenciálást pedig az idő szerint kell elvégezni.[34]

A töltéshordozókra ható ponderomotoros erő tehát a **G** vektormennyiség időegység alatti csökkenésével egyenlő, és ezért indokolt a **G** vektort a zárt rendszer hármas *elektromágneses impulzusának* nevezni. Így a rendszer mechanikai és elektromágneses impulzusának összege állandó marad: amennyivel az egyik csökken, annyival növekszik a másik. *Az elektromágneses impulzus sűrűsége* egy adott pontban most már az elemi térfogat egységére eső hármas impulzust jelenti, vagyis (106) szerint:

$$\mathbf{g} = \frac{d\mathbf{G}}{dv} = \frac{1}{c^2}\mathbf{S}, \text{ azaz } \mathbf{S} = c^2 \cdot \mathbf{g}. \tag{107}$$

Végül is (105)—(107)-ből a *4-ik oszlop* első 3 komponense:

$$\left.\begin{aligned} T_{14} = T_{41} = \frac{i}{c} S_1 = \frac{i}{c} c^2 g_1 = ic\, g_1 \\ \text{és ugyanígy: } T_{24} = icg_2, \quad T_{34} = icg_3 \end{aligned}\right\} . \tag{108}$$

A (104) alatti négyes energiatenzorból már csak a T_{44} tag kiszámítása van hátra. A számítás eredménye:

$$T_{44} = -\frac{1}{8\pi}(E^2 + H^2). \tag{109}$$

Az elektrodinamikából ismeretes, hogy ez a kifejezés, a negatív előjeltől eltekintve, az elektromágneses mező *térfogati energiasűrűségét* adja meg.[35] Ezt U-val jelölve:

$$T_{44} = -U. \tag{110}$$

Végül is az elektromágneses mező négyes energiatenzora:

$$\mathbf{T} = \begin{Bmatrix} -p_{xx} & -p_{xy} & -p_{xz} & icg_1 \\ -p_{yx} & -p_{yy} & -p_{yz} & icg_2 \\ -p_{zx} & -p_{zy} & -p_{zz} & icg_3 \\ \frac{i}{c}S_1 & \frac{i}{c}S_2 & \frac{i}{c}S_3 & -U \end{Bmatrix} . \tag{111}$$

[34] Lásd pl. Pogány B.: „Az elektromágneses tér", 377—378.
[35] Uo., 172.

A **T** energiatenzor a fenti képlet szerint korrelációs viszonyban van a következő hármas vektorokkal: a $\mathbf{p}_x$, $\mathbf{p}_y$, $\mathbf{p}_z$ feszültségekkel, az **S** energiaáramsűrűséggel (Poynting-vektorral) és a **g** impulzus-sűrűséggel, (103) szerint a **H**, **E** mezőintenzitásokkal, (97)—(102) szerint pedig az **f** erősűrűséggel és a W effektussűrűséggel, végül (110) szerint az U energiasűrűséggel is (W és U skalármennyiségek). A relativisztikus elektrodinamikában tehát a négyes energiatenzor igen fontos szintetizáló fogalom, amelynek az **x** (x_1, x_2, x_3, x_4) négyes koordinátavektor szerinti változásai adekvát módon tükrözik vissza az elektromágneses mezőből és a töltéshordozókból álló fizikai rendszer tér- és időbeli változásait.

Az energiatenzor, mint minden négyes tenzorú Lorentz-invariáns, vagyis a *Lorentz-rendszerek* osztályán belül független a KR kiválasztásától. Az adott esetben ez többek között azt jelenti, hogy az energiatenzor negatív divergenciája minden ilyen KR-ben ugyanaz az **f** négyes erősűrűség (vö. (102)). Általánosabban: a töltéshordozókból és elektromágneses mezőből álló fizikai rendszer állapotjelzői közötti összefüggéseknek az energiatenzor által visszatükrözött struktúrája Lorentz-invariáns: független a KR-től. Ennek a Lorentz-invarianciának *a koordináta-transzformáció* inerciarendszerekhez kapcsolt einsteini értelmezésében azonban megint nem lehet reális fizikai jelentést tulajdonítani, hiszen ebben az értelmezésben a T_{ik}-komponensekben szereplő mezőintenzitások és az egyéb vektorok fent felsorolt szerepeltetése a „mezőmentes tér" posztulátumaival logikai ellentmondásban van.

Az LT formuláinak *alakzat-transzformációs* értelmezésében az eredeti és a transzformált energiatenzor a töltéshordozókból, valamint a hozzájuk tartozó elektromágneses mezőből álló fizikai rendszer felgyorsítás előtti és utáni állapotjelzői közötti összefüggéseket írja le ugyanabban a KR-ben. Ami itt lényegében változatlan marad, az az eredeti és a transzformált energiatenzor, valamint az eredeti, ill. a transzformált egyéb állapotjelzők közötti összefüggések formai oldala.

Az energiatenzor fogalmának bevezetése az energia- és az impulzus-megmaradás tételeivel is összhangban van. Ha ugyanis zárt, izolált elektrodinamikai rendszert veszünk, amelyre külső erők nem hatnak, akkor a ponderomotoros erők eredője zérus, azaz (102)-ből:

$$\frac{\partial T_{lr}}{\partial x_r} = 0. \tag{112}$$

Kimutatható, hogy ez az egyenlet valóban magában foglalja infinitezimális formában (az elektrodinamikai rendszer igen kis térfogatelemére vonatkoztatva) mind az energia, mind az impulzus megmaradásának tételét: a térfogatelemben levő *anyag* energia-, ill. impulzustartalma csak be- vagy kiáramlás révén növekedhet, ill. csökkenhet.

Einstein kiinduló posztulátumai szerint azonban a kontinuum az adott fizikai rendszert környező tartományban abszolúte mezőmentes (anyagtalan), ami filozófiailag annyit jelent, hogy a szóban forgó elektrodinamikai rendszer csak a szellemi szubsztanciával folytathat energia- és impulzuscserét. Itt az einsteini elméletnek a következő újabb belső logikai ellentmondása is feltárul.

Annak az elismerése, hogy a zárt elektrodinamikai rendszerből energia- és impulzuskiáramlás történhetik, és ezt a mezőmentes kontinuum fogadja be, ellentmond annak a kiinduló posztulátumnak, miszerint ez a kontinuum

abszolút természetű: csak egyoldalú hatást gyakorolhat a fizikai rendszerekre és nem tűrhet el tőlük semmilyen visszahatást. A relativisztikus elektrodinamikából is kiderül tehát, hogy a speciális relativitáselmélet einsteini posztulátumai nem alkalmasak a valóságos *fizikai* jelenségek értelmezésére!

Összefoglalva: a relativisztikus mechanika és elektrodinamika einsteini fogalmi rendszere a következő logikai, elméleti és filozófiai gyengeségeket tartalmazza:

1. Az inerciarendszerek világában nem lehet tételezni sem töltéshordozó, sem elektromosan semleges *tömegpontok*, sem a belőlük álló fizikai testek és rendszerek létezését, mert mindezek az objektumok gravitációs, elektromágneses és egyéb hatásaikkal megszüntetik az adott tartomány posztulált „mezőmentes" jellegét.

2. Az inerciarendszerek világában nem lehet tételezni *sebességváltozások és erőhatások* fellépését, hiszen ebben a tartományban maga Einstein posztulálta az egyenesvonalú egyenletes mozgások kizárólagosságát. Erőhatások fellépése itt csak egyféleképpen képzelhető: annak az elfogadhatatlan newtoni – einsteini hipotézisnek az alapján, hogy *maga az üres mezőmentes kontinuum gyakorol fizikai hatásokat* (ponderomotoros erőket) a tömegpontokra és a fizikai testekre.

3. Az inerciarendszerek világában az előbbiek miatt nem rendelkeznek reális fizikai tartalommal és ezért csak hiposztazált platoni interpretációval (az üres kontinuum fizikai hatékonyságából kiinduló értelmezéssel) láthatók el az olyan *fogalmak*, mint: (tehetetlen) tömeg, tömegsűrűség, impulzus, impulzussűrűség, gyorsulás, erő, erősűrűség, energia, energiasűrűség, energia-áramsűrűség, energiatenzor, effektus, effektus-sűrűség, elektromos és mágneses mezőintenzitás, forrás- és örvénysűrűség stb.

4. Az inerciarendszerek világában a felsorolt fizikai fogalmak közötti összefüggéseket megállapító *tételek*, (így pl. az energia és az impulzus megmaradásáról szóló tétel) sem rendelkeznek reális fizikai tartalommal.

5. Az inerciarendszerek négyes világának egész fogalmi rendszere a négyes ívelemnégyzet Lorentz-invarianciájának hiposztazált einsteini koordinátatranszformációs értelmezésén alapszik. Emiatt valamennyi négyes vektor és négyes tenzor ugyanígy értelmezett Lorentz-invarianciája és a velük megfogalmazott mezőegyenletek, mozgásegyenletek és más matematikailag megformulázott fizikai törvények ugyanígy értelmezett kovarianciája az LT-vel szemben, végül, de nem utolsósorban valamennyi relativisztikus effektus ugyanilyen értelmezése nélkülöz minden reális fizikai tartalmat. Mindezek az összefüggések csak az alakzat-transzformációs felfogás, a Lorentz-elv alapján kaphatnak reális, azaz olyan magyarázatot, amely anyagi rendszerek között fellépő fizikai kölcsönhatások figyelembevételén alapszik. Az inerciarendszerek einsteini fogalmáról ezért a Lorentz-rendszerekre kell áttérni.

6. A speciális relativitáselméletnek az einsteini posztulátumokra alapozott építménye a belső logikai tökéletesség szempontjából sem állja ki a próbát. A négyes vektorok és tenzorok elméletének a relativisztikus mechanikára és elektrodinamikára való alkalmazása túlvezet az eredeti posztulátumokon és azt eredményezi, hogy Einstein észrevétlenül maga is az alakzat-transzformációs felfogásba csap át. Ennek a *logikai következetlenségnek* köszönhetők az elméletnek a relativisztikus mechanikában és elektrodinamikában *ténylegesen elért sikerei*. A logikai ellentmondások és a platonizáló misztifikációk elkerülése érdekében egyaránt arra van szükség, hogy az elméletet kezdettől fogva az azonos matematikai apparátussal dolgozó alakzat-transzformációs felfogásra: a Lorentz-elvre építsék fel.