MAGYAR GEOFIZIKA
56. évf. (2015) 2. szám, 108–118

TANULMÁNY

Új fejezet az Eötvös-ingával végzett magyarországi mérések és felhasználásuk történetében

VÖLGYESI L.[@], TÓTH GY., ULTMANN Z.

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, Budapest
[@]E-mail: volgyesi@eik.bme.hu

Az 1910-es évek első nagy sikerei, majd az 1950-es évektől az ingamérések második aranykora után az 1960-as évek végére gyakorlatilag befejeződtek Magyarországon a földtani kutatás céljából végzett ingamérések. Az ezt követő hosszabb szünet után napjainkban a fizikai geodézia tudománya újabb igényekkel jelentkezett további mérések végzésére. A korábban gyártott Eötvös-ingák közül jelenleg két műszert sikerült felújítva mérésekre alkalmassá tenni. Az egyik a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszékének Auterbal-ingája, a másik ennek az 1950-es évekre továbbfejlesztett változata, az ELGI E54 típusú műszere. Eötvös-ingával végzett terepi mérések éppen 40 éves szünetelése után 2007-ben indítottuk újra a méréseket. A tanulmányban röviden áttekintjük a fontosabb műszerfejlesztéseket, vizsgálatokat és az Eötvös-ingával végzett mérések fizikai geodéziai-geofizikai alkalmazásának mai jelentőségét.

Völgyesi, L., Tóth, Gy., Ultmann, Z.: New chapter in the history of the Hungarian torsion balance measurements and their applications

Following the first big success in the 1910s and the second „Golden Age" in the 1950s torsion balance measurements for geological exploration have practically finished in Hungary by the end of the 1960s. After a long pause physical geodesy needed further measurements. Hence two Eötvös torsion balances manufactured previously has successfully been renovated for making measurements. One of these instruments is an Auterbal balance of the Department of Geodesy and Surveying, BME (Budapest University of Technology and Economics); the other one is an improved type E54 instrument of ELGI (Eötvös Loránd Geophysical Institute) used in the 1950s. After 40 years interruption field torsion balance measurements have been restarted in 2007. This paper shortly summarizes the more important instrument developments, examinations and the significance of the applications of the torsion balance measurements in physical geodesy and geophysics.

Beérkezett: 2015. július 2.; *elfogadva:* 2015. szeptember 21.

1. Bevezetés

Magyarországon a múlt században közel 60 000 mérést végeztek Eötvös-ingával elsősorban ásványi nyersanyagok kutatása céljából (Szabó 2004). Napjainkban már lényegesen hatékonyabb földtani kutatási módszereket alkalmaznak, ezért az Eötvös-ingával végzett mérések geofizikai hasznosítása helyett a geodéziai hasznosítás került előtérbe. A geofizikai alkalmazások céljára korában csak a W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradienseket dolgozták fel, a W_{Δ} és W_{xy} görbületi adatok jórészt feldolgozatlanok maradtak. A geodéziában viszont éppen a görbületi gradiensek alapján számíthatók függővonal-elhajlások, amelyeknek többek között a geoid finomszerkezetének meghatározása szempontjából van nagy jelentősége (Völgyesi 1993, 1995, 2001, 2005).

Az Eötvös-ingával végzett mérések geodéziai célú felhasználási lehetőségei a legutóbbi időkben tovább bővültek (Völgyesi 2014, Völgyesi et al. 2005, 2009b). A W_{zx} és a W_{zy} horizontális gradiensek felhasználásával a nehézségi erőtér, illetve a gravitációs anomáliák határozhatók meg interpolációval (Völgyesi et al. 2004, 2007), a W_{zx}, W_{zy} horizontális gradiensek és a W_{Δ} , W_{xy} görbületi adatok együttes felhasználásával pedig vertikális gradiensek állíthatók elő az Eötvös-ingával végzett mérési pontokban (Haalck 1950, Tóth et al. 2004a, 2005, Tóth 2007). Új fejezetet nyitott az alkalmazások történetében a nehézségi erőtér 3D potenciálfügg-

ISSN 0025-0120 © 2015 Magyar Geofizikusok Egyesülete

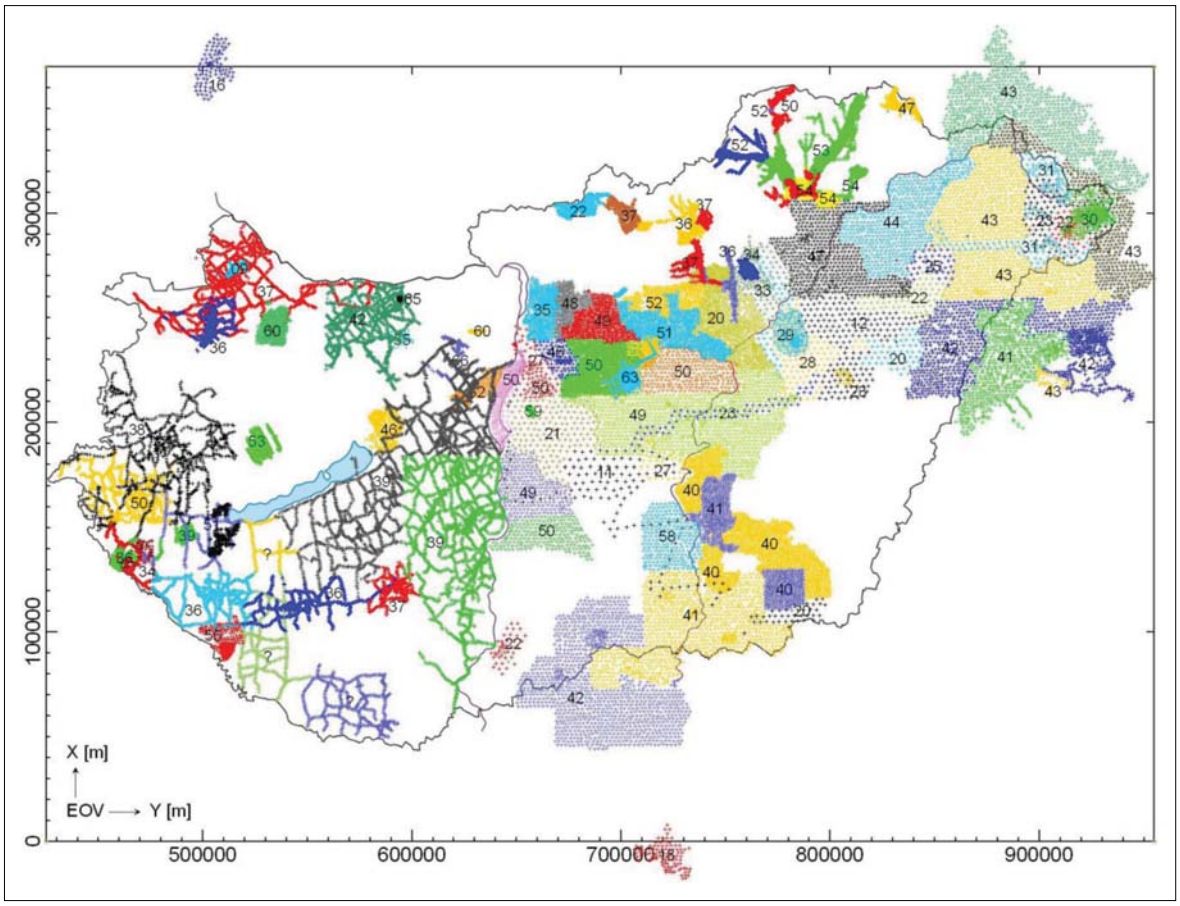
vényének inverziós előállítása, amelyből valamennyi első és második potenciálderivált (a teljes Eötvös-tenzor, *g* értékek, függővonal-elhajlások) könnyen meghatározhatók (Dobróka, Völgyesi 2008, Völgyesi et al. 2012). Az Eötvös-ingával végzett mérések újrahasznosítása során felvetődött problémák megoldásához szükségessé vált további mérések végzése is Eötvös-ingával. Emiatt felújítottunk és a mai technikai lehetőségeknek megfelelően modernizáltunk korábbi műszereket, és olyan új vizsgálatokat is elvégeztünk, amelyekre korábban nem volt lehetőség (Völgyesi et al. 2009a, Völgyesi, Ultmann 2012, Tóth et al. 2014).

2. Korábbi ingamérések adatbázisba történő mentése

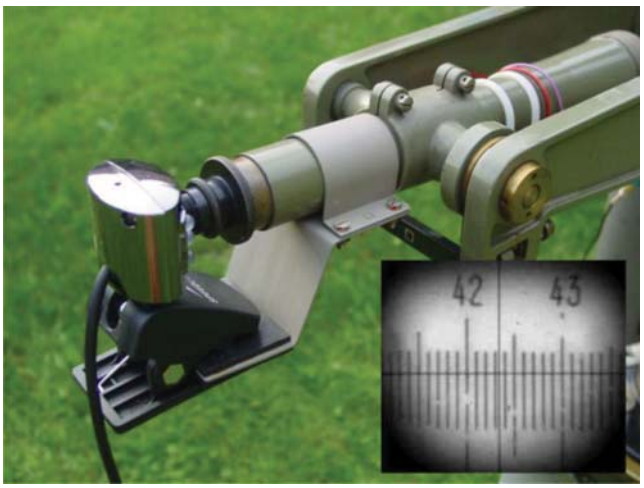
Az ELGI (ma MFGI) és a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke 1995-ben kutatási együttműködési szerződést kötött, amelynek keretében különböző pályázatok bevonásával 1995 óta rendszeresen folyt a korábbi Eötvös-ingával végzett mérések anyagának digitális adatbázisba történő mentése. Az adatbázist a még különböző formában fellelhető mérési anyagok (észlelési lapok, mérési jegyzőkönyvek, térképek vagy fénymásolt gradienstérképek) alapján lehetett elkészíteni. A 2014. év végére sikerült befejezni a ma még fellelhető valamennyi korábbi mérés digitális adatbázisba mentését, amely végeredményben 44 852 Eötvös-ingával végzett mérés adatait tartalmazza, és készen áll további felhasználásra. Sajnos mára mintegy 15 000 korábbi ingamérés adatai már valószínűen elvesztek, további nagyobb mennyiségű mérési anyag előkerülésének pedig igen kicsi az esélye. A digitalizált adatok területi eloszlását az *1. ábrán* láthatjuk, amelyen különböző színekkel különítettük el, hogy az egyes területrészeken az 1900-as évek melyikében történtek az ingamérések. Az ábrán a kétjegyű számok a mérések 1900 utáni évszámát jelölik.

3. Műszerfejlesztés, műszeres vizsgálatok

Kutatási feladataink teljesítése során több olyan probléma adódott, amely szükségessé tette újabb mérések elvégzését Eötvös-ingával. Ehhez az MFGI már korábban felújított E54 ingája mellett megjavítottuk és felújítottuk a BME működésképtelen Auterbal-ingáját. A javítás során a vezérlő óraműben egy törött alkatrész miatt át kellett alakítani a műszer vezérlőszerkezetét és rögzíteni kellett az egyik torziós szál korrodálódott befogását is. További fontos fejlesztéseket is végrehajtottunk: az automatikus leolvasás megvalósítása céljából CCD érzékelőket szereltünk fel a leovasókarokra, a skálák megvilágítására pedig erős fényű LED-eket (fénykibocsátó diódákat) erősítettünk a leolvasó táv-



1. ábra | Az Eötvös-ingával végzett 44 852 mérés területi eloszlása Magyarországon
Figure 1 | 44 852 torsion balance measurements in Hungary



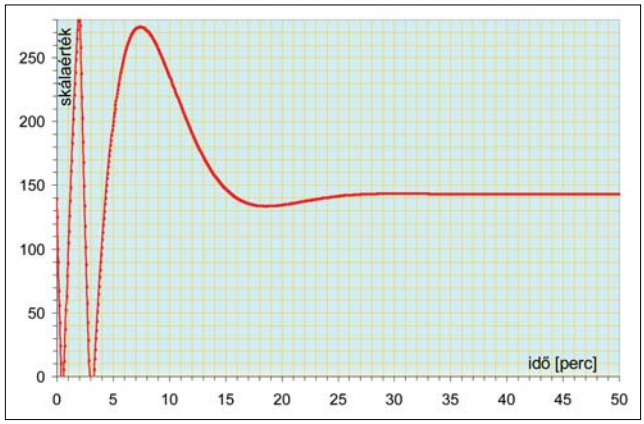
2. ábra CCD kamera alkalmazása az automatikus leolvasáshoz és a CCD kamerával rögzített kép

Figure 2 Applying CCD camera for the automatic readings and a picture registered by the CCD camera

csövek alá *(2. ábra)*. A CCD érzékelők vezérlését, a képek rögzítését és feldolgozását számítógéppel oldottuk meg, a szükséges szoftvereket Linux operációs rendszerben fejlesztettük.

A kamerák alkalmazásával lehetőség nyílt hosszú időn keresztül akár tizedmásodpercenkénti leolvasásokat végezni, ezáltal új távlatok nyíltak eddig ismeretlen jelenségek megfigyelésére. Lehetővé vált például a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelése, és a hosszú idejű drift, valamint a hőmérséklet-változások hatásának pontosabb tanulmányozása (Völgyesi 2009, Völgyesi et al. 2009a).

A csillapodási görbék finomszerkezetének tanulmányozása céljából másodpercenként 12, azaz közel 0,08 másodpercenkénti leolvasással, az esetleges hosszabb periódusú mozgások regisztrálására pedig több 24 órás, 10 másodpercenkénti leolvasással rögzítettük az ingák mozgását. Ezzel a leolvasási sűrűséggel megnyílt a lehetőség a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelésére *(3. ábra)*.



3. ábra Az ingakar CCD kamerával rögzített csillapodása

Figure 3 Damping curve of the torsion balance recorded by CCD camera

A kezdetektől fogva fontos törekvés volt az inga lengésidejének csökkentése és ezáltal a mérési időtartam rövidítése (Rybár 1972). Erre mi is kerestünk megoldást. Első lépésben a különböző azimutokban végzett nagyszámú megfigyelés alapján meghatároztuk az adatsorok PSD-jét (Power Spectral Density = teljesítménysűrűség) is Riedel és Sidorenko szinuszos multitaper eljárásával (Völgyesi et al. 2010). Számos spektrális csúcsot találtunk, ám a legmarkánsabb a 0,416 Hz-es (2,4 s periódusú), a 0,835 Hz-es (1,20 s periódusú) és a 3,42 Hz-nél jelentkező (0,29 s periódusú) csúcs; (Tóth et al. 2014). Ezeknek a számunkra zavaró frekvenciáknak a leválasztásával válik lehetővé a csillapodási görbék kezdeti alakjából a nyugalmi helyzet előrejelzése, ezáltal jóval a 40 perces teljes csillapodási idő letelte előtt az inga nyugalmi helyzetének „leolvasása". A nyugalmi helyzet becslésére két különböző megoldással próbálkozunk: a Navier–Stokes-egyenletek végeselemes megoldásán alapuló áramlási modell felhasználásával és a differenciális evolúciós algoritmus alkalmazásával.

Áramlási modellek segítségével elvégeztük az ingakar mozgásának pontosabb modellezését. Modellünk a végeselemek módszerén alapult, és figyelembe vette a mozgó test (az ingakar), az üreg és a csillapító közeg (levegő) geometriai és fizikai paramétereit. A Navier–Stokes-egyenlet alapján végeselemek módszerének alkalmazásával elvégeztük az ingaházban mozgó ingakar és az áramló levegő kétdimenziós, numerikus áramlástani CFD (Computational Fluid Dynamics) modellezését. Eredményeink alapján – összhangban a differenciális evolúciós algoritmus alkalmazása során kapott eredményeinkkel – ígéretes lehetőség kínálkozik az Eötvös-inga azimútonkénti 40 perc hosszúságú mérési idejének jelentős csökkentésére. A CCD érzékelők-

4. ábra A felújított Auterbal-inga a Mátyás-barlagban

Figure 4 The renewed Auterbal torsion balance in the Mátyás cave

kel rögzített mérési adatokat kiértékelve és az inga részletes mechanikai és fizikai modelljét felhasználva a számításokhoz megmutattuk, hogy a jelenlegi 40 perc helyett elegendő lehet az azimútonkénti 10 perces mérési idő az ingakar nyugalmi helyzetéhez tartozó skálaleolvasás kellően pontos becsléséhez (Völgyesi et al. 2010, Tóth et al. 2014). Vizsgálataink szerint nagyjából 10 perc után, a vizsgált és szűréssel simított idősor esetében a csillapodás utáni helyzet becslési eltérései már kisebbek, mint a skálaosztás 1 egysége.

A felújított ingával széles körű vizsgálatokat végeztünk az inga használhatóságára vonatkozóan. Sikeres laboratóriumi méréseket hajtottunk végre az MFGI geodimaikai laboratóriumában a Mátyás-barlangban (lásd a *4. ábrán*) és a Műegyetemen kialakított gravitációs laboratóriumban, majd terepi méréseket végeztünk Budapesten, Makádon és Üllőn. Vizsgálataink során bebizonyosodott, hogy a közel 80 éve gyártott Eötvös–Rybár-ingával kiváló minőségű méréseket lehet végezni, és az inga alkalmazásával kapcsolatos számos új kutatási kérdésre választ lehet adni.

Fontos vizsgálatokat végeztünk az inga hőmérsékleti érzékenységére vonatkozóan is. Megállapítottuk, hogy a külső hőmérséklet változása a torziós szálak és az ingatest kiváló hőszigetelése miatt csak igen lassú nagy fáziskésésű változásokat eredményez a torziós szálak hőmérsékleti érzékenysége miatt, míg a szinte azonnali változások oka az ingakarok hőtágulása, hőmozgása (Völgyesi et al. 2009a).

Vizsgálatokat végeztünk arra vonatkozóan is, hogy menynyi idő múlva kezdhető a mérés abban a gyakori esetben, amikor az ingát valamely nyári napon az alacsonyabb hőmérsékletű raktárból kiszállítva a legalább 5 °C hőmérséklettel melegebb ingaházban felállítjuk, vagyis mennyi idő múlva alakul ki a hőmérsékleti egyensúlyt követő lineáris drift. Az erre vonatkozó vizsgálataink szerint kb. 5 °C hőmérséklet-különbség esetén az eddig alkalmazott és elfogadott 40 perces várakozási (csillapodási) idő helyett az első azimútban kb. 90 perc után alakult ki a lineáris drift állapota, ugyanakkor 20 °C hőmérsékletkülönbség esetén már három órás várakozás szükséges a megfelelő minőségű mérési eredmények eléréséhez (Ultmann 2013).

4. Az Eötvös-ingával végzett mérések terepi korrekciójának vizsgálata

Az Eötvös-ingával végzett mérések terepi korrekciójának számításához elkészítettük Eötvös eredeti bilineáris interpoláción alapuló módszerével és Schweydar trigonometrikus interpolációs eljárásával a mérési pont közvetlen környezetének hatását számító programot, tetszőleges körgyűrű és sugár irányú felosztás esetén. Összevetettük a kétféle módszerrel számított korrekciókat, és ellenőriztük eredményeinket az MFGI-ben számított értékekkel és numerikus kvadratúrával. A görbületi adatok esetében megállapítottuk, hogy a bilineáris interpolációs eljárás kb. 20–25%-kal alulreprezentálja az erőteret a trigonometrikus interpolációval szemben.

Az Eötvös-ingával végzett mérések terepi korrekciójának számítását a Schweydar által javasolt numerikus integrálási eljárással és a derékszögű prizmamodellel vizsgáltuk. A numerikus vizsgálatokat a Kecskemét környékén kiválasztott 705 ingamérési pontot tartalmazó kb. 70×40 km^2-es területen végeztük el. Az eredeti, Schweydar-modellel számított terepi korrekciókat összevetve a mérésekkel, például az északi irányú gradiens 0,49-es korrelációt mutatott, viszont az SRTM3 (Shuttle Radar Topograqphy Mission) DTM (Digitális TerepModell) prizmamodelljéből kapott gradienssel már csak elenyésző, 0,05-ös korrelációt tapasztaltunk. Felmerült, hogy esetleg a pontok vízszintes koordinátáinak a dátumeltérésből adódó hibái miatt lett ilyen alacsony a korreláció. Viszont a koordináta bizonytalanságának korrelációs vizsgálata nem eredményezett szignifikáns javulást 200×200 m-es északi és keleti irányú lehetséges dátumeltéréseket vizsgálva. Azt is tapasztaltuk, hogy az SRTM3-ból számított terepi korrekciók korrelációja igen gyorsan, már 10 m-es eltolás esetén megszűnik. Ezért levonhattuk azt a következtetést, hogy ez a 70–90 m-es felbontású DTM modell nem alkalmas a gravitációs gradiensek felszínközeli terephatásának számítására, hiszen még az 5 m-es elemméret is indokolt lehet.

A terepi korrekciók vizsgálatához kapcsolódó alapkutatásként meghatároztuk az MFGI Gravitációs és Geodinamikai Obszervatórium komplex poliéder modelljének a tömegvonzási potenciálban, térerősségben, valamint az Eötvös-tenzor elemeiben észlelhető hatását. A modellszámításhoz kapcsolódóan hibavizsgálatot is végeztünk, a modellpontok koordinátahibáinak hatását megvizsgáltuk a modellből számított nehézségi erőtér paramétereire (a potenciál első és magasabb rendű deriváltjaira). Így a modell bármely pontjában történő műszeres észlelés helyére lehetőségünk van a méréseinkhez tartozó korrekció kiszámítására, és figyelembe vételére. A modellre számított eredményeket archív graviméteres, illetve archív és újonnan végzett, Eötvös-ingával történt mérések segítségével ellenőriztük az obszervatórium mikrobázisának pontjain (Tóth, Égető 2010).

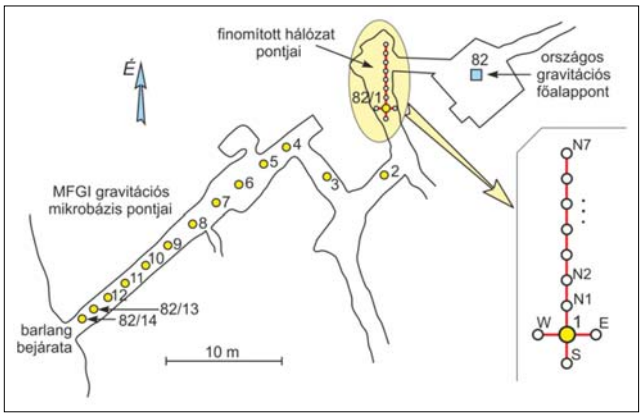
A Csepel-sziget déli részén, a makádi teszterületen korábban Eötvös-ingával végzett mérések és terepszintezések eredményeit felhasználva is végeztünk kísérleti számításokat ezeknek a méréseknek a terepi korrekciójával kapcsolatban. A szóban forgó területen 30 pontban történtek mérések Eötvös-ingával, amelyek mellett a korábbi OTKA megbízás keretében elvégeztük az egyes mérési pontok környezetében a szintezési munkákat is (Csapó et al. 2009). Ennek megfelelően a pontok körül É, ÉK, K, DK, D, DNy, Ny, és ÉNy irányban a mérési pontoktól 1.5, 3, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 70, 100 m távolságban terepmagasságokat mértek. E mérések alapján meghatároztuk az egyes pontokban a topografikus korrekciók értékét, és elláttuk az ingaméréseket ezekkel a javításokkal. A rendelkezésünkre álló topográfiai térkép alapján előállított 5 m-es DTM-ből poliéderes tömegmodell segítségével szintén meghatároztuk az ingamérési állomások helyére számított terepi korrekciókat. Ezeket összevetettük az MFGI-ben alkalmazott Schweydar-módszerrel kapott eredményekkel. Megállapítottuk, hogy míg a horizontális gradiensek esetében a vizsgált, közel sík területen az egyezés általában kielégítő (átlagosan ±2–6 Eötvös),

addig a görbületi gradiensek teljesen eltérnek egymástól. A vizsgálataink azt jelzik, hogy még az 5 m-es felbontású tömegmodell sem kellően részletes a terepi korrekciók számításához, ezt legalább a mérési állomások helye környezetében szükséges tovább sűríteni.

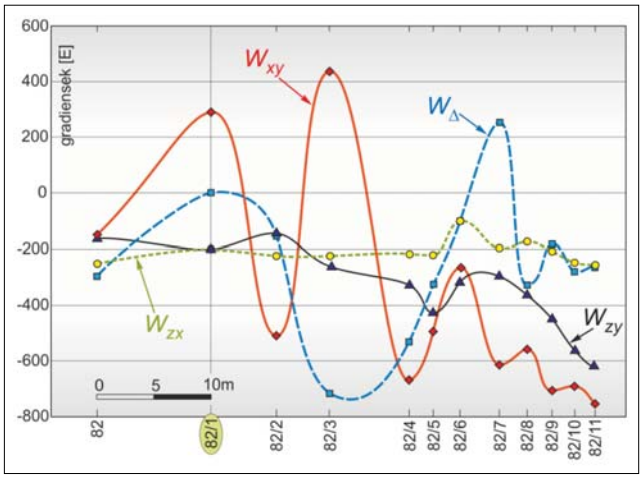
5. Mért gradiensek elemzése, linearitás-vizsgálat

Az Eötvös-ingával történt mérések alapján végzett függővonal-elhajlás interpolációja, a geoid finomszerkezetének meghatározása, a g vagy Δg értékek számítása és a vertikális gradiensek interpolációja során a numerikus integrálás számításakor valamennyi esetben fontos alapkövetelmény a W_{zx}, W_{zy} nehézségi gradiensek és a W_Δ , W_{xy} görbületi értékek két pont közötti lineáris változása. Az interpolációs számítások során az elérhető pontosság alapvetően a linearitás függvénye. Ezért az interpolációkhoz az Eötvös-ingával végzett mérések olyan geometriai elrendezésére és pontsűrűségére van szükségünk, amely biztosítja ezt a fontos feltételt. Ennek vizsgálata céljából az MFGI E54 és az általunk felújított Auterbal-ingával is végeztünk méréseket, az MFGI gravitációs mikrobázisának *5. ábrán* látható pontjain a Mátyás-barlangban, majd a méréseinket a 82/1 jelű pont közvetlen környezetében tovább finomítottuk, a pont körül észak–déli illetve kelet–nyugati irányban a mérési pontokat 30 cm lépésközben sűrítettük.

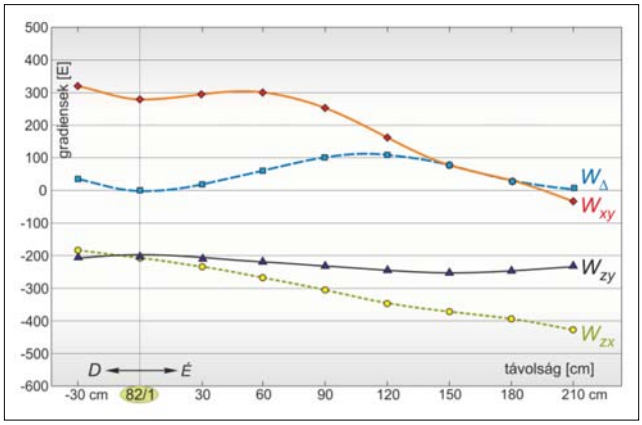
Az Eötvös-ingával történt mérésekkel párhuzamosan modellszámításokat is végeztünk. A tömegmodell kialakítása külső és a barlangon belüli felmérés eredményei alapján történt. A külső felületmodell előállításához a hagyományos geodéziai mérések mellett fotogrammetriai módszer alkalmazásra is szükség volt, a barlang bejárati oldalán található bonyolult formájú és nehezen megközelíthető sziklafal miatt. A külső sziklafal felületmodelljét megfelelő digitális fotók alapján a Photomodeler szoftver alkalmazásával készítettük el, az üregmodell pedig a barlang belsejének geodéziai felmérése alapján készült. A modellszámítást az általunk fejlesztett PolyGravp szoftverrel hajtottuk végre, mely tetszőleges, homogén sűrűségeloszlású poliéder test gravitációs



5. ábra | Gravitációs mikrobázis pontjai
Figure 5 | Points of gravity microbase network



6. ábra | Gradiensek a mikrobázis pontjain
Figure 6 | Gravity gradients on the microbase network points

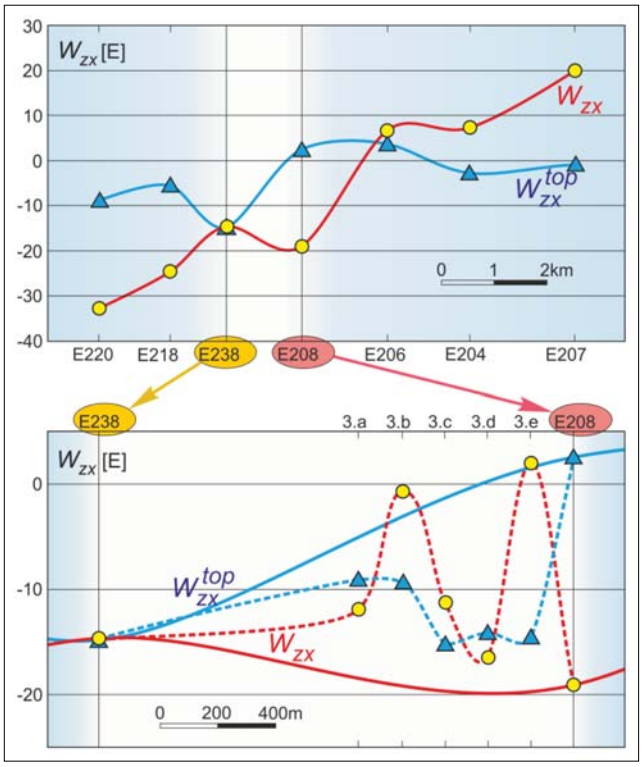


7. ábra | Gradiensek a finomított hálózat pontjain
Figure 7 | Gravity gradients on the refined network points

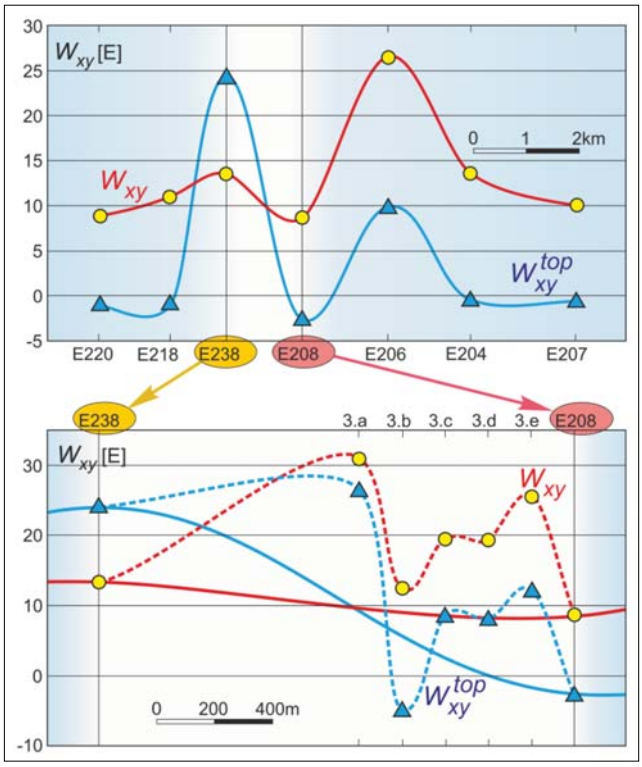
hatásának számítását végzi (Tóth, Égető 2010). A mért és a számított gradiensértékek egyezése igen jónak bizonyult. A W_{zx} , W_{zy} nehézségi gradiensek és a W_Δ , W_{xy} görbületi adatok változása a gravitációs mikrobázis pontjain a *6. ábrán,* a finomított hálózat pontjain pedig a *7. ábrán* látható.

Mind a méréseink, mind a számításaink alapján megállapítható, hogy a mérési pontokban tapasztalható extrém magas és rendkívül erősen változó gradiensértékek esetén csupán mintegy 0,5 m távolságon belül tekinthető lineárisnak a gradiensek változása (Völgyesi, Ultman 2010, 2014).

A Mátyás-barlangban a szélsőségesen nagy gradiensértékek esetén végzett linearitásvizsgálatok eredményei alapján viszont nem lehet következtetéseket levonni az átlagos terepviszonyok mellett végzett Eötvös-ingával történt mérési eredmények viselkedésére vonatkozóan. Erre irányuló vizsgálatainkat a Csepel-sziget déli részén végeztük, ahol korábban 1950-ben történtek átlagosan 1,5 km pontsűrűséggel ingamérések, majd ugyanezen a területen 2006 és 2010 között végeztünk helyenként 150 m távolságban sűrítő méréseket (Csapó et al. 2009). Mind a korábbi, mind az új mérési pontokban rendelkezésre álltak a gradienseknek a szintezések alapján meghatározott topografikus redukcióval javított értékei is.



8. ábra | A W_{zx} vízszintes gradiens változása a teszterületen
Figure 8 | Changing the W_{zx} gradient on the test area



9. ábra | A W_{xy} görbületi gradiens változása a teszterületen
Figure 9 | Changing the W_{xy} gradient on the test area

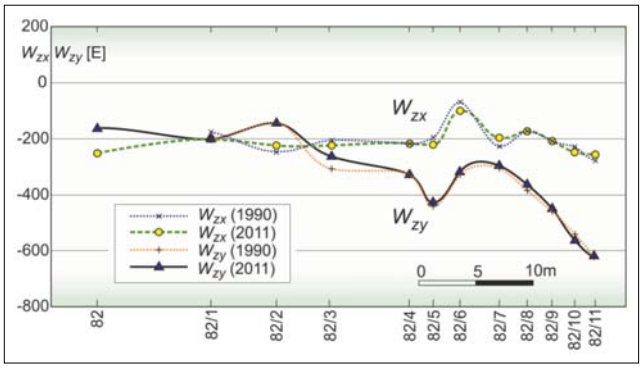
Példaképpen a *8.* és a *9. ábra* felső részén az 1950-ben mért, körökkel jelölt pontok által alkotott szelvényben láthatjuk a W_{zx} vízszintes és a W_{xy} görbületi gradiensek Eötvös-ingával mért változását, a háromszögekkel jelölt értékek pedig ugyanezen mérések topografikus redukcióval javított értékei. Annak a kérdésnek az eldöntése céljából, hogy a gradiensek változásában vannak-e magasabb frekvenciájú összetevők is, az E238 és az E208 pont között a 3.a, 3.b, 3.c, 3.d, 3.e pontokkal 150 m ponttávolságra tovább sűrítettük a korábbi Eötvös-ingával végzett méréseket. Az új finomított mérések alapján a gradiensek finomabb felbontású változása a *8.* és a *9. ábra* alsó részén látható. A piros szín a korrekció nélküli mérési eredményeket, míg a kék a topografikus korrekcióval ellátott értékeket mutatja, a korábbi méréseket folyamatos, az új sűrített méréseket pedig szaggatott vonallal ábrázolva. A vízszintes tengelyeken a távolságokat a pontok közötti valódi távolságokkal arányosan tüntettük fel.

A *8.* és a *9. ábrán* látható görbéket szemlélve és a lineáris regresszió R^2 korrelációs együtthatójának számított értékei alapján (Völgyesi, Ultmann 2014) megállapítható, hogy a mérési pontok távolságának 1000–1500 m-ről 300–150 m-re történő csökkenésével nem javul szignifikánsan a linearitás. Ebből pedig az a következtetés vonható le, hogy a Csepel-szigeten a vizsgált területen az 1950-ben végrehajtott ingamérések átlagos pontsűrűsége nem biztosítja a gradiensek lineáris változását a szomszédos hálózati pontok között. Sajnos a helyzeten nem javít a topografikus redukciók alkalmazása sem, mivel a topografikus redukcióval ellátott gradiensértékek két pont közötti változása sem tekinthető lineárisnak (Völgyesi, Ultman, 2010, 2014). Hiába vesszük figyelembe ugyanis a topografikus redukcióval a felszíni látható tömeg-rendellenességek hatását, ha közvetlenül a felszín alatt is gyorsan változik a kőzetek sűrűsége. Márpedig a Duna korábbi árterületein a kavicsos, agyagos, homokos üledékek gyors, szabálytalan mélységbeli és oldalirányú váltakozása a felszín alatti sűrűségértékek markáns váltakozását eredményezi.

Ezek a megállapítások a Csepel-sziget déli részén a vizsgált területre vonatkoznak. Fontos lenne a vizsgálatokat a korábbi, Eötvös-ingával végzett mérések néhány más, magyarországi területére is kiterjeszteni.

6. Korábbi és újabb ingamérések összehasonlítása

Korábban modellszámításokat végeztünk a nehézségi erő gradienseinek időbeli változására vonatkozóan (Tóth et al. 2004b), majd lehetőségeket kerestünk ezeknek mérésekkel történő kimutatására. Elsőként az MFGI Mátyás-hegyi Gravitációs és Geodinamikai Obszervatóriuma gravitációs mikrobázisának 82, 82/1, 82/2, 82/3, 82/4, 82/5, 82/6, 82/7, 82/8 pontjain (a 82 jelű pont Magyarország gravitációs főalappontja) próbálkoztunk, ahol az ELGI 1990–92-ben már végzett méréseket Eötvös-ingával. A méréseket ugyanezeken a pontokon 2009-ben és 2011-ben is megismételtük az MFGI E54 műszerével és az általunk felújított Auterbal-ingával. A *10. ábrán* a 1990, 1992-ben és a 2009, 2011-ben meghatározott gradiensértékeket hasonlíthatjuk össze (a görbületi adatokat a korábbi mérések során nem határozták



10. ábra | Gradiensek a 1990-ben és 2009-ben mért gradiensek összehasonlítása a Mátyás-barlangban mikrobázis pontjain

Figure 10 | Comparison of the gravity gradients measured in 1990 and 2011 in the Mátyás cave

meg). A különböző mérési sorozatok eredményeit összevetve nem látható határozott trend a gradiensek időbeli változására vonatkozóan. Ez részben várható is volt, elsősorban a különböző mérési időpontokban fennálló eltérő mérési körülmények (pl. a hőmérséklet-különbségek, az eltérő kezdőazimút-beállítások stb.) miatt.

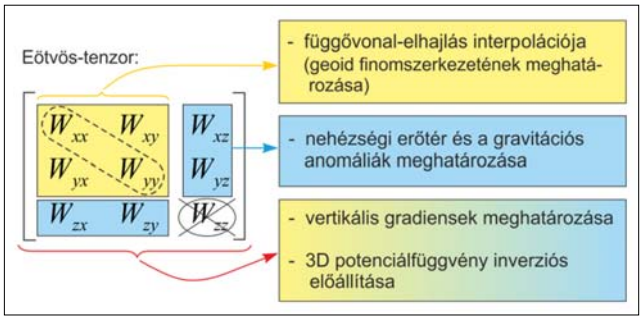
E vizsgálataink során felvetődött egy fontos kérdés, az inga kezdőazimútjának beállítási pontosságára vonatkozóan. A mágneses deklináció adott helyre és időpontra vonatkozó valódi értékének ismerete hiányában ugyanis nem lehetséges az inga kezdőazimútját pontosan beállítani, márpedig ez jelentős mérési hibákat okozhat különösen olyan markáns gradiensváltozások esetén, amelyek a Mátyás-barlangban tapasztalhatók (Völgyesi, Csontos 2014a,b).

Méréseket végeztünk a 2009. évi dunai árvíz időpontjától kezdődően a BME gravitációs laboratóriumában különböző vízmagasságok mellett a Duna víztömege gravitációs hatásának kimutatására, a vízszintingadozások által okozott változások kimutatására. Erre vonatkozóan már a korábbi 2002. évi dunai árvíz idején is végeztünk vizsgálatokat, és modellszámításokat is készítettünk a Duna víztömegének ingadozása és a nehézségi erő gradienseinek változása közötti összefüggés meghatározására (Tóth et al. 2004b). A mérési eredményeink a korábbi számításainknak megfelelően tükrözték a Duna víztömegének hatását az Eötvös-ingával mérhető gradiensekre.

A Csepel-sziget déli részén 1950-ben Eötvös-ingával történt mérések két pontjában 2007 és 2008-ban is végeztünk ismételt méréseket. Mindkét pontban jelentős eltéréseket tapasztaltunk, azonban ebből szintén nem lehet időbeli változásra következtetni, mivel a korábbi mérések pontos koordinátáit nem ismertük, és a megismételt méréseket nagy valószínűséggel nem pontosan az eredeti pontokon végeztük.

7. Eötvös-ingával végzett mérések felhasználása

A *11. ábrán* röviden összefoglaltuk az Eötvös-ingával végzett mérések hasznosításának jelenlegi lehetőségeit. Az ábra



11. ábra | Az Eötvös-ingával végzett mérések felhasználási lehetőségei

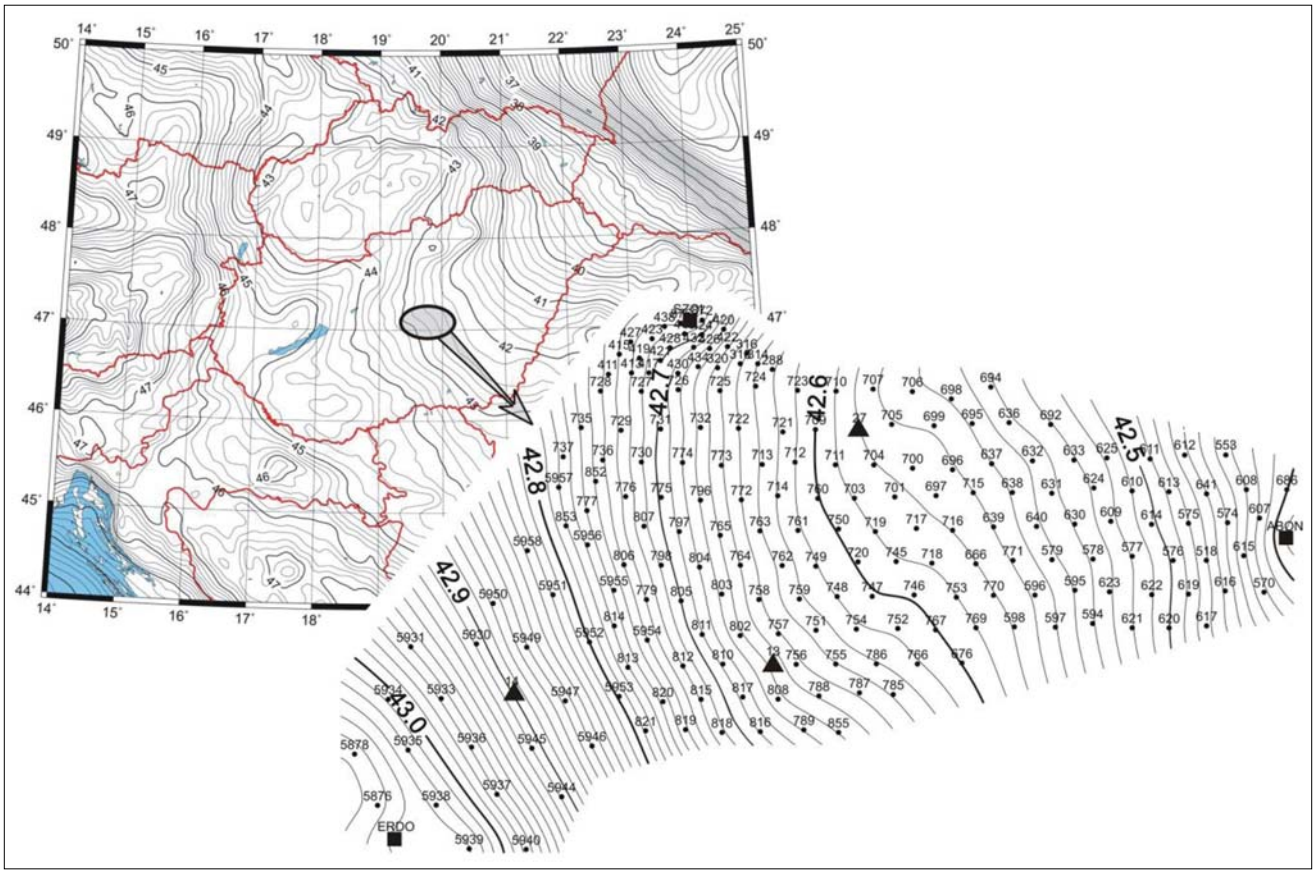
Figure 11 | Application possibilities of the torsion balance measurements

bal oldalán az Eötvös-tenzor elemeit három csoportba osztottuk: a sárga színnel jelölt területen az ingával mérhető görbületi adatokat emeltük ki, a kék színnel a horizontális gradienseket jelöltük, míg az áthúzott W_{zz} függőleges gradiens a torziós ingával közvetlenül nem mérhető tenzorelem. Ugyannnek az ábrának a jobb oldalán azt szemléltettük, hogy az Eötvös-tenzor különböző elemeinek felhasználásával milyen számítások végezhetők, illetve milyen fontos adatok határozhatók meg.

Az ingamérések egyik legfontosabb geodéziai alkalmazási lehetőségére, a függővonalelhajlás-értékek sűrítésére elsőként Eötvös Loránd (1906) hívta fel a figyelmet. Ennek a nagy összefüggő területekre vonatkozó gyakorlati megoldását a modern számítástechnikai adottságok tették elérhetővé (Völgyesi 2012a,b). Ezeknek a függővonalelhajlás-értékeknek a gyakorlati életben rendkívül fontos szerepük van, felhasználásukkal várhatóan minden eddiginél pontosabb magyarországi geoidkép határozható meg. A függővonal-elhajlás interpolációjához és a geoid finomszerkezetének meghatározásához különféle, a mai számítástechnikai adottságoknak megfelelő számítási eljárásokat dolgoztunk ki. A *12. ábrán* Magyarország Cegléd–Abony környéki területén láthatjuk az Eötvös-ingával végzett mérések alapján finomított geoidszerkezetet. Emellett az ingával mérhető vízszintes gradiensek kiváló lehetőséget adnak a nehézségi erőtér finomszerkezetének meghatározására, valamint a vertikális gradiensek interpolációjára is, aminek a gravimetriában van nagy jelentősége.

A geoidmeghatározás céljából továbbfejlesztettük a Forsberg (1987) által írt algoritmust a logaritmikus kovarianciafüggvényekkel végzett kollokáció megvalósítására, így az elkészített programunkkal már képesek vagyunk az összes mérhető nehézségi erőteret jellemző – beleértve az ingával mért gradiensek – együttes felhasználására. Vizsgálatokat végeztünk a görbületi adatok bevonásának lehetőségére a geoidmeghatározás kollokációval történő megoldási eljárásába, és szoftvert készítettünk, amellyel elvégezhetjük a nehézségierő-, gravitációsanomália- és vertikálisgradiens-interpolációkat.

Vizsgálataink szerint a kollokációs eljárás numerikus stabilitása függ a felhasznált adatok eloszlásától és az alkalmazott kovarianciafüggvények szerkezetétől (Tóth 2009). Ennek ellenőrzésére a nagy felbontású EGM2008-as modellel redukáltuk a W_{zx}, W_{zy} vízszintes gradienseket, és legkisebb



12. ábra A geoid finomszerkezete Eötvös-ingával végzett mérések alapján Magyarország középső területén

Figure 12 Fine structure of the geoid forms in the middle part of Hungary based on torsion balance measurements

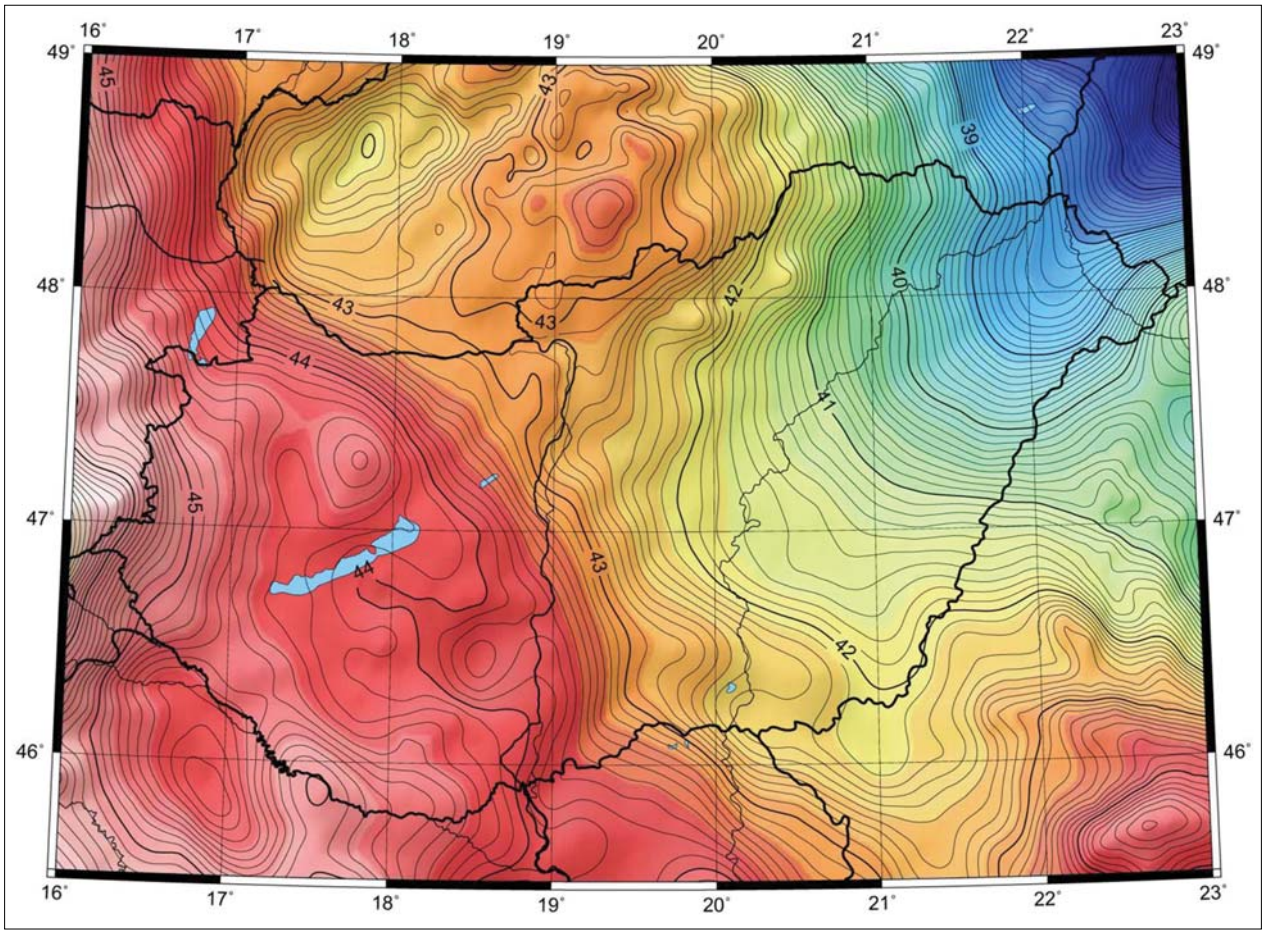
négyzetek szerinti kollokációval vizsgáltuk a maradék függővonal-elhajlások, illetve a geoidundulációk predikcióját (Tóth, Szűcs 2011).

Matematikailag megoldottuk a W_Δ, W_{xy} görbületi adatok és a W_{zx}, W_{zy} vízszintes gradiensek együttes inverziós alkalmazását, és a korábbi kétdimenziós (2D) eljárás (Dobróka, Völgyesi 2005) továbbfejlesztésével megoldottuk a nehézségi erőtér 3D potenciálfüggvényének inverziós előállítását (Dobróka, Völgyesi 2010). Olyan algoritmust dolgoztunk ki, amellyel a bemenő adatokhoz megfelelő súlyfüggvényeket tudunk rendelni, továbbá a számításokba bevontuk a Laplace-egyenletet is, amivel sikerült tovább stabilizálni a megoldást.

A kidolgozott inverziós megoldás nagyszámú, Eötvös-ingával történő és graviméteres mérés, valamint digitális terepmodell adatok továbbá néhány függővonal-elhajlás- és vertikálisgradiens-adat együttes inverziójának felhasználásával a 3D potenciálfüggvény meghatározására nyújt lehetőséget. Az így előállított potenciálfüggvényből számos gyakorlati fontosságú mennyiséget, (pl. vertikális gradienseket, függővonal-elhajlásokat, nehézségierő-értékeket és gravitációs anomáliákat) származtathatunk nem csupán a mérési pontokban, hanem ezek 3D környezetében, a teljes mérési területen is. Az eljárás nagy előnye, hogy mindezt egy jelentősen túlhatározott inverzprobléma megoldásával tehetjük.

A gradiensek meglehetősen változatos képe miatt esetünkben a potenciáltér sorfejtéses leírása csak viszonylag magas fokszámú polinomokkal lehetséges. Tapasztalataink szerint a polinomok fokszámának meghatározásakor körültekintően kell eljárnunk, mert a fokszám növelésével kezdetben lassan, majd egyre gyorsabban csökken a megoldandó normálegyenletek együtthatómátrixának kondicionáltsága, a fokszám csökkentésével viszont romlik a felbontóképesség. Vizsgálataink szerint a P = 18–24 általában jó kompromisszumnak látszik a felbontóképesség és a normálegyenletek kondicionáltsága vonatkozásában. Mi P = 19 fokszámú Legendre-polinomot alkalmaztunk.

A módszer alkalmazhatóságának vizsgálatára a Szabadszállás–Kiskőrös környéki területen és a Csepel-sziget déli részén végeztünk kísérleti számításokat. Előbbi területen 248 Eötvös-ingával végzett és 1197 graviméteres mérés eredményei álltak rendelkezésre, továbbá 3 asztrogeodéziai és további 10 asztrogravimetriai pont is található, ahol ismertek a függővonalelhajlás-értékek. Az inverziós feladat megoldása során meghatároztuk mindazokat a sorfejtési együtthatókat, amelyek segítségével a teljes területre előállítható mind a nehézségi erőtér potenciálfüggvénye, mind a potenciálfüggvény valamennyi első és második deriváltja. Összehasonlítva az Eötvös-ingával mért, valamint az együttes inverzióval előállított gradiensek képét, kiváló egyezés adódott (Dobróka, Völgyesi 2010).



13. ábra | Új geoidmegoldás Magyarország területére
Figure 13 | New Hungarian geoid solution

A Csepel-sziget déli részén lévő teszterületünkön elsősorban a vertikális gradiensek meghatározását teszteltük, ahol 30 pontban álltak rendelkezésre Eötvös-ingával történt mérési adatok, és a 30 pontból 27 ponton vertikális gradiens mérésekre is sor került, amelyek egy részét kiinduló adatként használtuk, a fennmaradó pontok értékei pedig ellenőrzésre szolgáltak. Mivel az ellenőrző pontokban inverzióval meghatározott vertikálisgradiens- (VG) értékek középhibája megegyezett ugyanezekben a pontokban a mért értékek középhibájával, ezért megállapítható, hogy a vizsgált teszterületen a rendelkezésre álló adatrendszerrel a vertikális gradiensek számítása is kiválóan működik (Völgyesi et al. 2012). Ennek az a jelentősége, hogy a vertikális gradiensek az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhetők, így viszont lehetőség adódik a többi, Eötvös-ingával történt mérési adat alapján a vertikális gradiensek meghatározására is.

A magyarországi geoidfelület meghatározása tekintetében megvizsgáltuk az Eötvös-inga és a GOCE műhold mérési adatainak bevonásához a különböző nehézségi erőtér mennyiségek (Eötvös-inga, GPS/szintezési, gravimetriai, függővonal-elhajlás) spektrumát. A számított spektrumokat magas fokszámú geopotenciális modellel és analitikus meghatározással hasonlítottuk össze. A gravimetriai adatok esetében az erőteret leíró fokvarianciákat megfelelő auto- és keresztkovariancia függvénnyé transzformálva maradék geoidmagasságokat határoztunk meg legkisebb négyzetes predikcióval, és összehasonlítottuk a mért értékekkel. A különböző típusú adatok spektrális érzékenysége a geoid súlyozott spektrális kombinációval, illetve kollokációval történő meghatározásánál vehető figyelembe (Szűcs et al. 2014).

Az ESA (European Space Agency) GOCE gradiométeres méréseket végző mesterséges holdja nagymértékben hozzájárult a földi nehézségi erőtér korábbiaknál jobb felbontású meghatározásához. A mérések befejezése után 2014-ben számunkra is elérhetővé váltak a GOCE ötödik generációs nehézségierőtér-modelljei, ezért olyan új geoidmegoldást készítettünk Magyarország területére, amely már tartalmazza a GOCE méréseit is *(13. ábra)*. A megoldás módszere a Magyarországon először alkalmazott gömbi bázisfüggvényeken alapuló legkisebb négyzetes paraméterbecslés. E modellezési technika egyik fontos előnye, hogy különböző típusú és heterogén eloszlású adatok nehézség nélkül kombinálhatók egy szigorú értelemben vett paraméterbecslési eljárásban, amely egyúttal a becsült paraméterek kovarianciamátrixát is szolgáltatja. A GOCE modellen kívül felhasználtuk a felszíni függővonal-elhajlások, nehézségi rendellenességek és OGPSH (Országos GPS Hálózat) magasságok adatait is (Tóth, Földváry 2015a,b).

8. Összefoglaló megjegyzés

Kutatási eredményeink jelentős felértékelődése várható a fizikai geodéziában az új gradiométerek megjelenésével, ugyanis az eredményeink és a kidolgozott módszereink nemcsak az Eötvös-ingával mérhető gradiensek kezelésére alkalmasak, hanem változtatás nélkül alkalmazhatók lesznek a következő évtizedekben a legújabb technikai berendezések által meghatározott gradiensek kezelésére, felhasználására is.

Köszönetnyilvánítás

Kutatásaink a K76231. sz. OTKA támogatásával folytak.

A tanulmány szerzői

Völgyesi Lajos, Tóth Gyula, Ultmann Zita

Hivatkozások

Csapó G., Égető Cs., Kloska K., Laky S., Tóth Gy., Völgyesi L. (2009): Kísérleti mérések Eötvös-ingával és graviméterekkel az Eötvös-inga mérések eredményei geodéziai célú hasznosításának vizsgálata céljából, Geomatikai Közlemények XII, 91–100

Dobróka M., Völgyesi L. (2005): A nehézségi erőtér potenciálfüggvényének inverziós rekonstrukciója Eötvös-inga adatok alapján. Geomatikai Közlemények VIII, 223–230

Dobróka M., Völgyesi L. (2008): Inversion reconstruction of gravity potential based on gravity gradients. Mathematical Geosciences 40/3, 299–311

Dobróka M., Völgyesi L. (2010): Sorfejtéses Inverzió IV. A nehézségi erőtér potenciálfüggvényének inverziós előállítása. Magyar Geofizika 51/3, 143–149

Eötvös R. (1906): Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hilfe der Drehwaage. Verhandl. d. XV. allg. Konferenz der Internat. Erdmessung in Budapest.

Forsberg R. (1987): A new covariance model for inertial gravimetry and gradiometry. J. Geophys. Res. 92/B2, 1305–1310, doi:10.1029/JB092iB02p01305.

Haalck H. (1950): Die vollständige Berechnung örtlicher gravimetrischer Störefelder aus Drehwaagemessungen. Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes Potsdam, Nr. 4, Potsdam

Rybár I. (1972): Vizsgálatok az Eötvös-inga csillapítási ideje csökkentésének, megbízhatóságának és a torziós szálak preparálásának problémáiról. Magyar Geofizika 13/3–4, 129–141

Szabó Z. (2004): A gravitációs és földmágneses kutatások története Magyarországon. Magyar Geofizika 45(különszám), 3–21

Szűcs E., Papp G., Benedek J. (2014): A study of different wavelength spectral components of the gravity field derived from various terrestrial data sets. Acta Geodaetica et Geophysica 49/3, 327–342

Tóth Gy., Völgyesi L., Csapó G. (2004a): Determination of vertical gradients from torsion balance measurements. IAG International Symposium, Gravity, Geoid and Space Missions. Porto, Portugal August 30 – September 3, 2004

Tóth Gy., Völgyesi L., Cerovsky I. (2004b): Modelling time variation of gravity gradients due to water level fluctuations. Reports on Geodesy, Warsaw University of Technology, 69/2, 309–314

Tóth Gy., Völgyesi L., Csapó G. (2005): Determination of vertical gradients from torsion balance measurements. In: IAG Symposia Vol. 129, Gravity, Geoid and Space Missions, C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (eds.), Springer, pp. 292–297

Tóth Gy. (2007): Vertikális gravitációs gradiens meghatározás Eötvös-inga mérések hálózatában. Geomatikai Közlemények X, 29–36

Tóth Gy. (2009): A HGTUB2007 új magyarországi kombinált kvázigeoid megoldás. Geomatikai Közlemények XII, 131–140

Tóth Gy., Szűcs E. (2011): On the determination of a new combined EGM2008 based quasi-geoid model for Hungary. Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica 46/4, 417–430

Tóth Gy., Égető Cs. (2010): A Mátyás-hegyi gravitációs és geodinamikai obszervatórium átfogó gravitációs modellezése., Geomatikai Közlemények XIII/2, 113–122

Tóth Gy., Völgyesi L., Laky S. (2014): Reducing the Measurement Time of the Torsion Balance, Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet. 617 p. Berlin–Heidelberg, Springer-Verlag

Tóth Gy., Földváry L. (2015a): Updated Hungarian gravity field solution based on 5th generation GOCE gravity field models. Proceedings of the 5th GOCE User Workshop, 25–28 November 2014, Paris, ESA SP-728, in press

Tóth Gy., Földváry L. (2015b): Új magyarországi geoidmeghatározás az ötödik generációs GOCE nehézségi erőtér modellek segítségével. Geomatikai Közlemények (bírálat alatt)

Ultmann Z. (2013): Eötvös-inga mérések és geodéziai hasznosításuk. PhD értekezés, BME Ált.- és Felsőgeodézia Tanszék

Völgyesi L. (1993) Interpolation of deflection of the vertical based on gravity gradients. Periodica Polytechnica Civ. Eng. 37/2, 137–166

Völgyesi L. (1995) Test interpolation of deflection of the vertical in Hungary based on gravity gradients. Periodica Polytechnica Civ. Eng. 39/1, 37–75

Völgyesi L. (2001): Local geoid determinations based on gravity gradients. Acta Geodaetica et Geophysica Hung. 36/2, 153–162

Völgyesi L., Tóth Gy., Csapó G. (2004): Determination of gravity anomalies from torsion balance measurements. Gravity, Geoid and Space Missions GGSM 2004. IAG International Symposium Porto, Portugal. Jekeli C, Bastos L, Fernandes J. (eds.) Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York; Series: IAG Symposia, Vol. 129, 292–297

Völgyesi L., Tóth Gy., Csapó G., Szabó Z. (2005): Az Eötvös-ingamérések geodéziai célú hasznosításának helyzete Magyarországon. Geodézia és Kartográfia 57/5, 3–12

Völgyesi L. (2005) Deflections of the vertical and geoid heights from gravity gradients. Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica 40/2, 147–159

Völgyesi L., Tóth Gy., Csapó G. (2007): Determination of gravity field from horizontal gradients of gravity. Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica 42/1, 107–117

Völgyesi L. (2009): Reconstruction of a torsion balance, and the results of the test measurements, In: Geodesy for Planet Earth. Buenos Aires, Argentína, 2009.08.31-2009.09.04. Buenos Aires: 2009. p. 73. Paper Ps2-Mo45

Völgyesi L., Égető Cs., Laky S., Tóth Gy., Ultmann Z. (2009a): Eötvös-inga felújítása és tesztmérések a budapesti Mátyás-hegyi barlangban. Geomatikai Közlemények XII, 71–82

Völgyesi L., Csapó G., Laky S., Tóth Gy., Ultmann Z. (2009b): Közel fél évszázados szünet után ismét Eötvös-inga mérések Magyarországon. Geodézia és Kartográfia 61/11, 3–12

Völgyesi L., Laky S., Tóth Gy. (2010): Az Eötvös-inga mérési idejének csökkentési lehetőség., Geomtikai Közlemények XIII/2, 129–140

Völgyesi L., Ultman Z. (2010): Nehézségi gradiensek linearitásvizsgálata a Mátyás-barlangban. Geomtikai Közlemények XIII/2, 123–128

Völgyesi L. (2012a): A gravimetria mai jelentősége és helyzete Magyarországon. Magyar Tudomány 173/6, 706–723

Völgyesi L. (2012b): Az Eötvös-inga mérések alkalmazása és jelentősége a geodéziában. Geomatikai Közlemények XV, 9–26

Völgyesi L., Dobróka M., Ultmann Z. (2012): Determination of vertical gradients of gravity by series expansion based inversion. Acta Geodaetica et Geoph. Hung. 47/2, 233–244, DOI: 10.1556/AGeod.47.2012.2.11.

Völgyesi L., Ultmann Z. (2012): Reconstruction of a torsion balance, and the results of the test measurements. IAG Symposia, Vol. 136, Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, ISBN: 978-3-642-20337-4, pp. 281–290

Völgyesi L. (2014): Renessaince of the torsion balance measurements. The 3rd International Gravity field Service General Assembly (IGFS 2014), Shanghai

Völgyesi L., Ultmann Z. (2014): High-resolution measurements of non-linear spatial distribution of gravity gradients in Hungary, Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet. 617 p. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag

Völgyesi L., Csontos A. (2014a): A földmágnesség jeletősége a geodéziában és a navigációban. Geodézia és Kartográfia 66/5–6, 4–9

Völgyesi L., Csontos A. (2014b): A mágneses északi irány meghatározása geodéziai és navigációs célokra. Geodézia és Kartográfia 66/7–8, 4–7