0362/3

MAGYAR ÁLLAMI EÖTVÖS LORÁNT GEOFIZIKAI INTÉZET KÖNYVTÁRA

MAGYAR GEOFIZIKA XXVII. ÉVF. 1. SZÁM

Síkhullámú elektromágneses (EM)-terek matematikai modellezése integrálegyenletek útján*

*TURAI ENDRE***

A bemutatandó eljárás segítségével lehetővé válik a tetszőleges többdimenziós határfelületekről visszavert és a felületeken megtört EM-tér, az egydimenziós földtani modellekben kialakult EM tér és az EM-térbe tett tárgyak eredő térre gyakorolt torzító hatásának az egzakt meghatározása.

A két- és háromdimenziós földtani modellek jelentős részénél, a bennük kialakuló EM-térnek a gyakorlatban használható közelítő megoldását kapjuk meg aránylag egyszerű és szemléletes úton.

Az előzőeken túl a módszerrel meghatározásra került a véges visszaverő felület, ill. a véges visszaverődési szám esetén fellépő hiba és meghatározható, hogy egy háromdimenziós szerkezet milyen csapásirányú kiterjedésnél kezelhető kétdimenziósként.

A matematikai modellezések méretezéséhez fontos a modell horizontális kiterjedésének és a közelítő rácshálózatnak (felületelem-hálózatnak) a megtervezése, amelyek az integrálegyenletes módszerrel szintén megoldhatók.

Az előzőek figyelembevételével olyan algoritmus és erre épülő számítógépi program került kifejlesztésre, amely kiküszöböli a véges modellméretből a közelítő rácshálózat felvételéből adódó hibát, s a pontosság növelése érdekében analitikus összefüggéseket használ a közelítés helyett a modellek azon részein, ahol ez megtehető.

При помощи описанного метода стало возможным точно определять искажающее влияние электромагнитного поля преломленного и отраженного на многомерных граничных поверхностях, электромагниного поля одномерных геологических моделей, а также предметов расположенных в электромагнитном поле, на равнодействующее поле.

Для значительной части двух- трехмерных геологических моделей относительно простым и наглядным путем можно получить пригодное в практике приблизительное решение электромагнитного поля образующегося в этих моделях.

Кроме вышеописанного, с помощью данного метода были определены ошибки, возникающие в случае ограниченной отражающей поверхности или ограниченного числа отражений. Так же можно определить, при каких азимутах простирания данную трехмерную структуру можно рассматривать как двухмерную.

При определении размеров математических моделей важным этапом является планирование горизонтального простирания моделей и сетки приближения, которые расчитываются с помощью метода интегрального уравнения.

Исходя из вышеизложенного, разработан такой алгоритм и основанная на нем программа, который исключает ошибки, возникшие в результате ограниченного размера моделей и использования сетки приближения. Кроме того, с целью повышения точности, вместо приближения используют аналитические зависимости в тех местах модели, где это возможно.

The process described here makes possible an exact determination of deformation effects in multi-reflected and refracted EM-spare and in one dimension geological models:

Approximative solution that can be used in practice is given for 2D and 3D geological models of EM-spaces.

Moreover the finite reflecting surface determination and error computation was made. Also, it can be determined when a 3D structure can be analysed as a 2D structure.

For matematical modeling it is important to plan the horizontal extention of the model and the grid size. This can be done by the use of integral equation method.

An algoritm was made and a computer program was written that solves the error that comes from the finite modelsize and proximal grid size. Where it is possible analytic functions are employed in the models to increase the exactness.

* Készült az Ifjú Szakemberek Ankétján 1985. március 21-én elhangzott és III. díjat nyert előadás kézirata alapján

** NME Geofizikai Tanszék

Minden fizikai tér modellezésének a lényege, hogy a térjellemzőket tetszőleges helyen és időben meghatározzuk. Ennek az ún. direkt feladatnak a megoldása gyakorlati szempontból az inverz probléma feloldásához elengedhetetlenül szükséges. Konkrétan fogalmazva, a mérési eredményeinket összehasonlítva a modellszámítás eredményeivel, a megfelelő egyezés esetén elfogadhatjuk a modell paramétereit a valóságot közelítő szerkezet geometriai és rétegparamétereinek. A geoelektromos módszereknél így leggyakrabban a rétegvastagságok és a rétegek fajlagos elektromos ellenállásainak meghatározásával ér véget egydimenziós esetben az inverz feladat megoldása.

A dolgozatban szereplő síkhullámú elektromágneses terek modellezésének eredményei főleg a magnetotellurikus és a rádiófrekvenciás geofizikai mérések kiértékelését, értelmezését és a terek viselkedésének jobb megismerését segíthetik elő. Megjegyzem, hogy az elv természetesen nemcsak síkhullámú EM-terek modellezéséhez alkalmas, azonban ezen esetekben főleg a reflexiós együtthatók körüli problémák miatt romlik a pontosság, illetve jelentősen megnövekedhet a számításigény.

Az előző indokok miatt a számításokat csak síkhullámú esetre végeztem.

A matematikai modellezéseknél természetesen az analitikus eljárás a legpontosabb, hiszen itt nem terhelik az egyes módszerekből adódó numerikus hibák a számítási eredményeinket. Ezt az eljárást általánosan azonban csak az egydimenziós szerkezeteknél használhatjuk, két- és háromdimenziós esetekben csak néhány speciális modellre alkalmazható. A természet azonban leggyakrabban két- és háromdimenziós problémákat produkál, amelyeknél általánosan csak a közelítő (numerikus) módszerek használhatók. Ezeket az EM-modellezésnél a következő három csoportba oszthatjuk: differenciálegyenletes, integrálegyenletes és ún. hibrid módszerek.

1. A modellezési eljárás vázlatos ismertetése

Eljárásunk az integrálegyenletes módszerekhez tartozik, a vektoriális *Huygens*-elvet használja fel a *Stratton-Chu* utat követve, amikor is a Maxwell egyenletek integrális alakjaiból kiindulva vezetjük le a felhasználandó összefüggéseket [3], [5], [7], amelyeket *Stratton-Chu* egyenleteknek nevez a szakirodalom.

A módszer adott feladatra történő alkalmazásához jelentős mennyiségű matematikai levezetésre volt szükség, azonban engedjék meg, hogy ezeket és a formulákat teljességgel mellőzzem és csak a számítások végeredményéből levonható fontosabb eredmények közlésére szorítkozzam. Teszem ezt azért, mert a részletes matematikai levezetések a szakirodalomban ([1], [3], [4], [5], [6], [7]) megtalálhatók.

Vegyünk fel két különböző elektromos paraméterekkel rendelkező közeget, amelyek egy háromdimenziós felület mentén érintkeznek egymással. Essen az első közeg felől egy EM-síkhullám a határfelületre. Ez a hullám a felületről visszaverődik és azon áthaladva megtörik. Az EM teret az első közegben a beeső és a visszavert hullámok terének összege adja, míg a második közegben a megtört hullám terét kell meghatározni. A háromdimenziós határfelületen megtört és arról visszavert hullámok terét a *Stratton—Chu* összefüggésekkel megadhatjuk, amelyek kimondják, hogy ha az EM-térben egy zárt felületen ismerjük az EM-tér térerősségértékeit, akkor a zárt felülettel körülvett térrészen kívüli tetszőleges

pontban megkaphatjuk az EM-tér elektromos és mágneses térerőségvektorait a zárt felületre vett vektoriális integrálok segítségével [1], [5], [7]. A háromdimenziós határfelületet egy hengerszerű [1], [7] zárt felülettel körülvéve, s ezen zárt felületet a határfelületre simítva kimutatható, hogy a visszavert és a megtört hullámok térerősségértékeit a határfelületre vett felületi integrálok segítségével határozhatjuk meg, ahol a határfelületen az EM-tér értékeit a beeső tér térerősségvektor értékeiből a síkhullámú reflexiós, illetve a törési együtthatók felhasználásával számíthatjuk.

Kétréteges esetben a határfelületről visszaverődött hullámok visszaverődnek a felszínről, majd újra visszaverődnek a határfelületről, s az eredő teret stacionárius esetben ennek a végtelen sok visszavert hullámnak az eredője írja le.

A visszavert és megtört hullámok nyomon követése és leírása igen hosszadalmas és munkaigényes feladat volna, ezért azt kell eldönteni, hogy gyakorlati szempontból meddig kell figyelembe venni a visszaverődéseket. A legegyszerűbb eset az, amikor csak a határfelületről történő első visszaverődést vesszük figyelembe és az első rétegben az EM-tér térerősségeit ennek a visszavert hullámnak és a beeső (primer) hullám térerősségeinek vektori összegével közelítjük.

2. Az integrálegyenletes módszerrel végzett modellszámításokból levont néhány fontos következtetés

A következőkben – minden különösebb részletezés nélkül, utalva azonban a szakirodalom megfelelő részeire, ahol a levezetések, számítások megtalálhatók – a modellszámításokból levont néhány olyan megállapítást közlök, amelyek meghatározzák a módszer alkalmazhatósági körét, illetve rámutatnak az elektromágneses modellezések néhány fontos problémájára.

Mindezek a vizsgálati eredmények fel lettek használva a 3. részben bemutatott számítási algoritmus, valamint az ezt megvalósító számítógépi programok kifejlesztésénél.

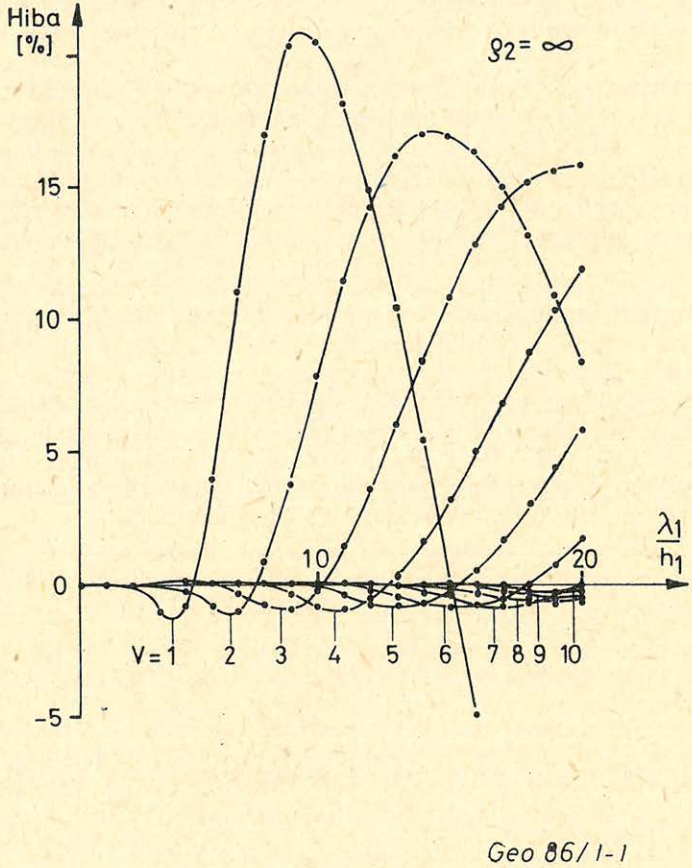
2.1. A szükséges visszaverődési szám vizsgálata

Az összehasonlító vizsgálatok azt mutatták, hogy ha kétréteges egydimenziós modell esetén az előzőekben leírt módon a réteghatárról csak egy visszaverődést figyelembe véve képezzük különböző frekvenciáknál az E/H impedanciákat és ezekből látszólagos fajlagos ellenállásgörbét számítunk, az egzakt eredményt kapjuk [7]. Ennek az az oka, hogy a visszaverődés után is síkhullámú marad az EM-tér.

Mint azt a számítások is igazolták, [1], [4], [6], ezért azoknál a modelleknél, amelyeknek a geometriája olyan, hogy a síkhullám a visszaverődések után csak kevéssé torzul, a számításoknál a gyakorlati pontosság eléréséhez elég csak egyetlen visszaverődést figyelembe venni a határfelületről.

Egyszerűen és szemléletesen igazolhatjuk az előzőeket, ha az integrálegyenletes módszerrel az egydimenziós, kétréteges modellnél nyomon követjük a többszörös reflexiókat. Jellemezzük *1*-es visszaverődési számmal (V) azt az esetet, amikor a réteghatárról visszaverődött tér még a felszínről is visszaverődik. N-szeres lesz a reflexió ($V = N$), ha az EM-hullám már N-szer verődött vissza a felszínről. (Az utolsó figyelembe vett visszaverődés mindig a felszínről történik.)

A többszörös reflexiók figyelembevételével számított látszólagos fajlagos ellenállásértékek hibafüggvényei – a pontos értéktől való eltérés a pontos érték százalékában kifejezve – láthatók az *1. ábrán*. Megállapítható, hogy a többszörös visszaverődések figyelembevételével a közelítés hibája csak akkor kerül *1%* alá a $\lambda_1/h_1 = 1-20$-nak megfelelő frekvenciatartományban (λ_1 az EM-hullám első rétegbeli hullámhossza; h_1 az első réteg vastagsága), ha legalább *10* db visszaverődést figyelembe veszünk a felszínről. A többszörösök ilyen értelmű figyelembevétele tehát csak ront a pontosságon, hiszen így az egzakt eredmény egy végtelen konvergens geometriai sor összegeként kapható meg [7].



1. ábra
Рис. 1.
Fig. 1.

Az előzőekből következik, hogy olyan modellek esetén, amikor a visszaverődés után is közel síkhullámú marad a tér (a réteghatár reliefjének az alakja dönti el), jó közelítést remélhetünk az integrálegyenletes módszer felhasználásától. A számításoknál csak a réteghatárról történt első visszaverődést célszerű figyelembe venni, illetve a többszörös reflexiók esetleges nyomon követésénél mindig ügyelni kell arra, hogy az utolsó még figyelembe vett reflexió a réteghatárról származzon.

2.2 *A módszer alkalmazhatósága*

Az egyszeri visszaverődés kiszámítása a Stratton – Chu integrálokkal aránylag egyszerű numerikus feladatot jelent még általános esetben is, azonban az előzőekből is következik, hogy azoknak a modelleknek a körét, ahol ez a közelítés még jó eredményt ad, be kell határolni.

A számítások azt mutatták, hogy a $\lambda_1/h_1 < 20$ egyenlőtlenséget kielégítő frekvenciáknál elfogadhatók a közelítő számítások eredményei, ha az aljzatváltozás (Δh) nem haladja meg a fedőösszlet átlagvastagságának (h_1) felét [6], [7]:

$$\frac{h_1 + \Delta h}{h_1} < 1{,}5.$$

2.3. *Egy adott hibahatáron belüli számításhoz szükséges modellkiterjedés meghatározása*

Az MT és rádiófrekvenciás geofizikai méréseknél lényeges annak az ismerete, hogy a mérési pont egy bizonyos környezetének a hatása milyen súllyal szerepel a mérési eredményekben, továbbá igen fontos az említett módszerek matematikai-, valamint az analóg modellezésénél a szükséges modellkiterjedés méretezése.

Egyszerű fizikai szemlélettel belátható ugyan, hogy a mérési (térszámítási) ponthoz közeli visszaverő felületrészek hatása a legnagyobb, azonban az integrálegyenletes módszerrel mindezt kvantitatíve is megfogalmazhatjuk.

Kétréteges. 1 – D esetben a módszerrel ugyanis pontosan meghatározható az EM-térerősségkomponensek értéke abban az esetben is, ha csak a réteghatárnak a térszámítási pont vertikális vetülete körüli tetszőleges R-sugarú környezetét vesszük figyelembe a reflexió számításnál [2], [7].

A véges visszaverő felület figyelembevételével kapott elektromos és mágneses térerősségekből normált látszólagos fajlagos ellenállás értékeket – $[\varrho_a(f)/\varrho_1]_R$ – számíthatunk, ahol ϱ_1 az első réteg fajlagos ellenállását jelöli, az f argumentum pedig a látszólagos fajlagos ellenállás frekvenciafüggésére utal.

Mivel a teljes határfelület figyelembevételével nyert pontos érték – $\varrho_a(f)/\varrho_1$ – szintén ismert, ezért a

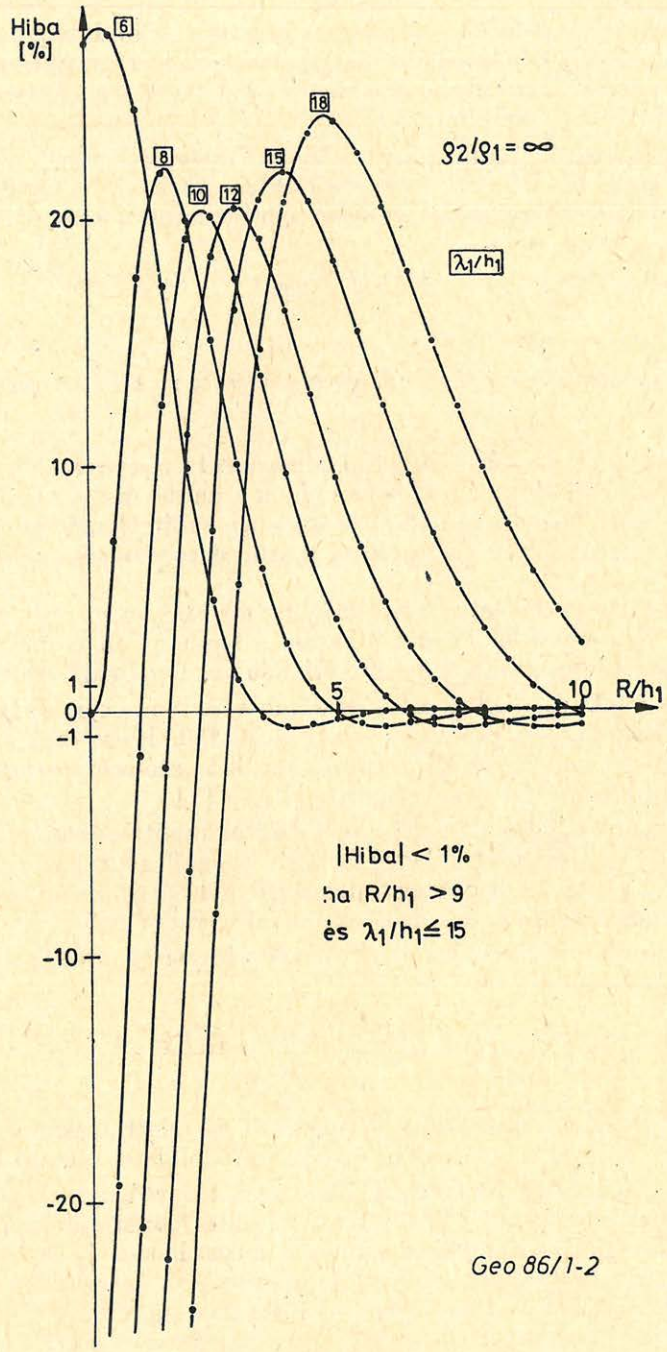
$$\text{hiba}_R(f) = \frac{[\varrho_a(f)/\varrho_1]_R - \varrho_a(f)/\varrho_1}{\varrho_a(f)/\varrho_1}$$

összefüggéssel kiszámíthatjuk adott R-sugárnál és adott frekvenciánál, hogy milyen hibát követünk el, ha csak a véges visszaverő felületet vesszük figyelembe.

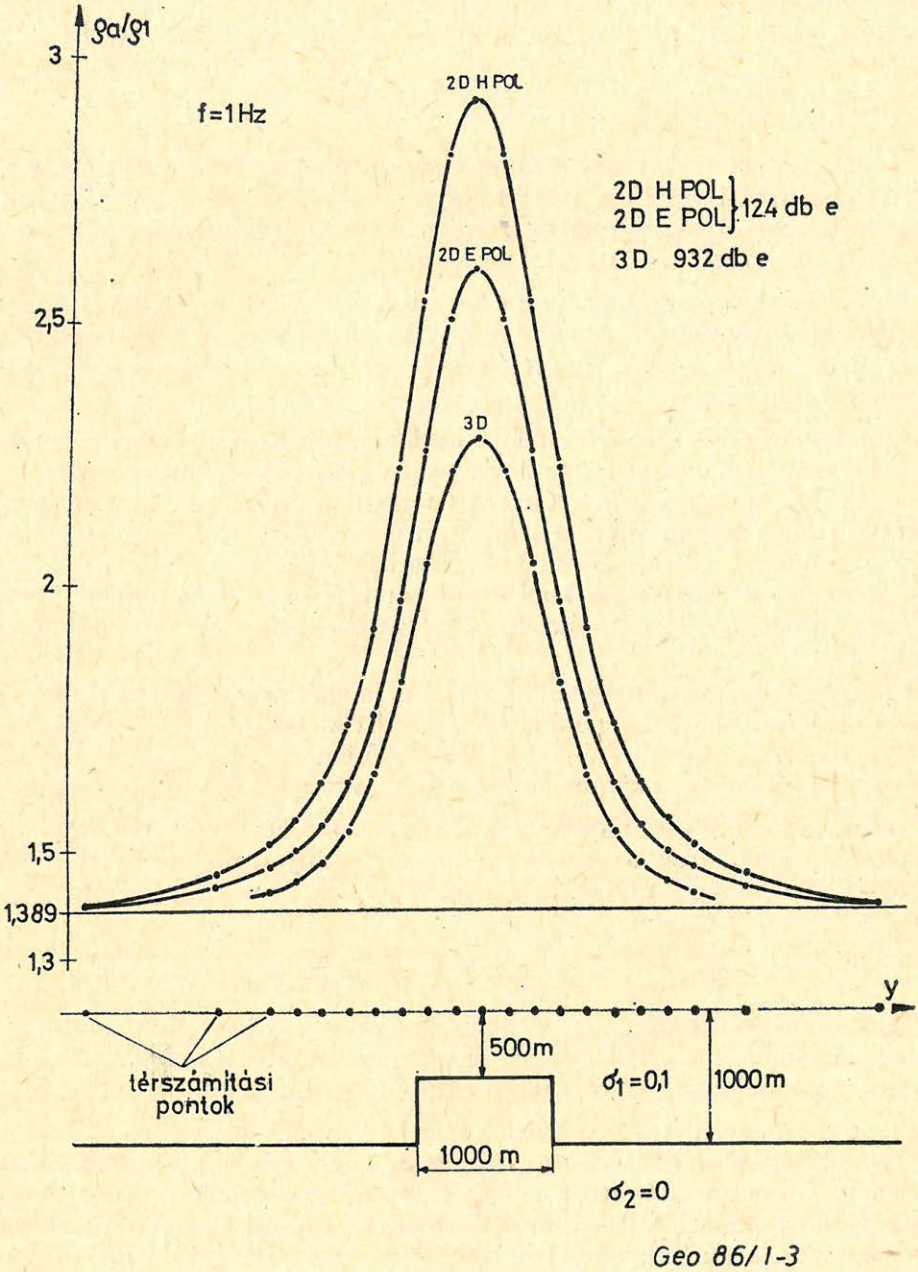
Amennyiben a teljes visszaverő felület hatását egységnyinek vesszük, úgy az egyes R-sugarakhoz tartozó véges visszaverő határfelület a mérési (számítási) eredményekben megjelenő hatásának a súlya is megadható:

$$\text{súly}_R(f) = 1 - \text{hiba}_R(f).$$

A *2. ábrán* végtelen nagy fajlagos ellenállású aljzat ($\varrho_2 = \infty$) esetére számított [6], [7] százalékosan megadott hibafüggvények láthatók. (A független változó R/h_1, a görbék paramétere pedig λ_1/h_1.) Megállapítható, hogy a hiba ab-



2. ábra
Рис. 2.
Fig. 2.



3. ábra
Puc. 3.
Fig. 3.

szolút értéke $R/h_1 > 9$ egyenlőtlenséget kielégítő visszaverő felület választása esetén csökken *1%* alá a $\lambda_1/h_1 \leq 15$ összefüggésnek megfelelő frekvenciáknál.

Az integrálegyenletes módszerrel végzett számításokból összefoglalólag levonható az a fontos következtetés [2], [6], hogy ha az R-sugarat az első rétegbeli hullámhosszal egyenlőnek választjuk ($R = \lambda_1$), akkor a véges visszaverő határfelület használatából adódó hiba *0,1%* alá csökken, ami a gyakorlati pontosság igényét messze kielégíti.

Az előzőekben vázolt számítások eredményének a felhasználásával tehát a mérési (térszámítási) pont alatti tetszőleges R-sugarú visszaverő felületnek a mérési eredményekre gyakorolt súlya megadható tetszőlegesen megkívánt frekvenciájú EM-hullám esetén, adott ϱ_2/ϱ_1 viszony mellett.

Meghatározható továbbá, hogy ha adott hibahatáron belüli pontossággal akarjuk a modellszámításokat, illetve a mérések értelmezését elvégezni, tetszőleges frekvencia és ϱ_2/ϱ_1 viszony esetén milyen R-sugarú visszaverő felülettel kell minimum foglalkozni.

A matematikai és analóg modellek horizontális méretezése úgy végezhető el, hogy felvesszük a modellen azt a horizontális (felülnézeti) határvonalat, amelynek pontjaiban még egy meghatározott pontosságú (adott hibájú) térmeghatározást akarunk végezni. Mivel a határpontok alatt ismert az első reflektáló réteghatár mélysége, ezért minden határpontban számítható az előzőekben szereplő R-sugár. A határpontokból így meghatározott sugarakkal köríveket „rajzolva", ezen ívek burkolója fogja megadni a modell horizontális határvonalát.

Könnyen belátható, hogy a horizontális modell méretezést minden esetben célszerű elvégezni, hiszen a modell horizontális kiterjedésének a határvonala a modell geometriai struktúrájának, a rétegek fajlagos ellenállásának, az EM-tér frekvenciájának és a megkívánt pontosságnak a függvényében változik.

Természetesen inverz módon arra is következtethetünk, hogy adott modellszituációban, adott frekvencián számított eredmény legfeljebb milyen pontosságú lehet.

2.4. A két- és háromdimenziósság megjelenése a mérési eredményekben

Igen lényeges kérdés a geofizikai méréseknél, a két- és háromdimenziós szerkezetek elkülönítése, illetve az, hogy egy szerkezet milyen csapásirányú kiterjedésnél kezelhető a mérés szempontjából kétdimenziósnak.

Az integrálegyenletes módszerrel ez a kérdés igen jól vizsgálható. Erre látunk egy példát a *3. ábrán*, ahol a kétdimenziós gerinc fölött E-polarizációs és H-polarizációs esetekre számított normált látszólagos fajlagos ellenállás profilgörbéit vethetjük össze a háromdimenziós sasbérc fölött számított görbével [6]. (A sasbérc laterális kiterjedése *1000* m × *1000* m.) Az ábráról látható, hogy jelen modellméreteknél a 3 – D modell görbéje jól elkülönül a 2 – D modell görbéitől. Jól látszik a görbéken az E-polarizáció regionális (átlagoló) hatása és a H-polarizáció lokális jellege.

Azt hogy egy adott pontban történő térmeghatározásnál az adott frekvencián a modell kétdimenziósként kezelhető-e, az előző részben leírt véges visszaverő felület sugarának a meghatározásával dönthetjük el.

Az adott pontban a megkívánt pontosság figyelembevételével meghatározzuk az R-sugarat és megvizsgáljuk, hogy a modell a térszámítási pont alatt valamilyen irányban változatlan marad-e a $[-R, R]$ intervallumban. Amennyiben találunk ilyen irányt, úgy ezt az irányt csapásiránynak elfogadva, az adott pontban, az adott frekvencián történő térszámításnál, a megkívánt hibahatáron belül a modell kétdimenzióskénti kezelhető.

2.5. A felületelem-hálózat, ill. rácshálózat felvételéből adódó hibák a numerikus modellezéseknél

A numerikus modellezéseknél differenciálegyenletes módszereknél rácshálózatot, az integrálegyenletes módszereknél pedig felületelem-hálózatot veszünk fel.

Ezeknek a hálózatoknak a megfelelő méretezése a számításoknál kulcskérdés lehet, mert a számításidő és a korlátozott memóriakapacitás miatt lehetőleg kis felületelem számú, illetve csomópont számú hálózatokat célszerű felvenni, ugyanakkor a hálózatok nem megfelelő méretezése esetén az eredmények nem lesznek függetlenek a hálózatok méreteitől.

Az előzőek igazolására mutatom be az integrálegyenletes módszerrel elvégzett számítás eredményeit [2], melyet a *4. ábra* szemléltet.

Kétdimenziós gerinc fölött H-polarizációs és E-polarizációs esetben láthatunk normált látszólagos fajlagos ellenállás profilgörbéket. A görbék 44 db, ill. 124 db felületi ívelem (kétdimenziós esetben a Stratton–Chu felületi integrálok görbe menti integrálokká alakíthatók át [7]) figyelembevételével lettek kiszámítva. Láthatjuk, hogy a számított eredmények – különösen E-polarizációs esetben – függenek a felületelemek számától.

A numerikus modellezéseknél tehát minden esetben el kell menni egy optimális hálózatsűrűségig, amely fölött már a számított eredmények függetlenek a hálózat méreteitől.

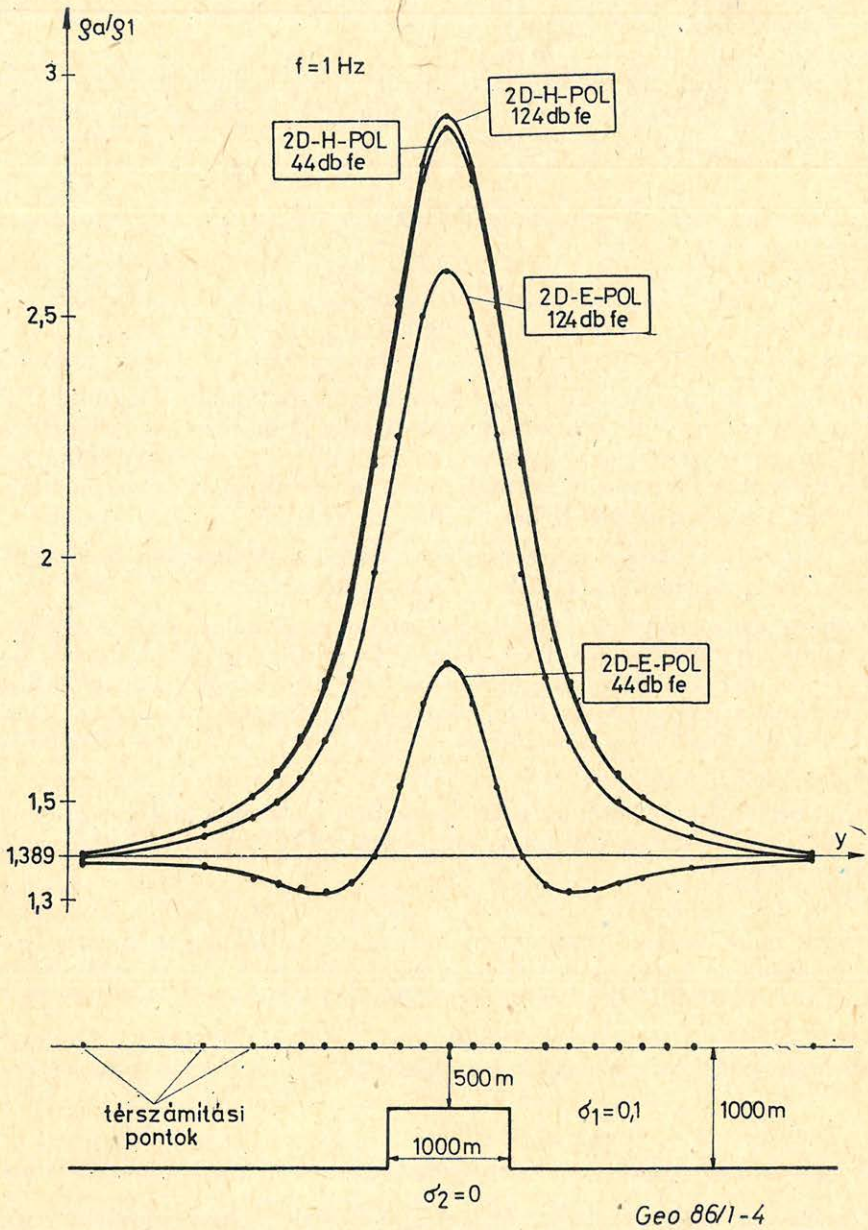
Véges differenciás, ill. véges elemes módszereknél ugyanígy kulcskérdés a rácshálózat modellezése, hiszen adott rácshálózathoz felépített lineáris rendszerek megoldásaként konvergens eredményeket kaphatunk ugyan, csak rossz rácshálózat felvételénél ezek messze esnek a valós eredményektől.

A modellezéseknél akkor járunk el helyesen, ha a számításnál használt különböző frekvenciák mindegyikére méretezzük a felületelem, ill. a rácshálózatot.

3. Új számítási algoritmus a 3D integrálegyenletes EM-modellezésekhez

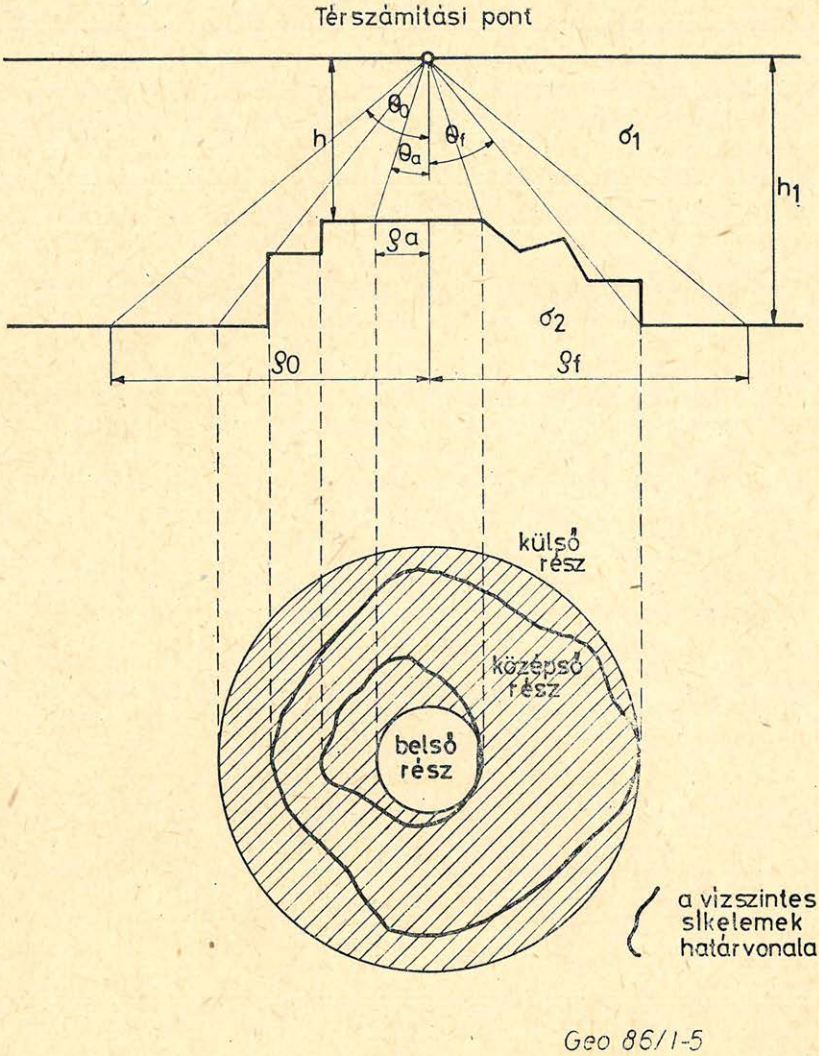
Az előzőekben leírt tapasztalatokat felhasználva olyan számítási algoritmus és az azt megvalósító számítógépi program készült el, amely a pontosság növelésének és a számításigényesség relatív csökkentésének kívánalmait igyekszik kielégíteni.

A modellt úgy építjük fel, hogy az egyes részeket síknak vesszük, s a síkelemek egyenletével maga a modell is megadható matematikailag. Az egyes síkelemeket x, y és z koordináták minimális és maximális értékeinek megadásával határolhatjuk le.



4. ábra
Рис. 4.
Fig. 4.

A számításokat tetszőleges $X0$, $Y0$, $Z0$ koordinátájú kezdőpontból kiindulva egy általunk megszabott DX, DY, DZ növekménnyel, egy szintén tetszőleges XM, YM, ZM felső határig haladva végezzük el.



5. ábra
Рис. 5.
Fig. 5.

Minden egyes ponton tetszőleges számú és értékű frekvenciánál történhet számítás.

A számítási algoritmus szemléltetéséhez tekintsük az *5. ábrán* látható szemléltető modellsémát. Használjuk ki, hogy a számításnál az integrálegyenletes módszerrel analitikus módon megadhatók azok az eredmények, amelyeknél azokat a körlemezeket vesszük figyelembe, melyek középpontja a térszámítási pont függőleges vetülete. Szintén analitikusan számítható annak a „lyukas" félsíknak az esete, amelyből a térszámítási pont függőleges vetülete közül egy tetszőleges sugarú körlemez hiányzik.

Az utóbbi esetet felhasználva, teljesen kiküszöbölhetjük a modell véges felvételéből adódó hibát, hiszen csak meg kell keresni azt a ϱ_f külső sugarat, amelyen túl a modell már egydimenziósnak tekinthető, s ennek a „lyukas" félsíknak a járulékát az analitikus formulák felhasználásával teljesen pontosan meg tudjuk határozni. Megjegyzem, hogy minden modell esetén található egy ilyen külső sugár, még azoknál a modelleknél is, amelyek nem minden irányban szimmetrikusak a végtelenben, hiszen adott hibával történő számításnál adott frekvencián a térszámítási pontnak csak egy véges sugarú környezete szól bele döntően az eredményekbe, így e környezeten túl ha egydimenziósnak tételezzük fel a modellt, már nem követünk el döntő hibát. A program a számításokat gömbi koordináta-rendszerre áttérve végzi el. Megkeresi a ϱ_f külső sugarat és a már említett analitikus formulák alapján kiszámítja a „külső rész" járulékát.

Amennyiben a térszámítási pont alatt vízszintes visszaverő felület helyezkedik el, úgy kijelölhető egy ϱ_a sugarú körlemez, melynek a hatását szintén analitikusan levezetett formulák alapján számíthatjuk. A pontosság növelése és a számítási idő csökkentése végett tehát a program, ha lehetséges, megkeresi ezen ún. „belső rész" határát és az analitikus összefüggések alapján kiszámítja a járulékát. A külső rész határához egy Θ_f, a belső rész határához pedig egy Θ_a azimutszög rendelhető.

Az előzőekben leírtak megvalósításával elérhető, hogy csak a $\Theta_a < \Theta < \Theta_f$ tértartományban (középső rész) kell közelítő számításokat végezni.

A közelítő számítások kiindulásánál meghatározunk egy kezdő térszögméretet és a középső térrészt ennek megfelelő sugársorral felosztva, az egyes sugarakkal „döfetjük" a visszaverő felületet és az egyes térszögekhez tartozó visszaverő felületelemek a döféspontok segítségével jelölhetők ki.

Ezután duplájára növeljük a középső részbe tartozó térszektorok számát és így is kiszámítjuk az eredményt. A térszögek finomítását mindaddig végezzük, amíg a két egymás utáni felosztáshoz tartozó eredmény különbsége egy tetszőlegesen megszabható hibahatár alá nem csökken. A középső rész járulékaként ekkor a sűrűbb térfelosztáshoz tartozó eredményt fogadjuk el. A közölt algoritmussal így mindig kézben tartható a rácshálózat-tervezés, mivel a méretezést maga a program megvalósítja.

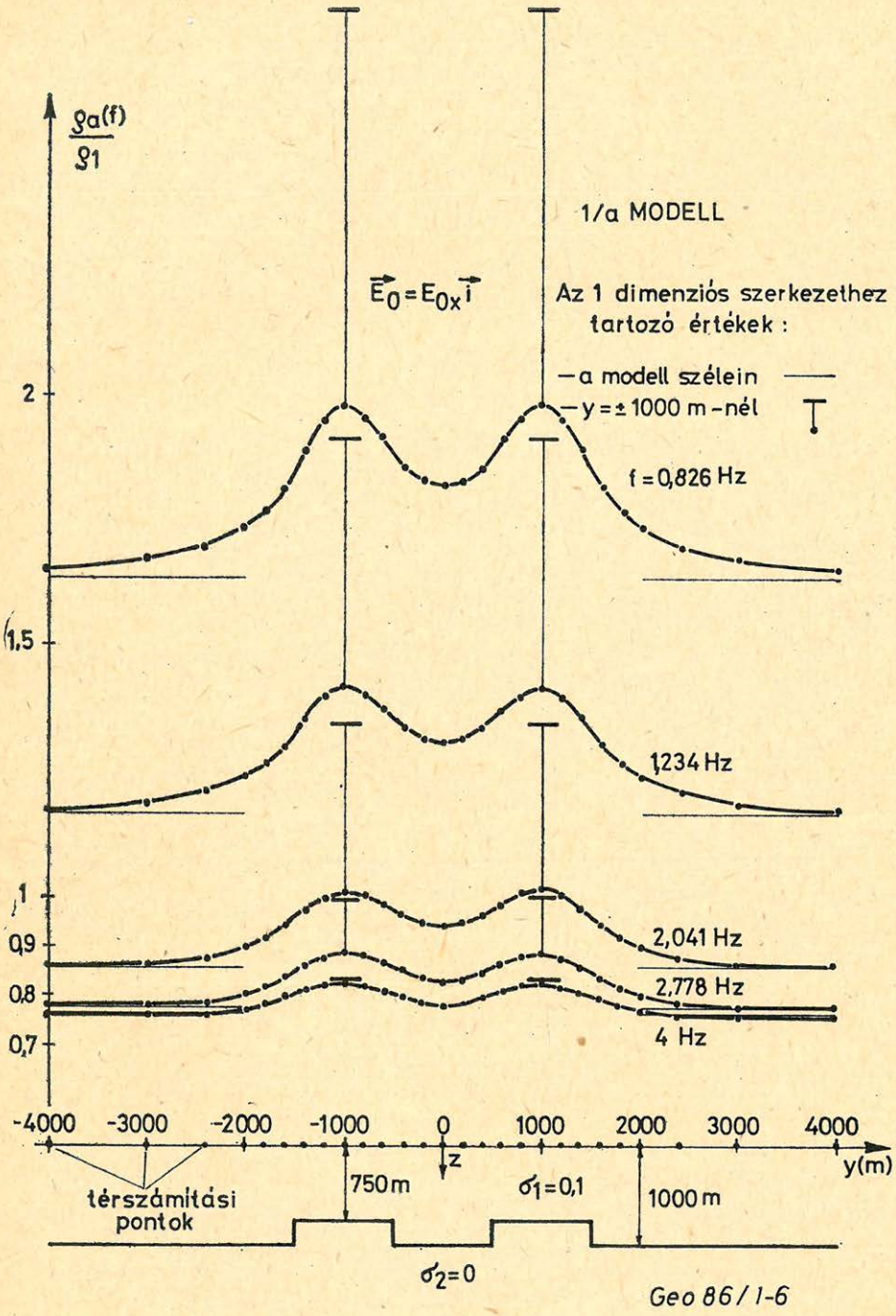
A számítások meggyorsítása végett megadható egy ún. Θ_0 látószög, s a program csak ennél kisebb azimutszög értékeknél keresi a külső és a középső rész határát.

A bemutatott algoritmus legdöntőbb előnye, hogy a modell véges felvételéből és a rácshálózat nem megfelelő tervezéséből adódó hibákat teljesen kiküszöböli.

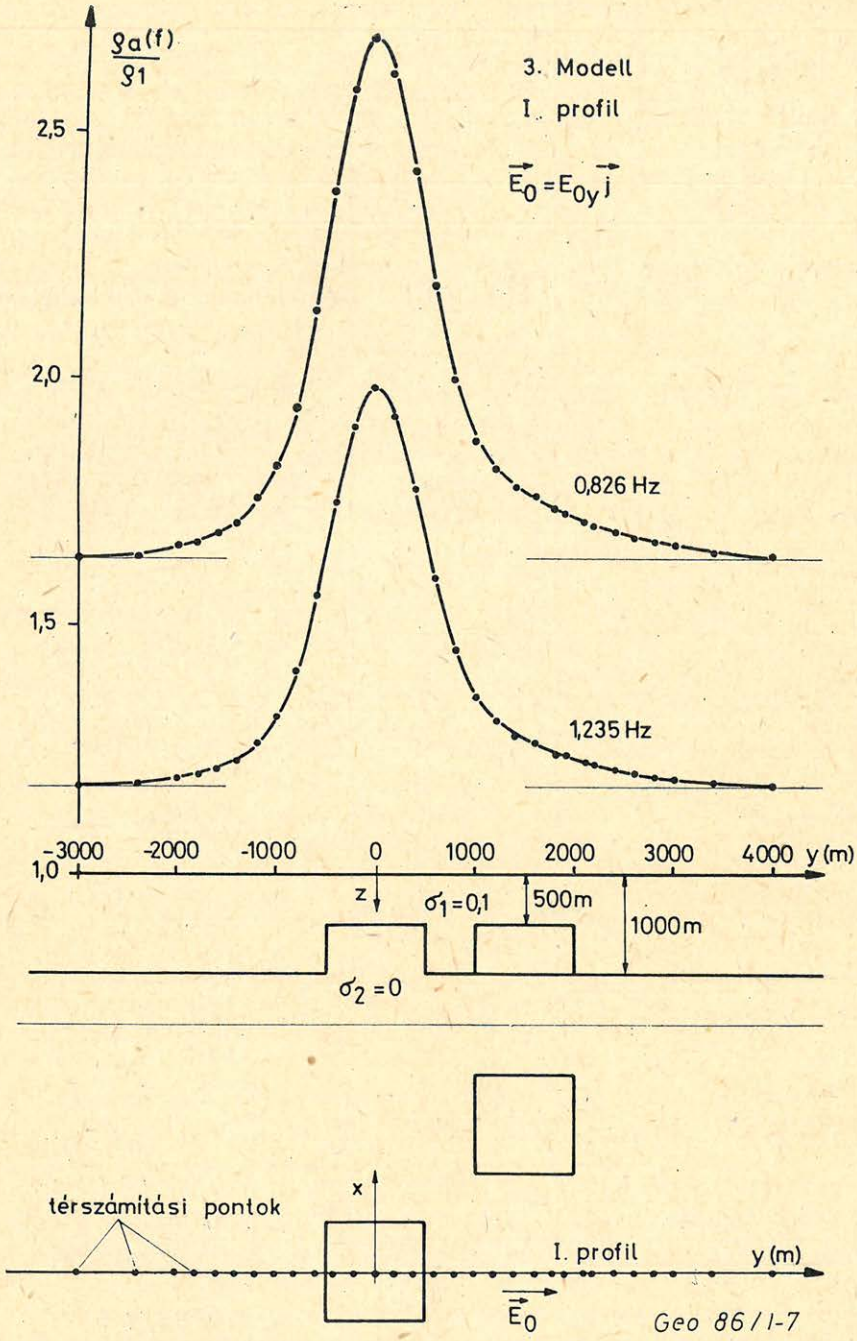
A továbbiakban a programmal végzett *2* db modellszámítás eredményét mutatom be [2].

A *6. ábra* egy az aljzatból kiemelkedő kettős – egyenként négyzet alapterületű – sasbérc y-irányú szimmetriatengelyében számított normált látszólagos fajlagos ellenállás profilokat mutatja *5* db különböző frekvenciánál. (A sasbércek x-irányú kiterjedése *1000* m.)

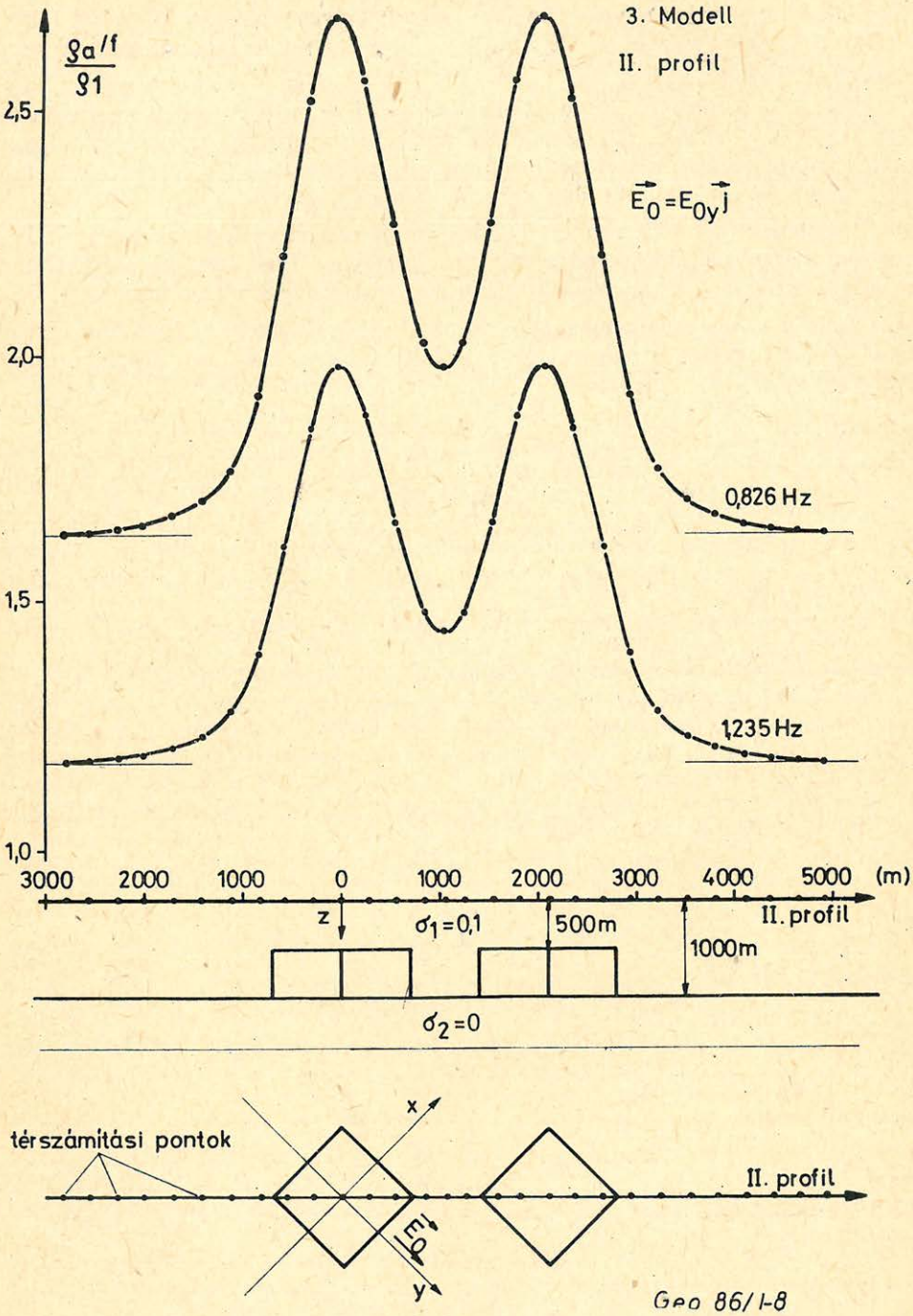
A számítás eredményeiből látható, hogy mindegyik frekvenciánál szétválasztható a normált látszólagos fajlagos ellenállásgörbék alapján a két kiemelkedés hatása.



6. ábra
Puc. 6.
Fig. 6.



7. ábra
Рис. 7.
Fig. 7.



8. ábra
Puc. 8.
Fig. 8.

A *7.* és *8. ábra* két egymáshoz képest eltolt helyzetű sasbérc fölött két különböző irányú profil mentén végzett normált látszólagos ellenállás számítások eredményeit mutatja.

A *7. ábráról* látható, hogy az ellenállásprofil a profilból kieső anomália hatását csak a görbék aszimmetrikussá válásával mutatja, de nem jelentkezik kettős maximummal, amint az természetesen a *8. ábrán* látható profilirány melletti számításoknál tapasztalható.

A dolgozat, az *1982* óta dr. Takács Ernő tanszékvezető egyetemi tanárral közösen végzett munka eredményeit tartalmazza. Ezen munkára részben az OKGT Geofizikai Kutató Vállalattól kapott megbízások adtak módot.

Ezúton is szeretném megköszönni az OKGT illetékeseinek a téma biztosítását, Takács professzornak pedig azt a szakmai irányítást, amit közös munkánk során nyújtott.

IRODALOM

[1] A magnetotellurikus és dipol szondázások interpretációjának fejlesztése (jelentés), NME, 1982.

[2] A MT- és dipol-frekvenciaszondázás numerikus modellezési feladataival kapcsolatos vizsgálatok (jelentés), NME, 1985.

[3] *M. N. Berdicsevszkij, M. C. Zsdanov* (1981), „Interpretacii anomálii peremennova elektromagnyitnova polja zemli", Moszkva.

[4] Elektromágneses szondázások értelmezési módszereinek fejlesztése (jelentés), NME, 1983.

[5] *Simonyi K.* (1967), Elméleti villamosságtan, Budapest.

[6] *E. Takács* and *E. Turai* (1985), Appoximative solution of the direct problem of magnetotellurics for two-layered, three-dimensional structures, Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica XXI/1–2 (megjelenés alatt)

[7] *Turai E.* (1984), Elektromágneses (EM) síkhullámú terek modellezése integrálegyenletek útján. (Egyetemi doktori értekezés), NME, Miskolc.