A konform leképezések módszerének alkalmazása egyenáramú vonalforrás által keltett, végtelen ellenállású aljzatból kiemelkedő félhenger feletti elektromos tér meghatározására

*SZIGETI GÁBOR**

Ismertetésre kerül a konform leképezések módszere kétréteges, végtelen ellenállású aljzattal rendelkező modell elektromos terének meghatározására.

A módszer egy konkrét alkalmazása, az aljzatból kiemelkedő félhenger okozta anomália vizsgálata lehetővé tesz PM, FFG és VESZ mérésekkel kapcsolatos módszertani kérdések megválaszolását.

Описывается метоы конформного отображения для определения электрического поля двуслойной модели, обладающей подошвой с бесконечным сопротивлением.

Конкретное применение метода, исследование аномалии – вызванной полуцилиндром, выступающим из подошвы, дает возможность ответими на методические вопросы, связанные с измерениями методом потенциального кардиробания (МП), методом скважинного потенциального картирования и методом вертикального электрического зондиравания.

The method of conform transformation is dealt with for the determination of the electric field of a two layer's model with infinite resistivity basement.

A practical application of the method for the study of an anomaly caused by a half cylinder emerging from the basement provides the possibility of clearing methodological problems in connections with PM, FFG, and vertical electric soundings.

Bevezetés

A geofizikai mérések matematikai modellezési módszerei – vagyis az adott fizikai körülményeket leíró parciális differenciálegyenletek megoldási módszerei két alapvető osztályba, az analitikus és numerikus módszerek osztályába sorolhatók. Természetesen bármely konkrét eredményt adó számításban mind analitikus, mind numerikus lépések szerepelnek. Míg azonban az analitikus megoldásokban egzakt formulák közelítő kiszámításáról van szó, addig a numerikus módszereknél a megoldást eleve közelítő formában keressük.

Analitikus megoldás kevés modellre ismert, közülük legfontosabb a párhuzamosan rétegzett feltér, melynek a változók szétválasztásával történő megoldása régóta ismert.

Numerikus módszerek, pl. a véges differenciák módszere, vagy a variációs módszerek tetszőleges modellre felírhatóak, és az ismeretlen függvény együtthatóinak meghatározása egy nagyméretű lineáris egyenletrendszer megoldásához vezet. Túl azon az elméleti problémán, hogy valóban a megoldást közelítjük-e, további gyakorlati korlátozást jelent – akár a legnagyobb teljesítményű számítógépekre gondolva is – az ismeretlenek számának növelhetősége, így a gyakorlatban ezekkel az eljárásokkal is leginkább kétdimenziós szerkeze-

* M. Áll. Eötvös Loránd Geofizikai Intézet.

teket vizsgálnak. További nehézsége e módszernek, hogy a modell paramétereinek megváltoztatásakor mindig más és más egyenletrendszert kell felírni és megoldani.

Éppen ebben rejlik az analitikus megoldás nagy előnye, benne a paraméterek szabadon változtathatóak, a megoldást továbbra is egy és ugyanaz a formula szolgáltatja.

A jelen cikkben alkalmazott analitikus, komplex függvénytani módszer lehetőséget ad a párhuzamosan rétegzett alapesettől elütő, ahhoz képest hatót tartalmazó modell feletti elektromos tér meghatározására.

A módszer korlátja, hogy mind a forrás, mind a szerkezet két dimenziós, továbbá a fizikai parakmétere, azaz az ellenállások nem változtathatóak, csak egyetlen, a végtelen ellenállás kontraszt esete vehető figyelembe. Nagy előnye viszont, hogy igen egyszerűen számolható eredményt ad, és a geometriai méretek, valamint a forrás helyzete szabadon változtatható.

Egészében véve a félhenger feletti anomália ilyen módon való vizsgálatát alkalmasnak tartjuk arra, hogy eldöntsön egy sereg PM, FFG, VES és szelvényezés tervezésével és mérési eredményeinek kiértékelésével kapcsolatos kérdést.

A konform leképezések módszere

A komplex potenciál

Legyen $E=(E_x, E_y)$ síkbeli vektormező, melyre egy Ω tartományon teljesül, hogy

$$\operatorname{div} E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\operatorname{rot} E = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \tag{2}$$

Az (1) feltétel mutatja, hogy a $-E_y d_x + E_x d_y$ egy valós értékű $v(x, y)$ függvény teljes differenciálja. A $v(x, y)$ függvényt áramvonal függvénynek nevezzük, mivel szintvonalai az E vektor irányával esnek egybe. Valóban, egy ilyen szintvonal mentén

$$dv = -E_y d_x + E_x d_y = 0\,, \qquad \text{azaz} \qquad \frac{d_y}{d_x} = \frac{E_y}{E_x}\,.$$

A (2) feltétel viszont azt jelenti, hogy $E_x d_y + E_y d_x$ egy $u(x, y)$ függvény teljes differenciálja. Ez az u függvény az E vektormező valós potenciálfüggvénye, hiszen $du = E_x d_x + E_y d_y$-ból következik, hogy $\frac{\partial u}{\partial x} = E_x$, $\frac{\partial u}{\partial y} = E_y$ vagyis $E = \operatorname{grad} u$, így u szintvonalai az elvi potenciális felületek.

A $dv = -E_y d_x + E_x d_y$ és $du = E_x d_x + E_y d_y$ kifejezések egybevetéséből következik, hogy

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \qquad \text{és} \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}\,,$$

így az

$$f(z) = u(x, y) + i\, v(x, y) \tag{3}$$

komplex változós komplex értékű függvény reguláris. Ezt az f komplex függvényt nevezzük az E vektortér komplex potenciáljának. f regularitásából következik többek közt az is, hogy u és v szintvonalai ortogonális vonalrendszert alkotnak.

f segítségével könnyen kifejezhetők a különböző térjellemzők, pl.:

$$E = \frac{\partial u}{\partial x} + i\,\frac{\partial u}{\partial y} = \overline{f'(z)} \tag{4}$$

ahol a felülvonás konjugálást jelent, és

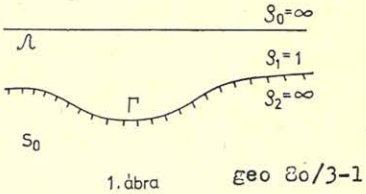
$$\int_c f'(z)\,dz = \int_c (E_x - i\,E_y)(d_x + i\,d_y) = \int_c E_x\,d_x + E_y\,d_y + i\int_c E_x\,d_y - E_y\,d_x =$$

$$= \mathrm{rot}_c\,E + i\,\mathrm{div}_c\,E\,. \tag{5}$$

A komplex potenciált meghatározó feltételek

Legyen a háromdimenziós tér féltere $\varrho = 1$ ellenállású vetővel kitöltve egy olyan Ω' tartományon, melyhez létezik egy olyan, a félteret kijelölő síkra merőleges S_0 sík, hogy az $\Omega = \Omega' \cap S_0$ síkbeli tartományra állított, S_0-ra merőleges egyenesek összessége kiadja Ω'-t. Ω'-n kívül szigetelő anyag van *(1. ábra)*.

Legyen az elektromos tér forrása egy a $Z_0 \in \Omega$ pontban S_0-ra állított merőleges egyenes, melyen a töltéseloszlás egyenletes.



1. ábra. A konform leképezések módszerével olyan háromdimenziós szerkezetek egyenáramú elektromos tere számolható, melynek egy adott egyenesre merőleges összes síkkal való metszete egy és ugyanazt, az ábrán látható típusú képet adja. Az ilyen szerkezeteket nevezzük kétdimenziósoknak.

Рис. 1. Методом конформного отображения может быть рассчитано такое электрическое поле постоянного тока трехразмерных структур, разрез которого всеми плоскостями, перпендикулярными к одной заданной прямой дают одну и ту же картину, видную на рисунке. Такие структуры называем двухразмерными.

Fig. 1. By means of the conformal transformation method the direct current electric field of threedimensional structures can be computed the intersection of which with any plane perpendicular to a given straight line furnishes the picture of the type shown on the figure. Such structures will be taken as being of two dimension.

Ekkor az S_0-lal párhuzamos síkokra vonatkozó szimmetriából világos, hogy $E_z \equiv 0$, ahol z a szerkezet csapásirányába mutat. Így tehát az elektromos teret leíró Maxwell-egyenleteket az $\Omega' \setminus \{z_0$ által adott egyenes$\}$ tartományra alkalmazva div $E = 0$ és rot $E = 0$, ami $E_z \equiv 0$ miatt (1) illetve (2)-re egyszerűsödik, így létezik az E teret leíró (3) alakú potenciálfüggvény.

Gauss tételét egy, a z_0-t körülvevő C kontúr által meghatározott egységnyi alkotójú hengerszerű testre alkalmazva (egységnyinek véve az e test belsejéeső töltésmennyiséget) (5) figyelembevételével kapjuk, hogy $\int_C f'(z)\,dz = i$.

Mivel $\Omega\,\Gamma$ határa maga is áramvonal (az áram ugyanis nem hatolhat Ω-n kívüli térrészbe), így a v függvényről mondottak értelmében

$Im\,f(z)$ állandó a Γ határ összefüggő görbéin.

Ha Ω korlátos, akkor ezen feltételek lényegében meghatározzák f-et, ha Ω nem korlátos, akkor f meghatározásához ismernünk kell a térerősség végtelenben való viselkedését, azaz a $\lim_{z\to\infty} \overline{f'(z)}$ Ω-tól és a határátmenet módjától is függő értékét.

Tehát az f potenciálfüggvényt a következő 4 feltétel együttesen határozza meg:

$$f \text{ analitikus } \Omega\backslash(z_0)\text{-on} \tag{6}$$

$$\int f'(z)dz = i \text{ ha } z \text{ belső pontja } C\text{-nek}$$

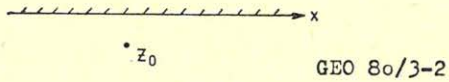
$$Im\,f(z)\ \Gamma \text{ komponensein (görbéin) állandó} \tag{8}$$

$$\lim_{z\to\infty} \overline{f'(z)} \text{ adott} \tag{9}$$

Homogén féltér tere

Legyen a fenti megfontolásokban szereplő Ω most az $Im\,z \leq 0$ félsík, és z_0 egy tetszőleges pontja *(2. ábra)*. (9) típusú feltételt kapunk abból a fizikai feltevésből, hogy egy z_0 középpontú, elég nagy sugarú körön a térerősség közelítőleg sugár irányú és állandó nagyságú. (7)-ben C-nek az r sugarú félkört választva a (9)-ben keresett határértékre kapjuk:

$$\int_C \overline{f'(z)}\cdot z \text{ korlátos, azaz } \overline{f'(z)} = 0\left(\frac{1}{z}\right). \tag{9'}$$



2. ábra

2. ábra. A homogén féltér kétdimenziós modellje

Рис. 2. Двухразмерная модель одногодного полупространства

Fig. 2. Twodimensional model of the homogeneous half-space

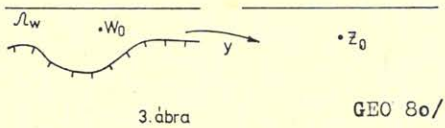
Ezek után könnyen ellenőrizhető, hogy

$$f(z) = \frac{1}{2\pi}\left[\ln(z-z_0)+\ln(z-\overline{z_0})\right] \tag{10}$$

eleget tesz (6), (7), (8) és (9')-nek így az $\overline{f'(z)}$ megadja a féltér vonalforrása áltakeltett elektromos teret.

A potenciálfüggvény meghatározása tartományok közti konform leképezések segítségével

Tegyük fel, hogy Ω_w egyszeresen összefüggő, határpontokkal bíró síkbeli tartomány, w_0 pedig egy tetszőleges pontja. $z = g(w)$ legyen egy olyan komform leképezés, amely Ω_w-t az $Im\, z < 0$ félsíkra képzi, és az Ω_w tartományhatárának g képe a félsík határa.



3. ábra. A g konform leképezés az adott tartományt a félsíkra, w_0-t z_0-ba viszi át.

Рис. 3. Конформное отображение g переносит данный интервал на полуплоскость w_0 и z_0.

Fig. 3. The conform transformation g transforms the given domain into the half space, w_0 into z_0

Jelölje f a (10)-ben szereplő függvényt, akkor az $(f \circ g)$ kompozíciófüggvény eleget tesz a (6), (7), (8) feltételeknek. Valóban, analitikus függvények kompozíciója is analitikus, (8) definíció szerint igaz, mivel g határt határba visz át.

(7) $(f \circ g)$-re való érvényessége a helyettesítéses integrálás szabályából következik, figyelembe véve, hogy g egy w_0 körüli zárt görbét $z_0 = g(w_0)$ körüli C_z zárt görbébe visz át:

$$\int_{C_w} (f \circ g)'\, dw = \int_{C_w} (f' \circ g) \cdot g'\, dw = \int_{C_z} f'(z)\, dz = i\,.$$

Ilyen g leképezés azonban még nincs egyértelműen meghatározva, három valós paraméter előre megadható g-re vonatkozó feltételként. E paraméterek megválaszthatóak úgy, hogy $(f \circ g)$-re (9) típusú feltétel teljesüljön. Tehát g megadásával $f \circ g$ alakban megkapjuk a probléma megoldását.

Mivel Riemann konform leképezésekre vonatkozó alaptétele szerint ilyen g leképezés bármely fenti feltételeknek eleget tevő Ω_w tartomány esetén létezik, ezért ezzel a módszerrel bármely ilyen típusú feladat megoldható. A probléma lényegét éppen a g függvény előállítása okozza.

Párhuzamosan rétegzett, két réteges végtelen ellenállású aljzattal rendelkező modell elektromos tere

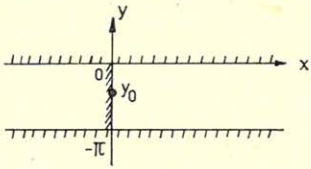
Legyen Ω a *4. ábrán* látható helyzetű félsáv, a forrás pedig helyezkedjék el az iy_0 $(-\pi \leq y_0 \leq 0)$ pontban. Ekkor a térerősség a forrástól távolodva állandó értékhez tart, vagyis $f \circ g$ egy $c \cdot z$ alakú aszimptotikus értékhez tart. Mivel a (10)-nél adott $\ln z$ alakú függvény, a g-re teendő (9) típusú feltétel most így néz ki:

$$g(\infty) = \infty \quad \text{és} \quad g = 0(e^w)\,. \tag{9''}$$

Ilyen, a félsávot az $Im\ z<0$ félsíkra leképző (9″)-nek eleget tevő g függvény a

$$g(w) = \frac{1}{2}(e^{w}+e^{-w}) = ch(w)\,.$$

Erre $g(iy_0) = \cos y_0$, azaz a forrás a félsík határának $\cos y_0$ pontjába kerül át.



4. ábra GEO 80/3-4

4. ábra. A kétréteges végtelen aljzatú szerkezet terének meghatározásához először a rajzon látható „félsáv" terét számoljuk ki.

Рис. 4. Для определения поля двухслойной структуры с бесконечной подошвой сначала рссчитываем видное на рисунке поле «полуполосы»

Fig. 4. For the determination of the field of the two layers structure with infinite basement first of all the field of the „half stripe" seen on the figure will be computed

Mivel felszíni forrás esetén a (10)-beli függvény $f = \frac{1}{\pi}\cdot\ln(z-z_0)$-ra egyszerűsödik, így a félsáv potenciálja $f\circ g = \frac{1}{\pi}\ln(chw-\cos y_0)$.

Ebből az I áramerősségű, ϱ ellenállású, H vastagságú teljes sáv komplex potenciálja a felszínhez illeszkedő koordinátarendszerben, tetszőleges w_0 pontbeli forrás esetén (a félsávról a sávra való áttérés esetén a térerősség a felére csökken):

$$p(w) = \frac{I\varrho}{2\pi}\ln\left[ch\left(\frac{\pi}{H}(w-Re\,w_0)\right)-\cos\left(\frac{\pi}{H}(Im\,w_0)\right)\right] \tag{11}$$

Így az $E_H(w)$ térerősség a (4) összefüggés alapján:

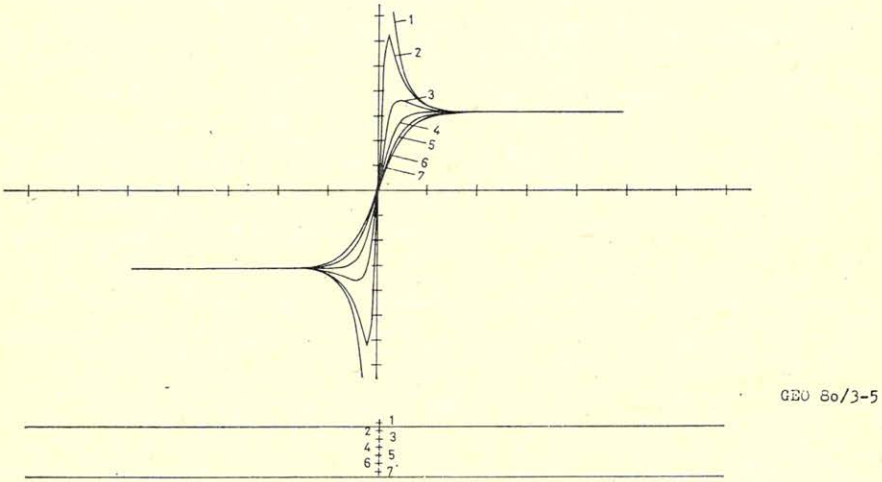
$$\overline{E_H(z)} = \frac{I\varrho}{2H}\,\frac{sh\left(\frac{\pi}{H}(w-Re\,w_0)\right)}{ch\left(\frac{\pi}{H}(w-Re\,w_0)\right)-\cos\left(\frac{\pi}{H}(Im\,w_0)\right)}\,, \tag{12}$$

illetve a felszínen $\overline{E(z)}$ valós, így a konjugálás elhagyható. A felszíni térerősség kiszámításához a forrás tetszőleges helyzete esetén valós értékű függvényeket kell kiszámolni, így ez kényelmesen elvégezhető bármely programozható, akár zsebméretű kalkulátoron is.

Az *5. ábrán* a felszínen kapott E térerősség irányított hosszából géppel rajzoltatott görbesereg látható, a forrás $\frac{i}{6} \cdot H (0 \leq i \leq 6)$ alakú különböző helyzeteinél.

Vizsgáljuk meg ezt a görbesereget! A forrás összes helyzetére érvényes, hogy a forrás felszíni vetületétől kb. $1{,}3H$-nál távolabb fekvő pontokban a térerősség már állandó, továbbá a felszíni forrás kivételével a forrás felett a térerősség értéke 0.

A forrás alsó négy helyzetéhez tartozó görbék monoton növekvők. Ahogy a középhelyzettől a forrás a felszín felé tart, úgy közelednek a szélsőértékek helyei a nullához, maguk a szélsőértékek pedig egyre nagyobb abszolút értékűek. Végül felszíni forrás esetén a görbének szakadása van.



5. ábra. A felszíni térerősségek $\frac{i}{6} \cdot H$ mélységű $(0 \leq i \leq 6)$ források esetén.

Рис. 5. Наземная сила поля в случае источников глубиной

Fig. 5. Surface field strengths for the case of sources with $\frac{i}{6} \cdot H$ depth $(0 \leq i \leq 6)$.

Félhenger feletti anomália

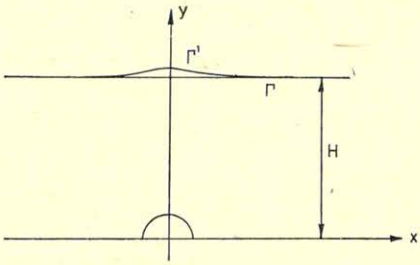
Most a fenti módszert egy, az irodalomban eddig más eszközökkel sem tárgyalt esetre alkalmazzuk.

A *6. ábrán* látható sávszerű tartomány alsó határolója a $(-\infty, -1)$ valós félegyenes, az egység sugarú, 0 középpontú félkör, és a $(+1, +\infty)$ félegyenes.

Ezt a görbét a

$$g(z) = z + \frac{1}{z}$$

leképezés a valós tengelyre képzi le. Amennyiben H nagy, a g leképezés a $\Gamma = x + iH$ egyenest közelítően önmagába viszi, mivel nagy z értékekre $\frac{1}{z}$ nullának tekinthető. Pontosabban vizsgálva a kérdést kimutatható, hogy az a Γ' görbe, melyet $g(z)$ Γ-ba visz át, Γ-tól legjobban a képzetes tengelyen különbözik, azaz Γ' a $\Gamma = x + iH$ és $x + \left[H + \frac{1}{H} - 0\left(\frac{1}{H}\right)\right]$ egyenesek közti sávban helyezkedik el.*



6. ábra GEO 80/3-6

6. ábra. Kétdimenziós modell az aljzatból kiemelkedő egyenetlenség által okozott anomália tanulmányozására.

Рис. 6. Двухразмерная модель для изучения аномалии, вызванной неравномерностью, выступающей из подошвы.

Fig. 6. Twodimensional model for the study of anomaly caused by a ground swell emerging from the basement

E végtelenben való viselkedését most az jellemzi, hogy megegyezik a H szélességű sáv terének végtelenben vett értékével.

Tehát ha p jelenti a sáv (11)-ben megadott potenciálfüggvényét, akkor a $(p \circ g)$-t képezve a Γ' által határolt tartomány elektromos terének potenciál függvényét kapjuk.

Azonban már $H > 2$ esetén a sávszerű Γ' által határolt tartomány keresztmetszete jelentősen lecsökken a kiemelkedés fölött kb. $H - 1 + \frac{1}{H}$-ra, és pl. $H = 4$ esetén Γ' kiemelkedése mindössze 0,23, vagyis a sáv szélességének 1/18-ad része, ezért $H > 2$ esetén a sáv teréhez képesti anomáliát döntően a félkör alakú kiemelkedésnek tulajdonítjuk; a Γ és Γ' közti különbséget elhanyagolható topografikus hatásnak tekintjük.

* Keressük, hogy mely z^* pontot visz a g leképezés az $a = x + iH$ alakú pontba. Erre $g(z^*) = z^* + \frac{1}{z} = a$, azaz $z^* = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - 1}$ Taylor sorfejtéssel kapjuk, hogy $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - 1} = \frac{a}{2} - \frac{1}{a} - 0\left(\frac{1}{a}3\right)$, azaz, hogy $z^* = a - \frac{1}{a} + 0\left(\frac{1}{a}3\right)$.

Tehát g az Ω tartományt leképezi a sávra, ami a konform leképezés módszerhez elég is, hiszen a sávot a félsíkra képező leképezés (10)-beli f-fel vett kompozícióját már (11)-ben kiszámoltuk.

A $g = z + \frac{1}{z}$-vel képzett $p \circ g$ a végtelenben valóban úgy viselkedik, mint p: $(p \circ g)'(\infty) = p'(g(\infty)) \cdot g'(\infty) = p'(\infty)$, mivel $g(\pm\infty) = \pm\infty$ és $g'(\infty) = 1$

Tehát a félhenger alakú kiemelkedéssel bíró aljzat elektromos tere

$$E(\overline{_\cap_})(z) = E_H(g(z)) \cdot \overline{\left(1 - \frac{1}{z^2}\right)} \tag{13}$$

ahol E_H a (12)-ben szereplő kifejezés, melyben w helyébe $g(z)$-t, w_0 helyébe $g(z_0)$-t állítunk.

A (13)-as függvény kiszámítása komplex aritmetikát követel meg, de így is minimális gépi kapacitást igényel a térerősség különböző pontokban való kiszámítása. A (13)-as formula alapján számoló program egy HP 9845 S jelzésű, Basic nyelven programozható, plotterrel ellátott kalkulátoron lett megvalósítva, és a mellékelt ábrák mind e program outputjai. Egy görbe kiszámolása és kirajzolása átlagosan 30 másodpercet vesz igénybe.

A 7. *ábrán* a térerősség értékeket a két réteges alapmodellel való normálás után tüntettük fel, a kiemelkedés fölötti $(-5H, +5H)$ tartományban. A forrás a $-10H$-nyira levő felszíni pontban található, ami a figyelembe vett intervallum szempontjából már végtelen távolinak tekinthető, mivel a forrást a hatótól messzebb helyezve is ugyanezeket az értékeket kapjuk. A hányados a kiemelkedés fölött 1-nél nagyobb, ugyanakkor a kiemeledkés mellett 1 alá csökken.

A 7. ábrán a H vastagságot 1-nek véve adtuk meg a félhenger sugarait és ábrázoltuk a különböző nagyságú hatókhoz tartozó normált értéket. A megfelelő görbék maximum értékeit leolvasva és ezúttal a $H + \frac{1}{H}$ vastagságú sáv terével normálva, azaz a leolvasott értékeket $\left(1 + \frac{1}{H^2}\right)$-tel szorozva, mivel az anomália körüli térrészben ez a vastagség, az alábbi, a maximális anomáliát %-ban megadó táblázatot kapjuk:

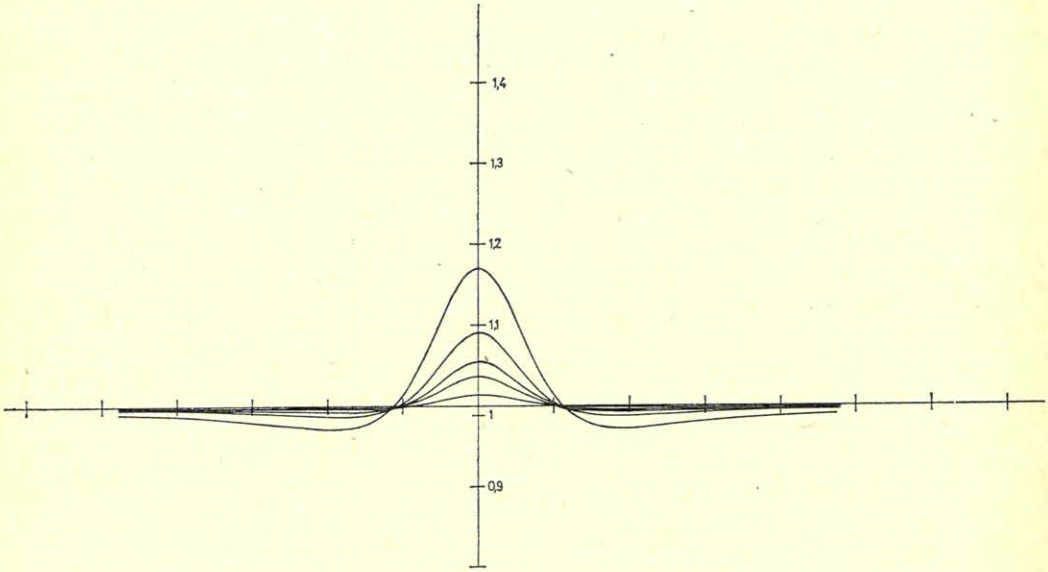
r	0,40	0,30	0,25	0,20	0,125	0,05
%max.	46	23	14	9	3	0,6

Tehát viszonylag kis anomáliát okoz az aljzat egyenetlensége. Ha 1,5%-os mérési pontosságot feltételezünk, akkor 1/8-nál kisebb sugarú kiemelkedés nem mutatható ki.

Vizsgáljuk meg mi történik, ha a felszíni forrással a hatóhoz közelítünk. A 8. *ábrán* ilyen görbesorozatot ábrázoltunk $r = \frac{1}{2}$-es, a 9. *ábrán* $r = \frac{1}{3}$-as esetben. A legélesebb leképződést elvileg a végtelen távoli forrásnál kapjuk, azonban a görbesereg azt bizonyítja, hogy a $2H$-nyira levő forrás is ugyanilyen

éles leképződést biztosít, sőt 1,5H-nál is csak minimálisan romlik a felbontóképesség. Ez például azt jelenti, hogy $AB = 3H$ esetén, pl. szelvényezésnél, az elrendezés még kitűnően érzékeli az aljzatot és egyenetlenségeit. Tovább közelítve a forrással a maximum pont mindinkább a forrással ellentétes oldal felé tolódik el. A forrás közelében az ábrázolt hányados a végtelen távoli forrás esetén kapott görbéhez viszonyítva mindig az 1-es érték felé tolódik el. Végül a ható fölötti forráshoz tartozó görbe szimmetrikussá válik.

Amennyiben az észlelést bizonytalanabbnak, 3%-osnak vesszük, akkor azt mondhatjuk, hogy pl. az $\frac{1}{2}$-es sugarú ható csak a $(-H, +H)$ intervallumon észlelhető, tehát amennyiben több egymástól $2H$-nál távolabb eső ilyen kiemel-

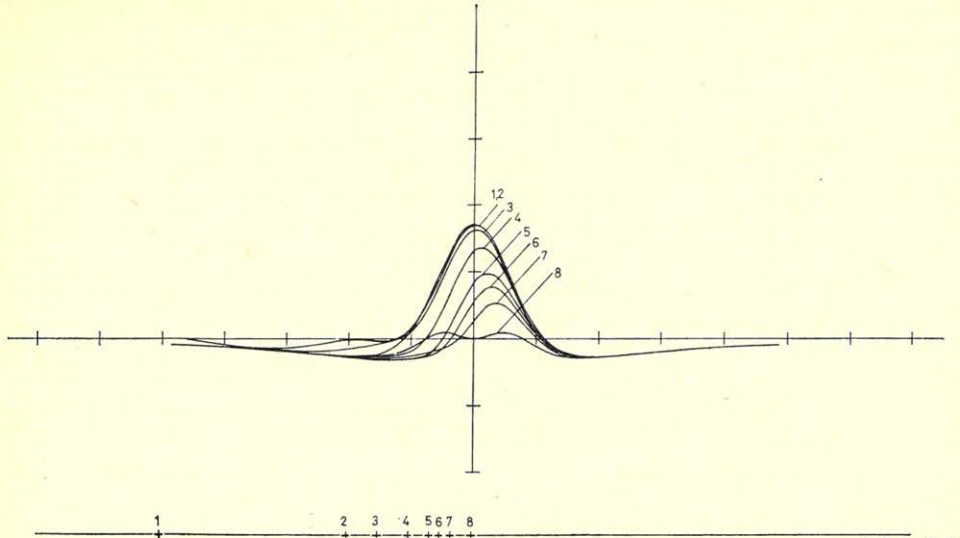


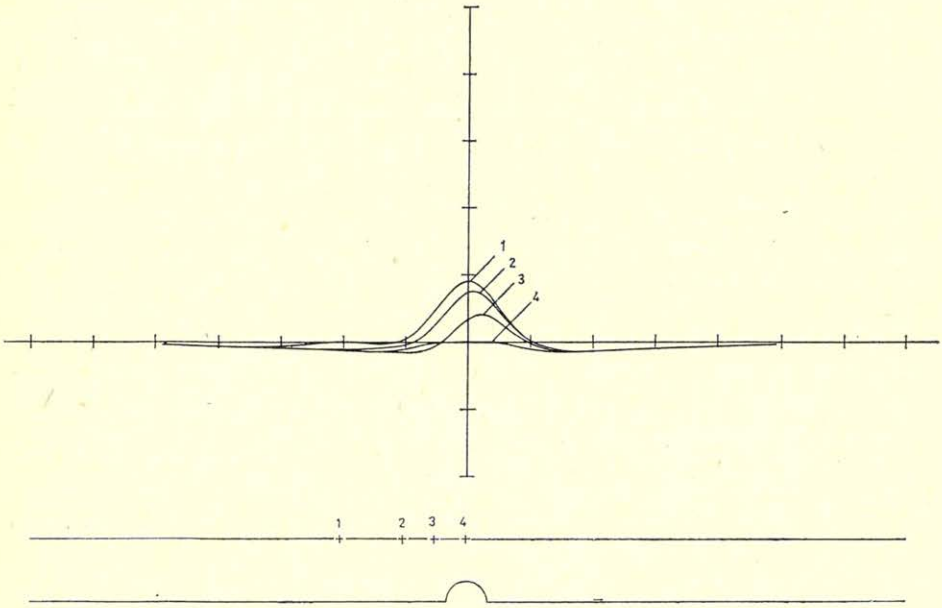
7. ábra. A felszíni $E(_\cap_)/E(___)$ hányados $r = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{20}$ nagyságú kiemelkedések esetén.

A forrása végtelen távoli pontban van, a rétegvastagság: $H = 1$

Рис. 7. Наземное отношение $E(_\cap_)/E(___)$ в случае поднятия величной $r = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{20}$. Источник находится в бесконечно удаленной точке, мощность пласта $H = 1$.

Fig. 7. The surface $E(_\cap_)/E(___)$ ratio in case of swells with $r = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{20}$.



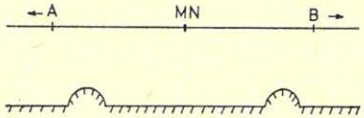


8. és 9. ábra Az $E(\overline{_\cap_})/E(\overline{\quad})$ hányadosgörbék különböző felszíni forráshelyzetekben; a kiemelkedés sugara r, a forrásnak a modell szimmetriatengelyétől való távolsága d.

Рис. 8. и 9. Кривые отношения $E(\overline{_\cap_})/E(\overline{\quad})$ при различном положении поверхностного источника; радиус поднятия г, расстояние источника от оси симметрии модели d.

Fig. 8. The $E(\overline{_\cap_})/E(\overline{\quad})$ ratio-curves for various source configurations; the radius of the swell is r, the distance of the source from the symmetry axis of the model is d

kedés van, úgy ezek hatása egymástól független, továbbá ekkor pl. egy *10. ábra* szerinti VES mérésnél a kapott VES görbe megegyezik a kétréteges térben mért VES görbével.



GEO 80/3-10

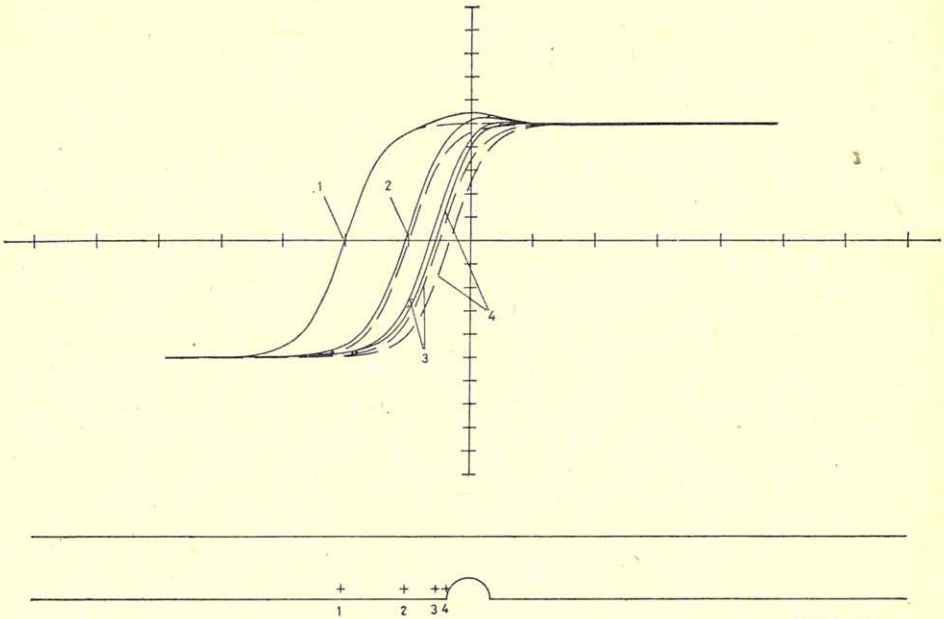
10. ábra

10. ábra. Az ábrán látható modell feletti VES mérésnél kapott görbe 3% pontossággal egybeesik a párhuzamos rétegzett tér fölött mért görbével

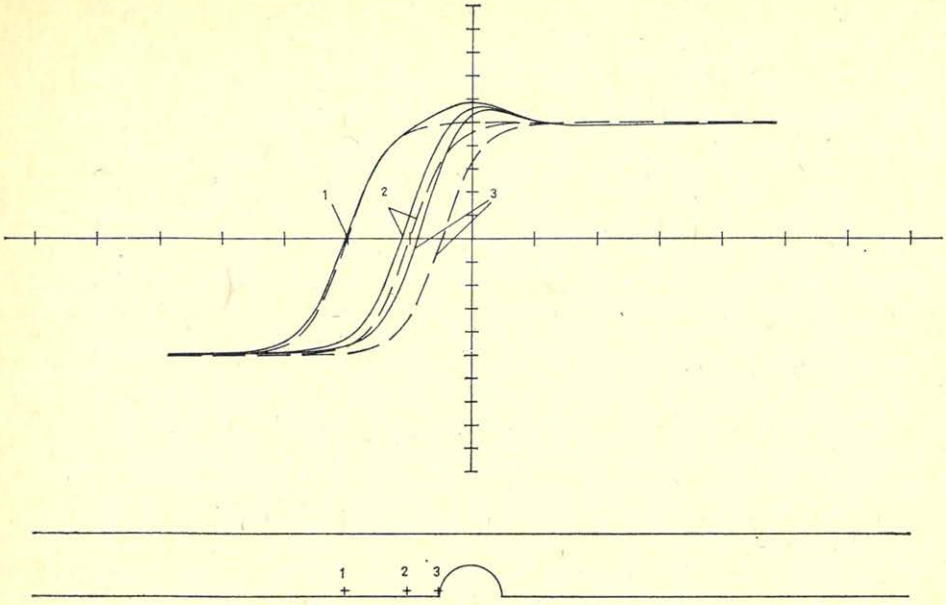
Рис. 10. Видная на рисунке кривая, полученная при измерениях ВЭЗ над моделью с 3% точностью совпадает с кривой, измеренной над параллельно слоистой пространством

Fig. 10. The curve obtained with a vertical electric sounding seen in the figure coincides with an accuracy of 3% with the curve measured over the parallel stratification

A *11.* és *12. ábrákon* süllyesztett források terét vizsgáljuk. Ahogy az 5. ábrán látható, a kétréteges modell tere a forrás felett 0. A kiemelkedés hatására viszont e 0 pont eltolódik, ezért ebben az esetben nincs értelme a két tér hányadosát képezni, mivel az túl nagy ingadozást mutat (szemben a felszíni for-



GEO 80/3-11



11. és 12. ábra. Szaggatott vonallal az E(‾‾‾‾), folyamatossal az E(_∩_) görbék láthatóak. *r* és *d* jelentése ugyanaz, mint a 8. és 9. ábrákon, *l* a forrás mélysége

Рис. 11 и 12. Пунктирной линией обозначены кривые *E*(‾‾‾‾), а непрерывной линией −*E*(_∩_), значение *r* и *d* такое же, как и на рис. 8 и 9, *l* – глубина источника

Fig. 11.. 12. Broken line represents curve *E*(‾‾‾‾), continuous line the curve *E*(_∩_). The meaning of *r* and *d* is the same as on Figs 8. and 9.; *l* is the depth of the source

rással, ahol a hányados a forráshoz tartva konvergál). Ez az oka annak, hogy a 11. és 12. ábrákon szaggatott vonallal szerepel a ható nélküli, folyamatossal az anomáliát mutató tér.

Ha a süllyesztett forrás 2 H-nál messzebb van, akkor nem kapunk élesebb anomáliát, mint felszíni forrás esetén.

Ha viszont a süllyesztett forrás közel kerül a hatóhoz, de nem fölé, hanem az ábrákon látható helyzetekbe, akkor az anomália élesebbé válik, de probléma, hogy milyen mennyiséggel mérjük ezt, mivel a hányados és különbségképzés interpretáció nem kielégítő.