

A diszkalkulia terápiájában alkalmazható képi problémareprezentációs stratégiákról

Szabó Ottilia

Fővárosi Pedagógiai Szakszolgálat 2. sz. Szakértői Bizottsági Tagintézménye
e-mail: ny.szottilia@gmail.com

Összefoglaló

A fejlődési diszkalkulia körül számos interdiszciplináris kutatás zajlik. A számolási zavar rendkívül összetett folyamatáról egyre többet tudunk. Az állapotot jellemző neurológiai, kognitív eltérés, a moduláris működések integrációjának sérülése igen komoly következményekkel járhat. Jelen tanulmány célja a diszkalkulia kezelésére kidolgozott Dyscalculine program terápiai elveinek rövid bemutatása, amely egy kidolgozott lépéssor. Különböző szenzoriális és perceptuális élményeket biztosít. Dominánsan kinezetikus és vizuális támogatás révén számképzetet alakít ki. A gyakorlatok prezentálásában a kulcs a képi problémareprezentáció folyamata, az oda-vissza fordíthatóság és a feladatmegoldási sor szisztematikus ciklusokra bontása. Célja előteremteni azokat a cselekvéses, dinamikus módozatokat, mely kognitív technikák egy matematikai helyzetben már önállóan felidézhetőek.

*„Szerencsére azt tapasztaljuk, hogy amikor megértünk valamit,
ami korábban titokzatosnak tűnt, a dolgok mögött rend,
formák és józan ész húzódnak meg.”*

B. H. Rivett, idézi Sydsæter és Hammond (2000. 323. o.)

A gyógypedagógia és határtudományai diszkalkuliakutatásainak következményei

A közelmúlt óta a fejlődési diszkalkulia jelenségének megfogalmazása, az arról való gondolkodás permanens változásokon megy keresztül – a definíció, a terminológia, az állapotmegismerés és a terápia egyaránt. Ennek is köszönhető, hogy ma még hiányzik a szakmai egyezményen alapuló fogalomhasználat. A diagnosztikus rendszerek hazai alkalmazásának kérdéseivel foglalkozó szakemberek is többféleképpen használják a fejlődési diszkalkulia fogalmát: a DSM-V. klasszifikáció alapján (DSM-V. 2013, 67) specifikus tanulási zavar számolás zavarral, de elterjedt a matematikai teljesítményzavar, számolási képességzavar megnevezés is, valamint még ma is létezik az aritmetikai zavar besorolás, a BNO 10 alapján.

Nemcsak a terminológia egységesítésével, a diszkalkulia definiálásával, hanem a kategóriák, alkategóriák konkretizálásával módosulhat azoknak a köre, akiket a diszkalkuliások közé sorolunk, és ez hatással lesz a terápia irányára és a terápiára szoruló populációra is. A diszkalkuliaállapot klinikai képét ma a megyei szakértői bizottságok a nemzetközi osztályozó rendszerek kritériumai mentén a diszkrepancia-vizsgálati szemlélet alapján az intellektuális és a matematikai képességek speciális vizsgálatával és összevetésével állítják fel (Cs.Polgárdi 2012). A diszkalkuliát „olyan szint alatti teljesítményként jelenítve meg, ahol az egyén a matematikában a tőle elvárt képességek szintje alatt kórosan elmarad (Dékány 1989)”. Ez Dékány szerint lehet a motorikus, a perceptív funkciók területén létrejött károsodás következménye, nem egyszer magyarázható a rövid távú emlékezet vagy a figyelem súlyos zavarával (Dékány 1989).

A folyamatos változások ellenére, a gyógypedagógia és határtudományai kutatásainak köszönhetően a jelenségről holisztikusan gondolkodunk. Az egyéni szükségletek meghatározására feltérképezhető, hogy melyek azok a számolásspecifikus és nem számolásspecifikus kognitív képességek,

amelyek működése érintett a folyamatban, és milyen akadályok jelennek meg általa az egyén és a környezete számára. A diszkalkulia megjelenésének formáját, méretét, kiterjedtségét a környezet nagymértékben befolyásolja, de nem képez oksági tényezőt (pl. családi szokások, fejlesztési módszerek) (F. Gönczi 2008).

Napjainkban az idegrendszer strukturális és funkcionális vizsgálatai egyre inkább hangsúlyozzák az eltérően fejlődő tér-vizuális rendszer és a számolási zavar közötti kapcsolat lehetőségét.

Magyarázata ennek több kutatás eredménye. A számok agyi feldolgozására és kezelésére magyarázatot adó modell a kognitív neuropszichológiából eredeztethető. A hármasszám kódolás modell (Dehaene 2003, Csépe 2005) három független reprezentációs formáját azonosítja a számoknak. A vizuális és verbális számreprezentáció és emellett az analóg nagyságreprezentáció együtt, de egymástól függetlenül működve teszi lehetővé, hogy a leírt, látott vagy hallott számokat, illetve a nagyságukat jelentésként fogjuk fel, és ezt egy mentális számmeggyenesítéssel rendezzük. Dehaene szerint a matematika alapjait képező fogalmaink között vannak elsődlegesek, amelyek velünk születettek. Ezek közül a számok, a tér, az idő, erős vizuális észlelést képviselnek. Elsődleges számolási képesség a szemmozgást sem igénylő és tér elrendezéstől függetlenül is lehetséges, kis mennyiségek esetében az azonnali azonosítás (a szubitizáció), illetve ezen mennyiségek összehasonlítása, a belőlük történő párképzés.

Dehaene szerint az erre épülő szimbolikus szabályrendszerek hosszú évezredekkel keresztül fejlődtek ki egy kulturális evolúció során.

A számlálás alapelveinek gyermekkori megértését is többen (Gelman és Gallistel's 1978) kezdték vizsgálni. Leírták, hogy a gyermekek számlálási készsége a tapasztalatokból leszűrt szabályszerűségek megértésével fejlődik, melyekben olyan implicit alapelvek jelennek meg, mint az

- *egy az egyhez kapcsolat*, azaz a megszámlálás közben egy és csak egy szó utal minden megszámlalható elemre, ahol
- *a 9. és a 10. elem szerepe kiemelt*, vagy
- *a kötött sorrend*, azaz a szavak sorrendje kötött bármely megszámlalható sorozat esetén,
- *a kardinalitás* elvének értése, azaz a számosságot a legutolsónak kimondott szó értéke meghatározza, vagy
- *az elvonatkoztatás*, azaz a számlálást nem befolyásolják a megszámlalható elemek tulajdonságai,
- *a kötetlen sorrend*, a számláláskor az elemek sorrendje irreleváns, nincs standard irány.

Különböző szenzoriális élményeknek egymással és a mozgással történő megfelelő integrációjának lényeges szerepét hangsúlyozza az iskolai készségek, többek között a számolás elsajátításához Ayres (1972, 1979). Állítása szerint, ha az észlelési és mozgási rendszerek összerendezettsége hiányzik, a vizuális folyamatok nem tudnak jól strukturált mintákat nyújtani a motoros tevékenység számára, oki hátterében a szenzoros integráció deficitjét látja. A gyermek kognitív fejlődése szempontjából jelentős a világról szerzett tapasztalat, melynek szintjeit Affolter modellje mutatja be (Csányi 2015) három fő kognitív területen és ugyanennyi fejlődési szinten. A taktilo-kinesztéziás, vizuális és auditív észlelés, figyelem és emlékezet segíti végigjárni a modális, intermodális és szupramodális szinteket, amelyek aztán az akadémikus skillek kialakulásáért, a megfelelő információfeldolgozásért felelnek.

A diszkalkulia értelmezéséhez – a számolás szempontjából – szükséges tudnunk, hogy milyen a tipikus fejlődés és milyen az atipikus. Erre is számos kutatás irányult az utóbbi években. A számolás kétéves gyermeknél elindul a preverbális szakasszal (melyet megelőz a kézfunkció adaptációja), a számolási viselkedés a családtagok megfigyelésével (Fuson 1988, Jármí 2013). A 3–4 éves gyermek egyenes irányban sorba rendez, és ujjain mennyiséget reprezentál. A számlálásból fejlődik ki az aritmetikai alap, amely 5–6 éves korban a számfeldolgozással és a mennyiségi invariancia megértéssel teremtődik meg. Később a formális, informális tanulás által továbbfejlődik a számfogalom, mert a számlálás megteremti a számokkal történő műveletvégzésre a lehetőséget. A prototípusokra való hasonlóság észlelésével összefügg a számlálás indulása. A halmazképzés, a számszavak elsajátítása és

az ujjakon történő számlálás még az iskolába lépést megelőzően lehetővé teszi a számok és a számtani műveletek megértését. Alsó tagozat végére az alapvető számolási készségek, képességek automatizálódnak. A számoláshoz nélkülözhetetlen a relációszókincs, melynek elsajátítása függ az érési folyamattól és a környezeti tényezőktől (Nagy 2004).

Tudjuk, hogy a gyermekre az additív és a multiplikatív gondolkodás jellemző, mely tapasztalatokból építi fel a számok és mennyiségek világát. A számolási feladatok nem az elvégzendő számolás miatt válnak nehezzé a tanuló számára, hanem az általuk kijelölt helyzet összefüggéseinek megértése révén (Nunes, Csapó 2011).

Ismérvek a diszkalkulia diagnosztikus folyamatában

A diszfunkciók detektálására a tipikustól eltérő fejlődés felismerése adta a lehetőséget, vagyis a funkcionális agyi működés integrációjának és az információk átkódolásának zavaraként definiált diszkalkulia (Márkus 2000) esetében felismerhető a több kognitív funkció sérüléséhez társuló moduláris működés (látás, hallás, tapintás) integrációjának sérülése. Az érkező vizuális és verbális input feldolgozása és output kivitelezése nehezített. A percepció, a térészlelés, a szenzo-, illetve vizuomotoros fejlődéscsökkenések következtében a numerikus kogníció, a numerikus látás zavart szenved, amely nehezíti a numerikus tények előhívását, a számrendezést. A mentális és írásban végzett műveletek végzéskor jelentkezik a szám-tény ismeretek előhívási, a stratégiaválasztás és tervezés hibái.

A fejlődési diszkalkulia esetében a korai időszaktól induló meglapobbodott vagy eltérően fejlődő funkciók egészen korán felismerhetők. A jelenség fejlődésének azonosítására a mozgásszerveződésben, a mozgásfejlődésben, a tér- és ritmusbeli tájékozódásban, időrend-feldolgozásban, valamint a kognícióban mutatkozó tünetek, tünetváltozások alkalmasak. A kognitív funkciók közül leggyakrabban a vizuális észlelés, illetve az emlékezetben különösen a szekvenciális és a munkamemória jelez, de az életkorral együtt megjelenhetnek a figyelemeltérés markánsabb tünetei. Gyakoriak a komorbid állapotok is, melyek súlyosbítják a klinikai képet. A funkciófejlődés eltérő üteme negatívan hat a számismeretre, a számfeldolgozásra, a matematikai fogalomépülésre, amely az életkor előrehaladtával az iskolai tevékenységkörökben is hátráltatóként jelenik meg. Nyilvánvaló következménye lehet a tanulási szituáción kívüli, mindennapi élethelyzetekben való boldogulásban megjelenő akadályozottság is (összefügghet a pénz bizonytalan kezelésével), és kísérheti a szociális státusz, az affektív és motivációs bázis gyengesége.

Az alacsony szintű számolási kapacitás a korai intervenció, a fejlesztés vagy az ún. számoló környezetben szerzett sokrétű tapasztalatok hatására nagy eséllyel alakul, és a motoros és kognitív folyamatok változhatnak. Ilyenkor esély van a fejlődési ütem gyorsulására, még akkor is, ha az érintett populáció a tüneti kép szempontjából heterogén.

Képi problémareprezentációs stratégia a diszkalkulia terápiában

A diszkalkuliaterápia preventív módon indítva óvodás korosztálynál kezdődhet. Eszköz- és módszertárát hazánkban elsősorban a gyógypedagógia szolgáltatja. Elvei között vannak gyógypedagógiai szemléletűek, ilyenek az apró lépések, a konkrét tétel, az operativitás elve. Ugyanakkor olyan paradigmák is meghatározzák a terápiás folyamatát, amelyeket az általános (reguláris) pedagógia vagy a pszichológia közvetít, ilyenek a homogén gátlás kerülése, a többes asszociáció elvei. A gondolkodásfejlesztésnek kiemelt jelentősége van a terápiában, mely a fejlődépszichológia axiómáinak (Piaget, Aebli, W. Stern, Bloom-féle taxonómia), illetve kognitív pszichológiai tézisek ismeretét feltételezi. A J. Bruner (1974) által levezetett reprezentációs szintek, a speciális „szenzomotoros” (a kognitív tudományban és fejlődépszichológiában használt szóval) enaktív szinttől indulnak. A tevékenységekből, tárgymanipulációkból jutnak el az ikonikus, vagyis képi szintig, végül a szimbolikus leképezésig. A vizuális és egyéb multiszenzoros érzéketeken keresztül megvalósuló ikonikus leképezést a perceptuális szerveződés szabályai irányítják.

A koncepcióra épülő kidolgozott terápiák egyike a Dyscalculine-program (Szabó O. 2015), amely a problémás működést fenntartó, leginkább a téri-vizuális funkciók fejlesztésére irányul az egyéni igényekre fókuszáltnak. Arra épít, hogy a különböző szenzoriális és perceptuális élményekkel – dominánsan kinezetikus és vizuális támogatás révén –, egymással történő megfelelő integrációjukkal a hibás matematikai, számolási strukturált minták korrigálhatók, az új minta stabilizálható, rögzíthető és értelmezhető.

A terápia megtervezését célzó állapotmegismerésbe bevonhatók a hat szinten mérő FDL szűrő- és vizsgálólapok, melyek a Dyscalculine-program részeként a fejlesztési és folyamatdiagnosztika eszköztárát képezik. A szűrő által meghatározhatók az intakt funkciók és a fejlesztendő, vagyis tervezhető az egyéni szükséglethez igazított terápia.

A terápiában egyértelműség jelenik meg a matematikai fogalom megragadhatósága tekintetében, a fogalmak, a fogalmi keretek megadása kevés verbalitással és alacsony absztrakciós szinten történik. Tevékenységre alapozott feladatadást megismételhetőség jellemzi.

A terápiához közel 40 féle, különböző szintekre kidolgozott Dyscalculine-számolólap is készült, kivágható eszközökkel.

A tevékenységhez a lépéseket a számolólapok feladatai adják. A gyermek a térben tevékenykedik azonos prototípusú tárgyakkal, és eközben észleli a mennyiségi tulajdonságokat. Kulcs a vizuális képzet kialakításának folyamatában az oda-vissza fordíthatóság, a megoldási folyamat szisztematikus ciklusokra bonthatása.

- A program koncepciójában a kiinduló elvek a következők: a formák, a színek, a felületek, a méretek tárgyasítani tudnak nehezen elképzelhető számadatokat, numerikus egységeket,
- a mennyiség ún. szabályos vizuális alakzatba elrendezve képként stabilan rögzülhet,
- csoportosítani, különbséget felfedezni térben, síkban, vizuálisan egyszerűbb, mint absztraktnak,
- a verbális és nem verbális információ egymásba integrálható.

A terápia előteremti azokat a cselekvéses, dinamikus modelleket, módokat – a halmazképzés, csoportosítás által –, mely kognitív technikaként egy analóg matematikai helyzetben felidézhető.

A program a mozgást, a mozdulatot, fogást és a saját testtel alakított struktúrát kapcsolja be a számképzet kialakításába, és az ehhez illeszti a képi-vizuális támogatást.

Az érzékelhető modalitások (auditív, vizuális, taktilis) a terápiában hangsúlyos szerepet kapnak. A különbözőképpen kapott inger kíséri a kinezetikus – karmozgásból, a kézmozdulatból –, megjelennek a saját testen kijelölhető egységek. Az ujjak, a tenyerek, illetve a karok alakzatai matematikai fogalmi struktúrákat képeznek. Az ujj/ujjak kisebb egységeket, a tenyér/tenyerek különböző alakzatai összetettebbeket jelentenek. Ehhez kapcsolódik a mozdulat, amelyet velük végez a gyermek: *koppint, hosszan simít, tenyérrel lecsap*. A mozdulat mellett vizuális képek reprezentálják a mennyiségeket. A képi problémareprezentálás jól követhető mintázatként segíti az értelmezést, és rögzülhet. Kezdetben pontos, később az absztraktabb módon és nagyobb elemszámot jelenít meg a mozgás.

Az erős verbalitás helyett a non-verbális inger a hangsúlyos, mely erősen hat a gondolkodásra és a problémaértésre. A gyermek a mozgás, mozdulat által érez, érzel, ehhez keres, illetve kap háromdimenziós (téri), valamint kétdimenziós (képi) ingereket. Összekapcsolja mindezt a saját teste által mozgott mintával, mintasorral, valamint egyeztetni a térben manipulálható tárgyakkal, és ezekhez választ még vizuális képi alakzatokat is, amelyek minden esetben matematikai tartalommal telítettek.

A terápiában használt paradigmákat több kutatás igazolta. Egyes szerzők álláspontja szerint a matematikai szituáció könnyebben megérthető, ha non-verbális tartalommal társul. A probléma-reprezentáció kifejezést Mayer, Hegarty (1996) írták le először mint megoldási eljárást. Ők arra használták ezt a kifejezést, hogy amikor a gyerek nem ismeri a végcélhoz, mint például az eredmény kiszámolásához vezető utat, akkor problémareprezentáló eljárást alkalmaz, vagyis a problémában

leírt szituáció megértésére és annak modellezésére törekszik. Így inkább ad helyes választ a feladatra (Kelemen 2004, 33). A problémaszituációban lényeges a kontextus, mert mindaddig problémát reprezentál egy feladat, amíg az nem rutinszerű vagy nem automatizált. A diszkalkulások számára szinte valamennyi matematikai szituáció problémaszituáció, tehát lényeges a modellezésük.

A diszkalkuliaredukációs folyamat előteremti azokat a módokat, amelyek alkalmasak a matematikai tartalomban megjelenő struktúra megértésére úgy, hogy egy analóg helyzetben felidézhető legyen egy, már ismert, hasonló matematikai szituáció, kontextus. A diák a problémát matematikára fordítja, a feladatmegoldás folyamatát ciklusokra lebontja, és le is rajzolja (akár felidézéssel).

Eysenk – Keane 1997-ben írták le (Pléh 1998) a vizuális képzet kapcsán azt, hogyha azt mondjuk például, hogy a könyv a polcon van, akkor el kell képzelni, azt is, ahogyan áll a könyv a polcon. Ezzel a külső (rajzos) reprezentációk és a belső (mentális) reprezentációk közötti interakció jön létre.

A matematikai kontextusok megoldásában a probléma jelentésének felismerése a legkreatívabb mozzanat, és a megoldás sikeressége a helyes reprezentálási stratégia megválasztásán múlik (Mayer és Hegarty 1998, Csíkos 2003, 37) – állapítják meg kutatók a szóveges feladatok kapcsán. Ugyanez a diszkalkulások számára is alkalmazható, ugyanis amikor alakzatokat rajzoltatunk a pontos és szimbolikus mennyiségekkel, akkor azok globális képként rögzülhetnek. A társuló verbális tartalom a non-verbálissal együtt könnyebben megérthető. A rajzokon keresztül megérthetővé válik a probléma. A kontextus szintje, ahogy a feladatot kapja a gyermek – ebben cél a mentális folyamatokat erősítése. A szimultán információfeldolgozás az egyszerre több jelen lévő ingerrel, annak transzferhatásával is elérhető.

Számfogalom-bővítés vizuális támogatással a terápiában

A diszkalkuliaterápiákban – akár prevenció jellegű, akár reeducációs – a számkörök nem feltétlen a tízes számrendszer logikáját követő bontásban jelennek meg. A számsor tulajdonságait megtapasztalja a tanuló a 10-es, 20-as, 30-as, 50-es, 100-as, 200-as számkörökben is, míg továbblép egy újabb felé. Korán bevezetésre kerülnek a számszavak, számjegyek, majd a számkörátlépésekkel párhuzamosan megjelennek a be- és felváltások a valódi, alaki és helyiérték-fogalom megértése érdekében. A becslések és a gyors – nem egyesével történő – számolások, valamint rovátkázással az egynél nagyobb különbséggel történő számlálások, illetve az azonnali azonosítások (a szubitizáció) egyre több elemmel valósulnak meg. A facilitált gyakorlási helyzetek akkor eredményesek, ha figyelembe veszik a távolsági és a mérethatást, vagyis eleinte kis mennyiségekkel, illetve kis különbségekkel történő matematikai struktúrákat alkalmaz. A nagyobb számokról tudott, hogy „zajosabbak”, esetükben a távolsági hatás érvényesül (Krajcsi 2010).

A mennyiségi gondolkodás, a matematikai tulajdonságok és viszonyok – a tízes számrendszer pozicionális tulajdonságainak – ismeretét igényli.

A terápiában fixálható képi alakzatokkal alakítható ki egy-egy számköri egység: egyes, tízes, száz, ezres stb. A tízes számkörben a korongházba lerakott korongkép alkot globális mintázatot, melyet képes rögzíteni és a hosszú távú memóriába „tenni” a diák. A kis négyszögekből összerakható tízes rúd és a belőlük felépülő száz, ún. tábla szintén globálisan rögzül, melyek eltérő színekkel (piros, kék, zöld) jelölve hamar differenciálhatók.

Csíkos – Szitányi – Kelemen írásában olvasható (2010), ahogy Berends és van Lieshout (2009) tanulmányukban kategorizálták a matematikai gondolkodást fejlesztő képeket. Négy rajzkategóriát határoztak meg: csupasz kép (ilyenek a szimbólumok), haszontalan, segítő (piktoriális) és lényeges információt tartalmazó ábrázolás. A diszkalkuliaterápiában hasznosak az általuk haszontalannak nevezett sematikus rajzok is, és azt itt nem említett kombinált képek, melyek ötvözik a piktoriális és sematikus elemeket. A jelöléseket a diákok hónapokig, évekig használják.

Kutatások bizonyítják (Bondesan és Ferrari 1991, Vincze 2003), hogy a gyengébb képességű tanulóknál jó segédeszköz a képi szemléltetés egy probléma megoldására. Bondesan és Ferrari

állítása bizonyításának konklúziója az volt, hogy a matematikai gondolkodásban a vizualizáció a flexibilis gondolkodásmód eszközeként szolgál. A terápiában szükségszerű, hogy értse és használja a tanuló a saját, illetve a kapott rajzot információszerezésre, információközlésre.

Az óvodás és iskolás/középisikolás korúaknál alkalmazott tárgy és kép a tevékenységben mindig matematikai tartalmat hordoz. Az optikai folyamat a fotószerű, olykor élethűtől a piktorialis és sematikus, szimbolikus felé halad. A terápia a kép lemásolható, összehasonlító vagy elemezhető tulajdonságait használja. Az operacionált, a végrehajtást segítő eljárásban a fogalomalkotást minden esetben megelőzi a vizualizációs gondolkodási síkon való bevezetés, melynek során a problémamegoldás lépcsőfokainak végigjárása a mintapéldák felhasználásával, a gyógypedagógus által modellezett szituációban indul és jut el a tanulói öntevékenységig, valamint az önálló munkáig, önellenőrzésig.

A procedurális-deklaratív tudás szintjén a deklaratív tudás (tartalomtudás) a tudni, mit, míg a procedurális tudás (műveleti tudás) a tudni, hogyan (Eysenck – Keane 2003). A terápia során a tanuló képes használni a képi információt, ami a „hogyan” által aktívvá válik. A műveletvégzés – a kognitív diszfunkciók miatt – mindaddig csak eszközszintű, amíg az egyediből nem általánosít a gyermek. Az algoritmikus és analógiás gondolkodás fejlesztésével a mechanikus megoldások elkerülhetők.

A stabil procedurális-deklaratív tudás csak az absztrakciós utak (tárgyi, képi, szimbolikus és modellalkotási szintek) bejárásával érhető el. Még a magasabb szintű kontextuális tudás (bármely tudás alkalmazása) a tudni miért, mikor, hol – szintén a szintről szintre haladva alakul ki. Ha „bejárja az utat” a gyermek, akkor elérhető az, hogy nemcsak kulcsszavakat keres, és azokból indul ki (mint a translációs stratégia alkalmazásakor), hanem képes a problémát matematikai szituációban modellezni.

Csíkos – Szitányi – Kelemen írásában olvasható (2010) az a matematikai szöveges feladatokkal végzett fejlesztőkísérlet (Van Meter, Aleksic, Schwartz és Garner 2006), amely a tanulók által készített rajzokat tanulást segítő stratégiai elemekként kezelte. A rajzok készítése hasznosnak bizonyult a problémamegoldó gondolkodás fejlesztése szempontjából. Jól láthatók a nemzetközi vizsgálatokból – amelyeknek vannak hazai követői is –, hogy bizonyítottan racionalizálható a gyermekek számára mindaz, ami téri-vizuális vagy képi. Akkor képes a fogalmat egyszerűbb szimbólumként megjeleníteni, számokkal, műveleti jelekkel felírni, strukturálni, ha már megelőzte a verbális, nonverbális tartalmak integrálása.

Vizuálisan reprezentált mennyiségi változások

A matematikai gondolkodás kritikus elemei (számfogalom, aritmetika, matematikai fogalmak stb.) a vizualizációval, az analógiával, a struktúrával és a gondolkodás reverzibilitásával könnyebben válnak értelmezhetővé. A terápiában a lépések adottak: a képi szintű funkcionális gyakorlási helyzetek jellemzően a folyamatok megértését, a feladatmegoldás szekvenciális modellezését segítik elő, és stabilizálják a szám- és műveleti fogalmat.

Azt a gyermek életkora, gondolkodási szintje fogja meghatározni, hogy milyen induló szinten kapja a feladatot. A kisgyermek gondolkodásából – J. Piaget szerint – hiányzik a természeti jelenségek törvényszerűségei iránti érdeklődés, ehelyett másfajta „sajátos gyermeki” oksági felfogás szerint magyarázza tapasztalatait, vagyis az oksági viszony szemlélete *prekauzális*. A logikus gondolkodást megelőző forma egyik jellemzőjének tekinti azt is, hogy *transzduktív* jellegű, vagyis az óvodás gyermek nem képes általános ítéletek felfogására, hanem közvetlen átmenet nélkül következtet egyes esetről, a másik egyes esetre. Ez a magyarázata annak, hogy kezdetben fotószerű és élethű képekkel, grafikákkal dolgozunk, amelyeknek pontosabb az információtartalmuk, így általuk a lényeges jegyek megragadhatóbbak. Az óvodáskorban a matematikai szituáció alapja a játék.

Az iskoláskorúaknál a kép már leginkább piktorialis és sematikus, amelynek lemásolható, összehasonlító vagy elemezhető tulajdonságaival dolgozik a gyermek. Eközben bevésődik a rajta szemléltetett információ.

A terápiában használt képek jellemzően csak fokozatosan sematizálódnak, és építenek a vizuális szeriális explorációra, vagyis arra, hogy a gyermek tudja, hogy minden kapott vizuális elemet egyszer vesz a pásztázás során számba.

Induló szinteken a manipulálható, kézbe adható, fogható tárgyak mellett korán megjelenik a tárgyról készült felismerhető körvonalrajz, sematikus rajz. Legkésőbb pedig az elvont szintű ábra (grafikon, táblázat). Kezdetekben, ha a kontextusból indulunk ki: pl. négy csibe megjelenik fotón, élethű grafikán, aztán sematikusán, a négy sárga színű körből a gyermek már fotó nélkül is a négy csibére asszociál. Vagy megfordítva, három barna pöttyöt tartalmazó kártya jelölhet három barna medvét, így párosítható két különböző kártya. Egyik inger előhívja a másik ingert.

A képi szint értelmezése történhet a különböző modalitások közti átkódolással is. Ilyen például, ha a hallott színszó hív elő egy vizuális képet, amely mennyiséget, matematikai tartalmat jelöl. Tudja a gyermek, hogy a hallott „két zöld” megnevezés az egyet érő zöld négyszögformából kettőt jelent, vagyis 2-t ír. Illetve a látott „három kék” kártyáról a tízet érő kék rúdra asszociál, és a 30-as számot mondja ki stb.

A műveleti fogalmat építjük a tárgymozgatással, a tárgylakással, egyik helyről a másikra áthúzással, mert ilyenkor változik a mennyiség.

A modellezhető, leképezhető manipulációból kiinduló, vizuális szinten kapott információ, tervezetten végigvihető a számlálás, a számolás és az aritmetika szintjein.

Abból kiindulva, hogy a formák, a színek, a felületek, a méretek tárgyasítani tudnak nehezen elképezhető adatokat, a vizuális támpontot random módon (a szubitizációt figyelembe véve), illetve oszlopban, sorban bontva, valamint korongképekbe elrendezve képként adjuk. A vizuális alakzatok – főként, ha szabályosak – a bontásokkal pontosan vésődnek be. Egyik ilyen módozat az 5-ös, a 10-es és a 20-as számkörökben használható korongképek korongházakba rendezve. A lerakás, visszaszedés iránya stabil sorrendű a képeken, és mindig balról jobbra növekvően rendezett.

Aritmetikai műveletek tervezése, végrehajtása, és a matematikai nyelvezet képi reprezentációja

A műveletek végrehajtásának folyamata dinamikus modellekkel, a lényeges tulajdonságok közötti összefüggések szemléltetésével rögzíthető. Minden numerikus számítási lehetőség különböző képi modellen, főként struktúrákkal (szabályszerű formák), mintákkal, alakzatokkal, ábrákkal megjeleníthető, amelyek által az egyes műveleti elemek közötti relációk megérthetők a gyermek számára.

A diszkalkulias gyermeknél nemcsak a számfogalom kialakítása során, hanem a komplex aritmetikai műveletek megtervezésénél és végrehajtásánál is szükséges az eljárások útvonalának bejárása, és a „lecsupaszított” matematikai fogalmak rögzítése. Ilyenkor, az induló szinteken különösen lényeges, hogy azt ismerős és elképezhető kontextusba helyezzük.

Alapelvek:

- a nagyobb különbség jobban szemlélteti a mennyiségi változást, így a különbség könnyebben megragadható (ezt az elvet csak egy fogalom bevezetésénél használjuk),
- az azonos karakterű dolgok összehasonlítása egyszerűbb, mint a különböző karakterűeké,
- a matematikai szimbólumokkal jelölés, helyettesítés, az absztrahálás, analógiákkal segíthető elő,
- a matematikai fogalmak automatizálása és differenciálása elősegíti a fogalom pontosítását,
- a dolgok tulajdonsága, hogy csoportosítható, rendezhető, hasonlítható, osztályozható.
- a nulla a mennyiség változatlanságát jelöli,
- két vagy több dologról megmondható, hogy azok egyenlők (ekvivalensek) vagy nem.
- a mennyiségek mozgatásával egyes esetekben megfordíthatók, vagy előfordul, hogy mégsem megfordíthatók,
- kivonásnál a hiány észlelése segíti a megértést, kezdetben valóban hiányzik az elem,
- a műveletek belátható összefüggések (érthető legyen az inverzió),
- a reláció mindig több elem között jeleníthető meg (kettő, három, négy elem stb. között is).

Az aritmetika alapja a halmazképzés, csoportosítás, rendezés, rendszerezés, melyek kognitív technikák. Ha a gyermek képes közös jegyeket találni, akkor képes lesz a mennyiségi invariancia megértésére, amelyből eljuthat a mennyiségi varianciáig, a növekedés és csökkenés szabályszerűségeiig (az összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás műveletekig).

Amíg nem minden esetben lényeges a számosság kialakításánál (kivétel: korongképek, számegyenes), addig a műveleti tevékenységekben kivétel nélkül a balról jobbra irány a preferált. A gyermek ún. alaplapokon – körülhatárolt területeken – tevékenykedik az egészlegesség élményét kapva. A manipuláció és a képi problémareprezentáció együtt jelenik meg.

A műveletvégzés matematikai szimbólumokkal balról jobbra irányban történik: $12+9=21$. Az összefüggések tervezett szemléltetése analóg feladatokkal (például az ugyanannyihoz adunk $(8+4; 8+5; 8+6)$, ugyanannyit adunk $(8+3; 18+3; 28+3)$, ugyanannyiszor adunk, vagy az ugyanannyival csökkentjük stb.) történik. Minden művelettípuson végig kell vezetni a gyermeket, a folyamatok megértését sémákkal segítve. A sémaképzés egyre több lépcsőből állhat. A bontások egy, a tízes átlépések több lépcsőből álló feladatok: $34+9=34+6+3$.

A vizuálisan bemutatott tartalmakhoz hozzárendelhetők az egyszerű aritmetikai és szabályalapú (kommutativitás, asszociativitás, inverzió) műveletek. Megérthető az, hogy az összeadás, kivonás vagy az összeadás, szorzás, vagy a szorzás, osztás belátható összefüggések. Érthető az $5-2=3$, és az $5-3=2$ között a kapcsolat, és eljuthat a gyermek a modell \leftrightarrow interpretáció \leftrightarrow kontextus értelmezésig.

Ilyenkor már maga is képes önálló feladatvégzésre, önellenőrzésre, önfejlesztésre. Tudása a metakogníció felé halad.

A diszkalkuliás gyerekeknek sokszor nehézséget jelent a matematikai fogalmak és legfőbb jellemzőik megtalálása. Neheztelt a lényeges, elsődleges jellemzők megtalálása, az alapvető absztrakt jelentés használata. Tevékenység közben a verbális információ, a következtetés és a konceptualizáció is alakítható. A csupán matematikai tartalmú (ilyen például a 9 több a 7-nél, kevesebb a 10-nél) lecsupaszított kifejezések könnyebben értelmezhetők, mint az összetettek. A matematikában gyakori névszói szó szerkezetek kiépítése (pl. 6 közelebb van a...) tevékenységgel történik. A gyermek csoportosít, rendez, különbséget fedez fel a térben, és a síkban, miközben matematikai tartalmú szinonimákat használ, főfogalmakba sorol, elsődleges tulajdonságokat határoz meg – kezdetben facilitálva –, majd egyre inkább csak a maga.

Néhány matematikakutató azt gondolja, hogy a gyerekek annál könnyebben tanulják meg a számokat, minél rendezettebben, logikusabban fejezi ki azt nyelv (Kevin F. Miller, David R. Parades 1998, Molnár 1999). Ez a kisebb számok esetében logikusan épül fel, csak a kerek tízesekre és a számszomszédokra szükséges több gyakorlási helyzetet tervezni. A többszörösen összetett, homogénebb számszavak, olyan, mint például a kettőezer-kilencszázkilencvenkilenc, már tartalom nélkül könnyen téveszthető. Az ilyen számszavakat úgy érthetik meg a diszkalkuliások, ha konkrét mennyiségként is szemlélik, vagy ezzel tevékenykednek, helyiértéktáblába rendezik, megnevezik az egységeit (egyes, tízes, száz, ezres) stb.

A tízes számrendszerben egy szám pozícióját tudatosítani kell. Minden 9. elem után egy újabb egység (egyes, tízes, száz, ezres stb.) következik, és a 10. elem beváltható egy újabb egységre, melyből szintén újabbak alkothatók más-más értékkel, más-más néven és más-más helyi értéként.

A terápia további előnye az, hogy a gyerekek kognitív fejlődésének elősegítése mellett, az ő affektív jellemzőit, tantárgyi énképét, motívumait is figyelembe veszi. Fokozatosan és egyszerűsítve, alacsony absztrakcióval vezeti be a matematikai tartalmakat. Így könnyen nyújt a feladathelyzet sikerélményt. Jellemzi az érdeklődésvezéreltség, vagyis figyelembe veszi, mit végez szívesen a gyermek: ő is javasol, ő is választ. A terápiában a sokoldalú, sokféleséget megjelenítő – játékosan is adható – képi reprezentáció egyénre, egyéni igényre szabottan jelenik meg mindvégig.

Összegzés

A Dyscalculine Programban a képi problémareprezentációk mint vizuális funkcionális számolási gyakorlási helyzetek jellemzően a folyamatok felbontását, ezáltal a megértését segítik. A számok

képekké alakításával a matematika speciális módon egyszerűsödik le a gyerek számára. A feladatmegoldás szekvenciális modellezésével a szám- és műveleti fogalom stabilizálható. Különböző szenzoriális és perceptuális élmények – dominánsan kinesztetikus és vizuális támogatás révén – a számképzetet nagy eséllyel alakítják ki. A gyakorlat prezentálásban a kulcs a képi probléma-reprezentáció folyamata, az oda-vissza fordíthatóság és a feladatmegoldási sor szisztematikus ciklusokra bontása. Célja előteremteni azokat a cselekvéses, dinamikus módozatokat, amely által a kognitív technikák egy matematikai helyzetben már önállóan felidézhetők.

A terápiás folyamat sikeressége a lépései tervezettségén áll vagy bukik. Mindig figyelembe kell venni a gyermek fejlődésének dinamikáját, amelyben a gyerek a környezet biztonságos védettségét élvezve próbálkozhat. Az utat, amin haladni képes, az aktuális fejlődési szint és a potenciális fejlődési szint közötti távolság megismerése adja – amit Vigotszkij a **legközelebbi fejlődési zónának** hív (Vigotszkij 1967, Kollár – Szabó). A fejlődéshez szükséges a kellő számú gyakorlási helyzet megteremtése.

Irodalom

- Bruner, J. S. (1974): *Új utak az oktatás elméletéhez*. Gondolat Kiadó, Budapest
- Csépe V. (2006): *Az olvasó agy*. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Csíkos Cs. – Sztányi J. – Kelemen R. (2010): Vizuális reprezentációk szerepe a matematikai problémamegoldásban. Egy 3. osztályos tanulók körében végzett fejlesztő kísérlet eredményei. *Magyar Pedagógia*, 110. évf. 2. szám, 149–166.
- Csíkos Cs. (2009): Mentális modellek és metareprezentációk matematikai szöveges feladatok megoldásában. Egy fejlesztőkísérlet elméleti alapjai. In Kozma T. és Perjés I. (szerk.), *Új kutatások a neveléstudományokban 2008*. MTA Pedagógiai Bizottsága, Budapest
- Csonkáné Polgárdi V. (2012): Ismertető a Diszkalkulia Pedagógiai Vizsgálatáról óvodás és kisiskolás korú gyermekeknél (1. rész). A Dékány–Juhász-féle diszkalkulia pedagógiai vizsgálat sztenderdizált változata. *Gyógypedagógiai Szemle*, 2012/4, 305–329.
- Dehaene, S. (2003): *A számérzék. Miként alkotja meg az emberi elme a matematikát?* Osiris Kiadó, Budapest, 229–298.
- Dékány J. (1989): Dyscalculia prevenció. Vizsgálat és terápia. *Gyógypedagógiai Szemle*, 16, 3, 203–212.
- Eysenck, M. W. – Keane, M. T. (2003): *Kognitív pszichológia*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest
- Farkasné Gönczi R. (2008): A diszkalkulia a gyógypedagógia és határtudományai aspektusából. *Gyógypedagógiai Szemle*, 2008/3, 204–214.
- Jármí É. (2013): *Alapvető számolási képességek tipikus és atipikus fejlődése – a számolási zavar diagnosztikája*. PhD-értekezés. http://www.ppk.elte.hu/file/Jarmi_Eva_disszertacio.pdf. Letöltés: 2017.10.26.
- Kelemen R. (2010): *A matematikai szövegesfeladat-megoldó képesség vizsgálata többségi és tanulásban akadályozott 9–13 éves tanulók körében*. PhD-értekezés, Szeged
- Kelemen R. (2004). Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan” matematikai szöveges feladatok megoldásában. *Iskolakultúra*, 11, 28–38.
- Krajcsi A. (2010): *A numerikus képességek zavarai és diagnózisuk*. http://sites.google.com/site/krajcsi/GYSZ_2010/2, letöltés:2017.10.25.
- Márkus A. (2000): A matematikai képességek zavarai. In Illyés S. (szerk.), *Gyógypedagógiai alapismeretek*. Budapest, ELTE Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Főiskolai Kar, 279–308.
- Márkus A. (2007): *Számok, számolás, számolászavarok*. Pro Die Kiadó, Budapest
- Mayer, R. E. – Hegarty, M. (1998): A matematikai problémák megértésének folyamata. In Sternberg, R. J. – Ben-Zeev, T. (szerk.), *A matematikai gondolkodás természete*. Vince Kiadó, Budapest
- Meixner I. (1988): *A dyslexia prevenció, reeducáció módszere*. Ranschburg Kollégium, Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Tanárképző Főiskola, Budapest
- Mesterházi Zs. (1999): A matematikai feladatmegoldások hibái. In Mesterházi Zs. (szerk.) *Diszkalkuliáról pedagógusoknak*. Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Tanárképző Főiskola, Budapest, 17–38.
- Molnár Gy. (1999) : A matematikai gondolkodás kérdései. *Új Pedagógiai Szemle*, Budapest, 232–235.
- N. Kollár K. – Szabó É.: Pszichológia pedagógusoknak. http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/2011_0001_520_pszichologia_pedagogusoknak/adatok.html letöltés: 2017. 10. 27.
- Nunes T. – Csapó B. (2011): A matematikai gondolkodás fejlesztése és értékelése. In Csapó Benő és Szendrei Mária (szerk.), *Tartalmi keretek a matematika diagnosztikus értékeléséhez*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 17–57.
- Nussbaum, A. M. (2013): *A DSM-5 diagnosztikai vizsgálat zsebkönyve*. American Psychiatric Association, Oriold és Társai Kft.
- Pléh Cs. (1998): *Bevezetés a megismeréstudományba*. Typotex Kiadó, Budapest
- Reményi T. – Rega S. – Gereben Fné: (2014): Szenzoros integrációs terápia alkalmazása a gyógypedagógiai fejlesztő munka gyakorlatában (1. rész), *Gyógypedagógiai Szemle*, 2014/4, 293–304.
- Sydsæter, P. – Hammond, K. (2000): *Matematika közgazdászoknak*. Aula Kiadó Kft., Budapest
- Szabó O. (2015): Dyscalculine program. Egy képi problémareprezentációs stratégia a diszkalkulia terápiájában. In *Fejlesztő Pedagógia*, 25. évf. 2014/5–6. 15–21.
- Szabó O. (1991): Egy dyscalculiás gyermek fejlesztési esélyeiről – a terápia egy lehetséges útja. In *Gyógypedagógiai Szemle*, 2. szám, 34–47.
- Vincze Sz. (2003): A matematikai képesség összetevőinek vizsgálata és kapcsolata az intelligenciával. *Magyar Pedagógia*, 103. évf. 2. szám 229–261.
- További írások a diszkalkuliáról szerzőtől: www.dyscalculine.com