

## KÍSÉRLET A KARSZTOS FELSZÍNEK DENUDÁCIÓJÁNAK KVANTITATÍV LEÍRÁSÁRA

Dr. Veress Márton – Dr. Péntek Kálmán

### ÖSSZEFOGLALÁS

A karsztos felszín denudációját (a későbbiekben csak denudáció) a szálkőzetet fedő mészkőtörmelékeny zóna darabjain végbement oldódásból vezettük le. (Ez az ún. II. zóna törmelékanyaga a szálkőzet oldódásával pótlódik.) Ennek a modellnek a matematikai leírására alkalmazzuk J.V. Dubljanskij által kifejlesztett differenciálegyenletet.

A számításokhoz szükséges paraméterek mennyiségének megadásával számítható valamely karszterület denudációjának a sebessége. E paraméterek (a kőzet töredezettsége, az  $\eta$  arányossági tényező, amely az időegységre jutó összbeszivárgási idővel arányos, valamint a  $CO_2$  produkció) felelősek a denudációért. Ezek változékonysága miatt a denudáció is igen változatos lehet, ezért nagy területekre értéke nem adható meg, hanem csak azokra a helyekre, ahonnan a paraméterek nagysága mérésrel meghatározott. Megmutatjuk, hogy a paraméterek értékeinek változtatása – miután ezek értékeire mérési adatokkal nem rendelkezünk – a denudációt milyen mértékben módosítja.

#### 1. A határfelületeken végbemenő oldásról

Jakucs L. (1980) szerint – saját (1978) és Balázs D. (1964, 1965) mérési eredményeit felhasználva – a töbrök kialakulásáért a talaj alatti korrózió a felelős. E folyamatban a mészkő repedezettségének determinálóan kell lennie, miután Jakucs L. (1971) szerint a mezozoikus mészkőeknek (ill. ezen belül a triász mészkőeknek) a karsztosodása – ahol a nyitott repedések száma a legnagyobb – a legjelentősebb.

A talaj alatti korrózió tanulmányozása során Zámbo L. (1986 a,b, 1987) úgy találta, hogy az oldás határfelületeken megy végbe. (Amely nem feltétlenül egységes felület, hanem pl. a törmelékdarabok felülete.) Modelljében a II. zónát talaj és málladéktakaróba ágyazódott kötöttmészkő, a III. zónát a repedezett szálkőzet jelenti (I. zóna a talaj). A II. zónában a törmelékdarabok felülete, a III. zónában a szálkőzet repedéseinek felületei azok a felületek, ahol a beszivárgó szénsavas víz az oldást végzi.

Miután a II. zóna törmelékdarabjai állandón oldódnak, a zóna anyagának alulról pótlódnia kell. Úgy gondoljuk a pótlást az teszi lehetővé, hogy a repedések felületén végbemenő oldás miatt az oldással kialakult hasadékok egyre nőnek, ezért közöttük a kőzet végül aprózódik. (A hasadékok mentén fellépő oldást vertikális, a kötöttmészkő felületén fellépő oldást horizontális oldásnak nevezzük.) Az elmondottakból következik, a vertikális irányú oldás a II. zóna anyagának utánpótlását biztosítja. A horizontális oldás – miután a kötöttmészkő felületéről történt leoldódás anyaghiányt eredményez – pl. valamely karsztos mélyedés méretbeli (mélység és szélesség, ill. mindkettőt együttesen) növekedését eredményezi.

lők felületéről történt leoldódás anyaghiányt eredményez – pl. valamely karsztos mélyedés méretbeli (mélység és szélesség, ill. mindkettőt együttesen) növekedését eredményezi.

Balázs D. (1969) laboratóriumi körülmények között végzett a mészkő korróziójára méréseket. Miután talaj alatti mészkőzúzalékon szivárogtatott át vizet, a horizontális oldódás egy leegyszerűsített változatát vizsgálta. A kísérlet egyik eredménye az volt, hogy 160 cm-es köztörmeléken (ahol az egyes darabok diónagyságúak voltak) az átszivárgó víz telítődik. Miután a vízkeménység a kilépésnél csökkent, lassúbb vízszivárgásnál a törmelék zóna alsó részénél megkezdődött a mészkiválás. Sajnos ez a törmelékvastagság a természetben nem tekinthető mérvadónak a tekintetben, hogy az oldóképesség milyen mélységig marad meg. Zámbo L. (1987) adatai szerint természetes körülmények között a kötöttmészkő közötti anyag, ahol újabb és újabb  $CO_2$  termeléssel kell számolni, számottevően módosíthatja annak a zónának a vastagságát, ahol még oldás folyik.

Valójában azonban azonos szénsav ( $CO_2$ ) mennyiség mellett is a telítődési szint más és más törmelékvastagságnál következik be, attól függően, hogy mekkora a törmelékdarabok nagysága. Kisebb törmelékdarabok esetén az összfelület nagy lesz, így az oldódás is gyorsabb, a telítődési szint kisebb leszivárgási mélységben alakul ki.

Azonban a II. zóna és III. zóna határa – függetlenül a II. zóna vastagsától – a leszivárgó oldatok telítődési szintjénél várható.

Ha ugyanis a leszivárgó oldat telítődési szintje a szálkőzet fölött helyezkedne el, törmelék nem keletkezhetne. A már meglévő törmelékdarabok felülete oldódna, így a leszivárgó oldatok telítődési szintje egyre mélyebbre helyeződve elérné a szálkőzet (III. zóna) felületét (ugyanis a törmelékdarabok részleges, ill. teljes beoldódása a szivárgó oldat útjának rövidülését eredményezi). A telítődési szint a szálkőzetben sem helyezkedhet el tartósan. Különben a törmelékképződés növekedése miatt a két zóna határa mindaddig eltolódna a telítődési szint felé, amíg azzal egybe nem esne, hiszen e szint alatt a szálkőzetbe oldóképes víz nem kerülhet.

Mindebből következik, hogy a telítődési szint és a II. zóna alsó határa között dinamikus egyensúly alakul ki.

Az egyensúly adott CO<sub>2</sub> produkció és adott összfelület (minél kisebb átmérőjű a II. zóna közettörmeléke, a zóna vastagsága annál kisebb lesz) mellett áll fenn, miután ezen tényezők megszabják a leszivárgó oldatok telítődési mélységét. Az egyensúly állandó változás mellett valósul meg. A II. zóna törmelékfelületének oldódása ugyanis a telítődési szint mélyebbre, a szálkőzet felé való tolodását eredményezi, ami törmelék keletkezésével jár.

A két zóna határa a telítődési zónával együtt úgy tolodik lefelé, hogy a szálkőzet fogy, a II. zóna vastagsága nem változik. Amennyi anyagából oldat formájában elszállítódik, annyi anyag keletkezik a III. zónából (szálkőzet) felaprózódással.

A II. zóna vastagsága adott helyen a CO<sub>2</sub> mennyiség-től továbbá a III. zónából keletkezett törmelékdarabok nagyságától függ. Előbbit az éghajlat és élővilág, utóbbit a közettani tulajdonságok (töredezettség) határozza meg.

Új egyensúly – és a két zóna eltolódásának új, a korábitól eltérő sebessége – alakul ki akkor, ha a CO<sub>2</sub> produkció ugrásszerűen megváltozik (pl. klímaválto-

zás). Ekkor a II. zóna vagy vastagodva vagy összezsugorodva gyorsan a telítődési szinthez simul.

## 2. A karsztos felszínek denudációjának matematikai modellje

Tekintsünk egy karsztos térszint és a törmelékes oldódó zóna egy ideális  $R$  sugarú gömb alakú darabját, amelyet  $v$  sebességű szivárgó oldat vesz körül. Az oldódási folyamatról feltesszük, hogy vizutánpótlásától függően szakaszosan stacionárius, az áramlás lamináris, s a környezettel termikus egyensúlyban van. Feltételezzük továbbá, hogy a kiválasztott törmelékdarabkának az oldódó zóna felső határtól mért  $x$  mélysége annak oldódása közben nem változik.

Feladatunk a gömb alakú törmelékdarab oldódásának matematikai leírása, azaz keressük az  $R = R(t)$  függvény explicit alakját. A karsztos oldódás *Dubljanskij J. V. (1987)* által adott általános egyenletét (eredményeit *Szunyogh G. 1987.* ismertette idehaza) a kiválasztott törmelékdarabokra alkalmazva a

$$(1) \quad - \frac{dm}{dt} = \frac{k_K \cdot k_T}{k_K + k_T} \cdot S \cdot (C_e - C_i)$$

egyenlethez jutunk, ahol

$m$  [kg] a törmelékdarabka felületéről leoldódott mészkő tömege,

$k_K$  [ $\frac{m}{s}$ ] a kémiai oldás sebessége,

$k_T$  [ $\frac{m}{s}$ ] a határretegben történő anyagtranszport sebessége,

$S$  [m<sup>2</sup>] a törmelékdarabka felszíne,

$C_e$  [ $\frac{kg}{m^3}$ ] a feloldott mészkő egyensúlyi koncentrációja,

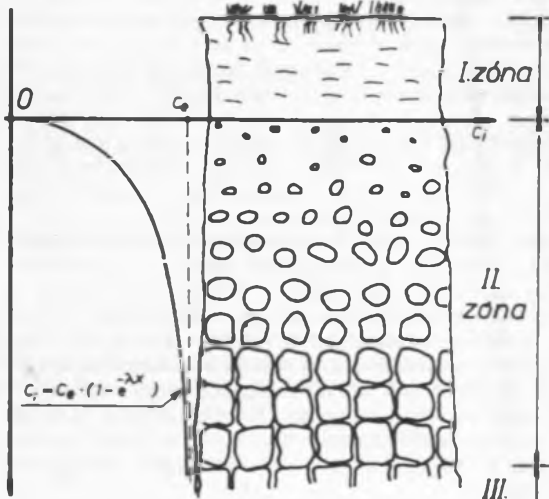
$C_i$  [ $\frac{kg}{m^3}$ ] a törmelékdarabka környezetében az áramló folyadék mészkő-koncentrációja.

A tapasztalatok szerint  $k_K, k_T \ll v$  továbbá az oldódó zóna felső határtól lefelé haladva a szivárgó víz  $C_i$  koncentrációja a fokozatos telítődés következtében növekszik. Feltételezzük, hogy a  $C_i = C_i(x)$  függvény explicit alakja

$$(2) \quad C_i = C_e \cdot (1 - e^{-\lambda x}),$$

1. ábra. A  $C_i = C_i(x)$  függvény

Fig. 1. Function  $C_i = C_i(x)$



Itt a  $\lambda$  azt fejezi ki, hogy az oldat lefelé haladva milyen ütemben közelíti meg telítődési szintjét. Tehát változása alapján telítődési görbe adható meg (1. ábra). A CO<sub>2</sub> produkció – ezt a telítődési ütemet meghatározza az alábbi módokon.

– Minél nagyobb a CO<sub>2</sub> produkció – amely főleg az I. zónában keletkezik – a telítődési görbe lefutása annál elnyújtottabb lesz, így a telítettségi szint (vagy közel telítettségi szint) a felszínhez képest annál nagyobb mélységű lesz. A II. zóna vastagsága, ahol az oldás végbemegy (adott törmelék nagyság mellett) így annál nagyobb lesz.

– Az oldat leszivárgása közben újabb és újabb CO<sub>2</sub> termelőhelyeket érint. Ezért a valóságban a telítődési görbék sokkal szabálytalanabb lefutásúak lehetnek, mint amilyen görbe az 1. ábra látható.

A telítődési görbe lefutásának megállapításához különböző mélységeken az oldat C<sub>i</sub> koncentrációjának a meghatározása szükséges.

Ha  $\varrho$  a mészkő sűrűsége,  $dR$  a gömb alakú törmelékdarabka sugarának változása  $dt$  idő alatt, akkor

$$(3) \frac{dm}{dt} = \varrho \cdot S \cdot \frac{dR}{dt}$$

amelyek felhasználásával az (1) egyenlet a

$$(4) \frac{dR}{dt} = - \frac{k_K \cdot k_T}{k_K + k_T} \cdot \frac{C_0 - C_i}{\varrho}$$

alakban írható fel. Ebből a (2) felhasználásával az

$$(5) \frac{dR}{dt} = - \frac{k_K \cdot k_T}{k_K + k_T} \cdot \frac{C_0}{\varrho} \cdot e^{-\lambda x},$$

illetve

$$(6) \frac{dt}{dR} = - \left( \frac{1}{k_K} + \frac{1}{k_T} \right) \cdot \frac{\varrho}{C_0} \cdot e^{\lambda x}$$

adódik.

Dubljanskij J.V. (1987) szerint a határrétegben az anyagtranszport sebességére érvényes a

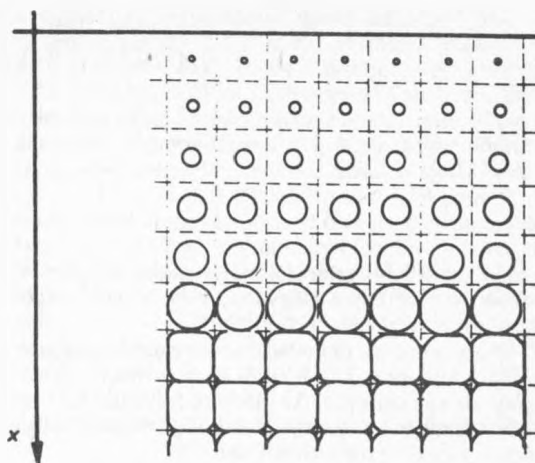
$$(7) k_T = \frac{85}{8} \cdot \frac{1}{d} \cdot \sqrt{D^2 \cdot v}$$

formula, ahol

$d$  [m] az áramlás útjában álló gömb alakú törmelékdarabka karakterisztikus mérete, itt most a gömb átmérője, azaz  $d = 2R$ .

$D$  [ $\frac{m^2}{s}$ ] a diffúziós állandó,

$v$  [ $\frac{m^2}{s}$ ] az áramló folyadék kinematikai viszkozitási tényezője.



2. ábra. Az oldódó zóna geometriai modellje

Fig. 2. Geometric model of solution zone

A (6) egyenlet a (7) felhasználásával a

$$(8) \frac{dt}{dR} = - \left( \frac{1}{k_K} + \frac{16}{85} \cdot \frac{R}{\sqrt{D^2 \cdot v}} \right) \cdot \frac{\varrho}{C_0} \cdot e^{\lambda x}$$

formában írható fel. Ebből a  $t = t(R)$  függvény explicit alakja integrálással kapható meg:

$$(9) t = - \frac{\varrho}{C_0} \cdot e^{\lambda x} \int_{R_0}^R \left( \frac{1}{k_K} + \frac{16}{85} \cdot \frac{R}{\sqrt{D^2 \cdot v}} \right) dR,$$

itt  $t=0$  esetén  $R=R_0$ , vagyis az oldódási folyamat kezdetén a törmelék gömb kezdeti sugara  $R_0$ . Az integrálás zárt alakban elvégezhető:

$$(10) t = \frac{\varrho}{C_0} \cdot e^{\lambda x} \cdot \left( \frac{R_0 - R}{k_K} + \frac{8}{85} \cdot \frac{R_0^2 - R^2}{\sqrt{D^2 \cdot v}} \right)$$

Ezután már rátérhetünk az adott karsztos térszín denudációs sebességének vizsgálatára. Tételizzük fel, hogy a mészkő töredezett, s a repedések rendszere három olyan ekvidisztáns párhuzamos síkrendszert alkot, amely síkrendszerek páronként egymásra jó közelítéssel merőlegesek. Másként szólva, a három síkrendszer a

szálkőzet felszínhez közeli tartományát egybevágó  $a$  élhosszúságú kockákra bontja (ez a valóságos helyzet leegyszerűsítése, ugyanis a törési síkok többnyire csak közelítően zárnak be egymással derékszöget). Az oldódás során ezen ideális kocka alakú törmelék darabkái legömbölyödnek, majd a kialakult gömbök oldódnak tovább. Mivel a lefelé szivárgó víz oldóképessége az oldódó zóna felső határatól lefelé haladva csökken, így az egyre mélyebben levő törmelékdarabok feloldódásának sebessége adott időpillanatban egyre kisebb. Ezért az oldódó zóna felső határatól lefelé haladva a törmelék-gömbök mérete egyre nagyobb, míg a zárt köbös térkitöltést el nem érik. (2. ábra)

A felszíni karsztos denudáció sebességének meghatározásához válasszuk ki a felülről lefelé növekvő törmelék-gömbök egy oszlopát. Az oldódási folyamat beindulásától számítva az oszlop legfelső gömbjének teljes feloldódásához a (10) formula szerint.

$$(11) \quad t_1 = \frac{\rho}{C_0} \cdot e^{\frac{1}{2}\lambda a} \cdot \left( \frac{a}{2k_k} + \frac{2a^2}{85 \cdot \sqrt{D^2 \cdot v}} \right)$$

idő szükséges, hiszen  $x = \frac{a}{2}$ ,  $R_0 = \frac{a}{2}$ ,  $R = 0$ .

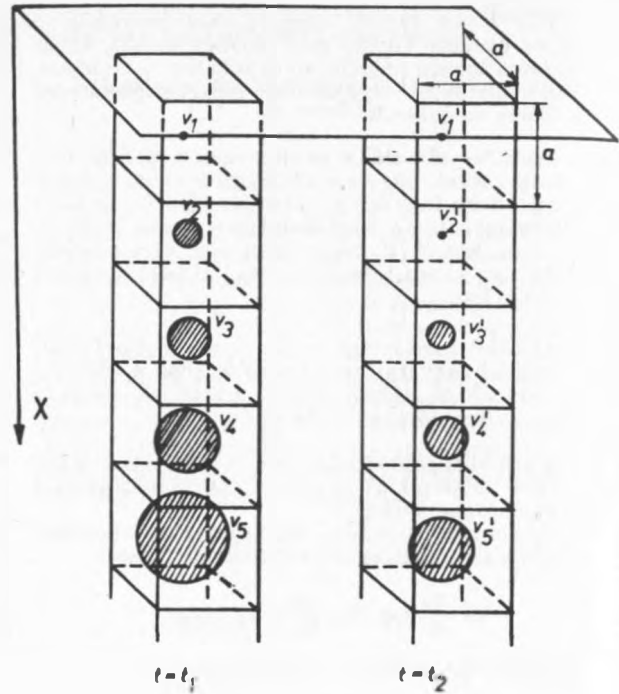
Az oldódási folyamat beindulásától számítva az oszlop felülről második gömbjének teljes feloldódásához a fentihez teljesen hasonlóan a (10) formula szerint

$$(12) \quad t_2 = \frac{\rho}{C_0} \cdot e^{\frac{1}{2}\lambda a} \cdot \left( \frac{a}{2k_k} + \frac{2a^2}{85 \cdot \sqrt{D^2 \cdot v}} \right)$$

idő szükséges, mert  $x = \frac{3}{2} a$ ,  $R_0 = \frac{a}{2}$ ,  $R = 0$

A vizsgált gömbök oszlopának,  $t_1$  illetve  $t_2$  időpontbeli állapotát a 3. ábra szemlélteti. Vegyük észre, hogy a két állapot között jó közelítéssel csupán annyi az eltérés, hogy a  $t_1$ -beli gömboszlop a  $t_2$ -re  $a$  kockaélhosszal lefelé eltolódik. Ebből az is látható, hogy a  $\Delta t = t_2 - t_1$  idő alatt az oldódó zóna felső határa, s így a karsztos térszín felszíne is oly mértékben süllyedt, amennyi anyag ezen idő alatt kioldódott a gömboszlopból. Ennek  $\Delta V$  térfogata azonban a 3. ábra jelöléseit felhasználva könnyen meghatározható. A  $t_1$ -beli állapotban felülről lefelé haladva a gömbök térfogata  $V_1=0, V_2, V_3, V_4, \dots$  a  $t_2$ -beli állapotban pedig szintén felülről lefelé haladva,

$$V'_1 = 0, V'_2 = 0, V'_3 = V_2, V'_4 = V_3, \dots$$



3. ábra. Az oldódó zóna egy gömboszlopának állapota  $t_1$ , illetve  $t_2$  időpillanatban

Fig. 3. State of a spherical column in the solution zone at dates  $t_1$  and  $t_2$

$$\begin{aligned} \text{Így} \quad \Delta V &= (V_1 - V'_1) + (V_2 - V'_2) + \\ &+ (V_3 - V'_3) + (V_4 - V'_4) + \dots = \\ (13) \quad &= (0 - 0) + (V_2 - 0) + (V_3 - V_2) + \\ &+ (V_4 - V_3) + \dots = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6} \cdot a^3 \end{aligned}$$

amelynek nagysága éppen egy  $a$  átmérőjű gömb térfogata. A (11), (12) és (13) felhasználásával a  $\Delta t = t_2 - t_1$  idő alatt kioldódó anyag  $\Delta V$  térfogata és a  $\Delta t$  időtartam hányadosaként az anyag kioldásának átlagos intenzitását kapjuk:

$$(14) \quad \bar{v} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot a^3}{6} \cdot \frac{C_0}{\rho} \cdot \left( e^{\frac{1}{2}\lambda a} - e^{\frac{1}{2}\lambda a} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{a}{k_k} + \frac{2a^2}{85 \cdot \sqrt{D^2 \cdot v}} \right)^{-1}$$

Ha a karsztos térszín  $\Delta t = t_2 - t_1$  idő alatt  $\Delta x$  értékkel süllyed, akkor a  $\Delta V = a^2 \cdot \Delta x$  felhasználásával a felszín átlagos süllyedési sebessége a (14) alapján:

$$(15) \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot a}{6} \cdot \frac{C_e}{\rho} \left( e^{\frac{1}{2}\lambda a} - e^{-\frac{1}{2}\lambda a} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{a}{2k_k} + \frac{2a^2}{85\sqrt{D^2 \cdot v}} \right)^{-1}$$

Mivel  $\Delta t$  idő elteltével az oldódó zóna is eltolódik lefelé annyival, amennyivel a felszín lesüllyed, így a (15) jó közelítéssel a karsztos oldódás beindulásától megegyezik végig a karsztos térszín süllyedési sebességével.

A (15) formulát elemezve láthatjuk  $\bar{v}$  adott helyen folyamatos oldó anyag utánpótlást feltételezve a kőzet töredezettségének  $a$  mértékéről, illetve az oldódó aktív zóna (II. zóna) vastagságával kapcsolatban levő  $\lambda$  értékétől függ. Ha a kőzet töredezettség, illetve az aktív zóna vastagabb, akkor a felszín süllyedése nagyobb.

Valójában az oldó anyag utánpótlása nem folyamatos, illetve a karsztos térszínre jutó víz egy része nem jut el az oldódó zónához. Így meghatározható az adott helyen egy  $\eta$  arányossági tényező ( $0 \leq \eta \leq 1$ ). Ha adott  $T_0$  idő, mondjuk egy év alatt  $t_0$  ideig kap beszivárgó csapadékvizet a vizsgált karsztos terület II. zónája, akkor az  $\eta$  arányossági tényezőt úgy értelmezzük, mint a  $t_0$  és a  $T_0$  idő hányadosa (viszonya), azaz:

$$(16) \eta = \frac{t_0}{T_0}$$

A (15) és a (16) formulákból megkaphatjuk a karsztos térszín denudációjának sebességét:

$$(17) v_\eta = \eta \cdot \bar{v} = \eta \cdot \frac{\pi \cdot a}{6} \cdot \frac{C_e}{\rho} \left( e^{\frac{1}{2}\lambda a} - e^{-\frac{1}{2}\lambda a} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{a}{2k_k} + \frac{2a^2}{85\sqrt{D^2 \cdot v}} \right)^{-1}$$

A (17) összefüggés alkalmas egy adott karsztos képződmény kialakulási idejének a meghatározására is. Ha ugyanis a karsztos térszínen található egy, a környezet-

hez képest  $h$  mélységű töbrő, amelynek aljzata  $v_1$ , a környezete pedig  $v_2$  sebességgel süllyed, akkor a töbrő jelenlegi kifejlődéséhez

$$(18) t^* = \frac{h}{v_1 - v_2}$$

idő szükséges, ami közben a korábban sík térszín töbrőt kialakító része  $h_1 = v_1 \cdot t^*$ , míg a környezetet kialakító része  $h_2 = v_2 \cdot t^*$  értékkel süllyed, s  $h = h_1 - h_2$ .

### 3. Karsztosodó terület felszíni denudációs sebességének számszerű becslése

Adott karsztos térszín esetén a denudációs sebesség tényleges meghatározásához *Dubljanszkij J.V. (1987)* nyomán felhasználjuk a következő összefüggéseket

$$(19) C_e = A_c \cdot T + B_c,$$

$$\text{ahol } A_c = 7,58 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}, B_c = 3,92 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, T = 281 \text{ K}$$

$$(20) k_k = A_k \cdot e^{-\frac{E_k}{R' \cdot T}},$$

$$\text{itt } A_k = 5,36 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, E_k = 5,41 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{mol}},$$

$$R' = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$(21) D = A_D \cdot e^{-\frac{E_D}{R' \cdot T}}$$

$$\text{ahol } A_D = 2,37 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, E_D = 1,46 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$(22) v = A_v \cdot e^{-\frac{E_v}{R' \cdot T}},$$

$$\text{ahol } A_v = 2,59 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, E_v = 1,46 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{mol}},$$

végül  $\rho = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  mészkő sűrűsége. A (20), (21), (22) összefüggések az Arrhenius egyenletek,  $R'$  az egyetemes gázállandó,  $E_k, E_D$ , illetve  $E_v$  pedig a virtuális empirikus aktiválási energia, amely a kémiai oldást, a diffúziót, illetve a viszkozitást jellemzi Sjørberg-Richard szerint.

A mészkő töredezettségét jellemző szomszédos párhuzamos törési síkok távolsága például a felső-triász karsztos kőzeteken Kovács Gy. (1979) adatai alapján  $a = 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

Itt jegyezzük meg, hogy a valóságos felaprózódásnál a szálközetről levaló törmelékdarab méretének a fenti érték jó közelítéssel csupán az alsó határa.

Az oldódási zóna vastagságával kapcsolatos  $\lambda$  meghatározható az adott karsztos terület megszendázásával Zámbo L. (1986 a) módszerével, illetve becsülhető is a következő módon.

Ha  $y$  jelöli az aktív oldódó zóna vastagságát, s feltesszük, hogy a rajta átszivárgó víz 99% telítettséggel lép ki belőle, akkor a (2) alapján

$$(23) \quad 0,99 \cdot C_0 = C_0 \cdot (1 - e^{-\lambda y}),$$

amiből

$$(24) \quad \lambda = \frac{2,3 \lg 10}{y}$$

adódik.

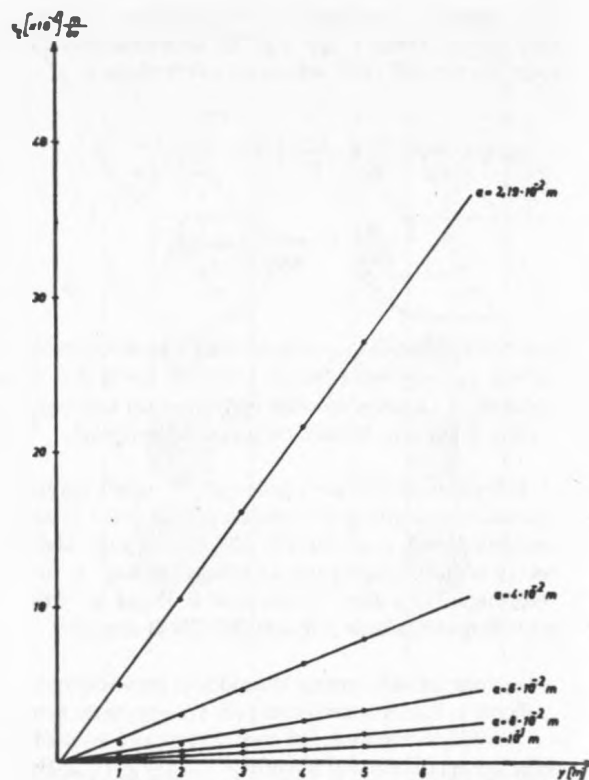
A (16) formulával értelmezett  $\eta$  arányossági tényező becsléséhez az 1 év alatti  $T_0$  összcsapadékhullási időből indulunk ki.

Ez a hárskúti és szombathelyi meteorológiai állomások néhány kiragadott évének adatai szerint Hárskútnál: 222 + 297 h (1986), 785 + 263 h (1987), 611 + 223 h (1988), 673 + 36 h (1988), 673 + 36 h (1989), ill. Szombathelynél: 452 + 139 h (1984), 418 + 126 h (1985), 480 + 103 h (1986), 787 + 197 h (1987), 560 + 119 h (1988), 575 + 25 h (1989) órának adódott. Az első szám az eső, a második szám a hó összhullási ideje. (Csak az 1 mm-nél nagyobb intenzitású csapadékhullási időket vettük figyelembe.)

A fenti adatokból a (16) alapján számított  $\eta$  arányossági tényező a valóságos értéktől számottevően eltérhet az alábbiak miatt.

– A fentebb közölt csapadékhullási összidőben a hóhullás időtartama is szerepel. Ettől az időtől teljes egészében azonban nem lehet eltekinteni, mivel a hóolvadás is beszivárgást eredményez. (Igaz ennek értéke számottevően függhet attól, hogy a felszín fagyott-e vagy sem.)

– Az 1 mm-nél intenzívebb csapadékhullás esetében sem indul meg azonnal a csapadék beszivárgás. Ennek kezdete függ attól, hogy a talaj vagy talaj alatti rétegek előzően mennyire itatódtak át. Valószínű, hogy a beszivárgott csapadék egy része a talajban tározódik, így a felszíni beszivárgásnál az I. zónából a II. zónába az átszivárgási idő kisebb lesz, mint egy-egy csapadékhullás időtartama.



4. ábra. A karsztos denudáció sebessége  $v \eta$   $\left[ \frac{\text{m}}{\text{év}} \right]$  mint a II. zóna  $y$  [m] vastagságának függvénye, adott  $a$  [m] törmelékátmérem esetén

Fig. 4. Rate of karst denudation  $v$  (in m per year) as function of zone II thickness  $y$  (m) in the case of a given debris diameter  $a$  (m)

Látható, hogy az  $\eta$  arányossági tényező csak méréssel határozható meg. A próbaszámításokhoz azonban az összcsapadékhullási idő alapján nagyságrendileg elfogadható  $\eta$  arányossági tényező értékekből indulhatunk ki. Miután az általunk gyűjtött csapadékhullási összidők 500–1000 h között szóródnak (valószínű, hogy a hazai karsztokon ezen adatoktól nagyságrendileg nincs eltérés) ezen időeknek a minimum körüli értékét ( $t_0 = 500$  h) tekintettük az  $\eta$  arányossági tényező meghatározásához maximális értéknek.

A számításoknál ezért  $t_0 = 100$ –500 h közötti időket vettük figyelembe (1. táblázat).

I. táblázat. A karsztos térszín átlagos denudációs sebessége  $V_{\eta}$   $\left[\frac{m}{\text{év}}\right]$ , mint az oldódó aktív zóna  $y[m]$  és az éves folyadék beszivárgási időt  $t_0[h]$  függvénye adott átlagos törmelékgömb átmérő az  $[m]$  mellett

$t_0[h]$ \ $y[m]$		1	2	3	4	5
$a = 2,2 \cdot 10^{-2} m$	100	$5 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$
	200	$10,0 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$
	300	$15,1 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$8,2 \cdot 10^{-3}$
	400	$20,1 \cdot 10^{-4}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$8,7 \cdot 10^{-3}$	$10,9 \cdot 10^{-3}$
	500	$25,1 \cdot 10^{-4}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-3}$	$10,8 \cdot 10^{-3}$	$13,6 \cdot 10^{-3}$
$a = 4 \cdot 10^{-2} m$	100	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$4,7 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$8,1 \cdot 10^{-4}$
	200	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$6,1 \cdot 10^{-4}$	$9,4 \cdot 10^{-4}$	$12,8 \cdot 10^{-4}$	$16,1 \cdot 10^{-4}$
	300	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	$14,2 \cdot 10^{-4}$	$19,2 \cdot 10^{-4}$	$24,2 \cdot 10^{-4}$
	400	$5,6 \cdot 10^{-4}$	$12,2 \cdot 10^{-4}$	$18,9 \cdot 10^{-4}$	$25,6 \cdot 10^{-4}$	$32,3 \cdot 10^{-4}$
	500	$7,0 \cdot 10^{-4}$	$15,2 \cdot 10^{-4}$	$23,6 \cdot 10^{-4}$	$32,0 \cdot 10^{-4}$	$40,3 \cdot 10^{-4}$
$a = 6 \cdot 10^{-2} m$	100	$5,6 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$
	200	$11,3 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$4,1 \cdot 10^{-4}$	$5,6 \cdot 10^{-4}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$
	300	$16,9 \cdot 10^{-5}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$6,1 \cdot 10^{-4}$	$8,3 \cdot 10^{-4}$	$10,6 \cdot 10^{-4}$
	400	$22,5 \cdot 10^{-5}$	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$8,1 \cdot 10^{-4}$	$11,1 \cdot 10^{-4}$	$14,1 \cdot 10^{-4}$
	500	$28,1 \cdot 10^{-5}$	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$10,2 \cdot 10^{-4}$	$13,9 \cdot 10^{-4}$	$17,6 \cdot 10^{-4}$
$a = 8 \cdot 10^{-2} m$	100	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$6,9 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$
	200	$5,8 \cdot 10^{-5}$	$13,9 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$
	300	$8,6 \cdot 10^{-5}$	$20,9 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$
	400	$11,5 \cdot 10^{-5}$	$27,8 \cdot 10^{-5}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$6,1 \cdot 10^{-4}$	$7,8 \cdot 10^{-4}$
	500	$14,4 \cdot 10^{-5}$	$34,8 \cdot 10^{-5}$	$5,6 \cdot 10^{-4}$	$7,6 \cdot 10^{-4}$	$9,7 \cdot 10^{-4}$
$a = 10^{-1} m$	100	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$6,9 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
	200	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$8,5 \cdot 10^{-5}$	$13,8 \cdot 10^{-5}$	$19,1 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$
	300	$5,0 \cdot 10^{-5}$	$12,7 \cdot 10^{-5}$	$20,7 \cdot 10^{-5}$	$28,6 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-4}$
	400	$6,7 \cdot 10^{-5}$	$17,0 \cdot 10^{-5}$	$27,6 \cdot 10^{-5}$	$38,2 \cdot 10^{-5}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$
	500	$8,4 \cdot 10^{-5}$	$21,2 \cdot 10^{-5}$	$34,4 \cdot 10^{-5}$	$47,7 \cdot 10^{-5}$	$6,1 \cdot 10^{-4}$
$a = 2 \cdot 10^{-1} m$	100	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$8,4 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$
	200	$5,1 \cdot 10^{-6}$	$16,8 \cdot 10^{-6}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$5,6 \cdot 10^{-5}$
	300	$7,7 \cdot 10^{-6}$	$25,1 \cdot 10^{-6}$	$4,4 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$8,3 \cdot 10^{-5}$
	400	$10,3 \cdot 10^{-6}$	$33,5 \cdot 10^{-6}$	$5,9 \cdot 10^{-5}$	$8,5 \cdot 10^{-5}$	$11,1 \cdot 10^{-5}$
	500	$33,2 \cdot 10^{-6}$	$41,9 \cdot 10^{-6}$	$7,4 \cdot 10^{-5}$	$10,6 \cdot 10^{-5}$	$13,9 \cdot 10^{-5}$

Az  $a$ ,  $\lambda$ ,  $\eta$  tapasztalt, illetve becsült adatai alapján próbaszámítást végeztünk a karsztos denudáció értékére  $a_1 = 2,2 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_2 = 10^{-2}$ ,  $a_3 = 6 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_4 = 8 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_5 = 10^{-1}$ ,  $a_6 = 2 \cdot 10^{-1}$  [m] repedezettség;  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 2$ ,  $y_3 = 3$ ,  $y_4 = 4$ ,  $y_5 = 5$  [m] oldódási zóna vastagság; s  $t_{01} = 100$   $t_{02} = 200$   $t_{03} = 300$   $t_{04} = 400$   $t_{05} = 500$  [h] évi csapadékhullási idő esetén. A számítások eredményét az I. táblázat és a 4. ábra mutatja.

Ha például  $y_1 = 5$  [m],  $y_2 = 1$  [m],  $a = 10^{-1}$  [m] akkor az I. táblázat felhasználásával  $h = 38,4$  [m] mély töbör életkora a (18) alapján  $t \approx 3,3 \cdot 10^5$  év.

Érdekes kérdés eredményeink összevetése Zámbo L. (1986 b) számításaival. Szerinte a karsztos denudáció jó közelítéssel az idő lineáris függvénye. A (17) formula szerint a  $V\eta = \text{konstans}$ , így a fentiekben ismertetett matematikai modell szintén egyenletes karsztos denudációt ír le.

Zámbo L. (1986 b) empirikusan meghatározta, hogy egy aggteleki dolina aljzatából évenként és négyzetméterenként hány gramm mészkő oldódik ki.

$$(25) \quad 0_1 = 30 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \text{ év}}$$

Ha a karsztos térszín süllyedési sebessége  $V\eta$   $\left[\frac{\text{m}}{\text{év}}\right]$ , akkor az 1 év alatt 1  $\text{m}^2$  területről kioldódó  $V_0$  [ $\text{m}^3$ ] térfogat számértéke  $V\eta$  számértékével azonos. Az 1 év alatt 1  $\text{m}^2$  területről kioldódó  $m_0$  [kg] mészkő tömegét megkaphatjuk az

$$(26) \quad m_0 = \rho \cdot V_0$$

alapján, ahol  $\rho$   $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$  a mészkő sűrűsége. A számítást  $y = 1$  [m] oldódó zóna vastagság és  $a_1 = 2,2 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_2 = 4 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_3 = 6 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_4 = 8 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_5 = 10^{-1}$ ,  $a_6 = 2 \cdot 10^{-1}$  [m]

repedezettség esetén végeztük el (a számítások eredményét a II. táblázat és az 5. ábra mutatja), ha  $t_0 = 100$  [h] éves vízbeszivárgást tételezünk fel.

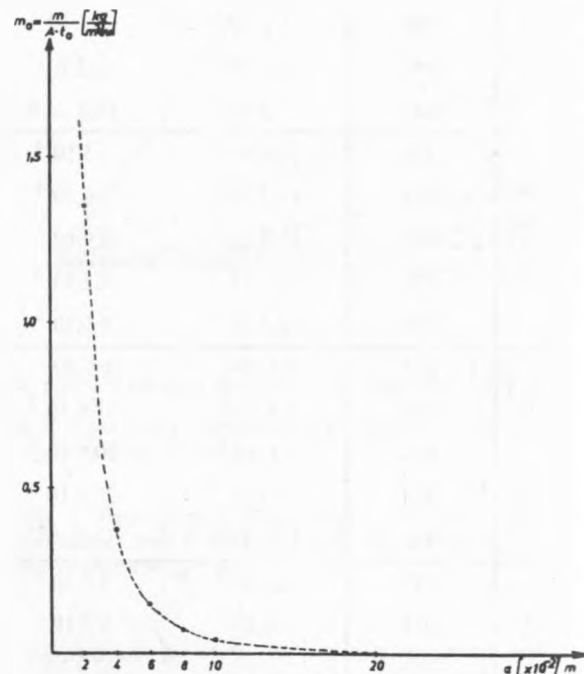
Megállapíthatjuk, hogy a kapott érték (II. táblázat) jó egyezést mutatnak a Zámbo L. (1986 b) által számított értékekkel. Így az általunk adott matematikai modell alkalmas lehet a karsztos területek denudációjának a megragadására.

#### 4. A felszíni denudáció értelmezése a modell alapján

A karsztos denudációt olyan horizontális oldódás eredményeként fogjuk fel, ahol a vertikális oldódásnak a folyamatban előkészítő szerepe van. Ennek a folyamatnak a legsajátságosabb formái a töbörök. Számos megfigyelési tapasztalat azonban azt valószínűsíti, hogy a vertikális oldás egyes karsztterületeken – egyelőre még ismeretlen okok miatt – uralkodóvá válhat. Ilyenkor

II. táblázat. A karsztos térszín 1  $\text{m}^2$  területről 1 év alatt kioldott mészkő mennyisége  $y = 1$  m oldódó zóna vastagság és  $t_0 = 100$  h éves vízbeszivárgás esetén.

a [m]	$m_0 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{év}} \right]$
$2,2 \cdot 10^{-2}$	1,355
$4 \cdot 10^{-2}$	0,375
$6 \cdot 10^{-2}$	0,152
$8 \cdot 10^{-2}$	0,078
$1 \cdot 10^{-1}$	0,045
$2 \cdot 10^{-1}$	0,007



5. ábra. A karsztosodó térszín 1  $\text{m}^2$ -ről 1 év alatt kioldott mészkő mennyisége  $m_0 = \frac{m}{At_0} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ év}} \right]$  mint a törmelékdarabok átmérőjének függvénye  $t_0 = 100$  h évi csapadékeszivárgás és  $y = 1$  m II. zónavastagság mellett

Fig. 5. Amount of limestone dissolved from one  $\text{m}^2$  in one year  $m_0 = \frac{m}{At_0}$  (kg per  $\text{m}^2$  per year) as function of debris diameter, with  $t = 100$  h annual precipitation infiltration and  $y = 1$  m zone II thickness



kürtök, oldásos hasadékok keletkeznek. Példaként említhetők erre a magashegységi karszterületek (Jakucs L. 1971), trópusi karszterületek (Ponton J.R. 1964, Moga J. 1982, Balázs D. 1984), vagy hazai karszterületek is, mint az Alsó-hegy (Sárváry J. 1970), vagy a Bakony-hegység (Veress M. 1982). Ha a karsztosodás kürtő fejlődésre vezethető vissza, a karsztos denudáció sebessége az eljárással nem számítható. Ugyanis a törési sík menteni leoldódás csak közvetve áttételesen okozza a felszíni lepusztulást, annyira, amennyire a felszínen is megjelenik a szélesedő kürtő vagy hasadék forma, ill. amennyire a kőzet felette beszakadozik.

Ha a karsztosodás a modellben kifejtettek szerint megy végbe a (17) képlet felhasználásával egy karsztos térszínrészlet denudációjának sebessége megadható, ha ismerjük azon a helyen a kőzet repedezettségét, az  $\eta$  arányossági tényezőt, valamint a  $\lambda$  paraméter értékét (amelyet együttesen a  $\text{CO}_2$  produkció és a II. zóna törmelékdarabjainak összfelülete határoz meg).

A denudáció nagysága az idő függvényében lineáris. A pillanatnyi sebesség annál nagyobb, minél repedezettebb a kőzet, minél nagyobb a  $\eta$  arányossági tényező és a  $\text{CO}_2$  produkció. Két paraméter nagyságának változatlanlansága esetén a harmadik paraméter értékének alakulásától függ a denudáció sebességének változása. Bármely paraméterre – a másik kettő változatlanlansága esetén – megadható az az érték, amely mellett a karsztos denudáció még végbemegy. Ezért pl. a  $\lambda$  és a  $\eta$  arányossági tényező változatlanlansága esetén a repedés gyakorisága szabja meg a denudáció sebességét. Az előző két paraméter nagyságának növekedése esetén viszont egyre kisebb repedésgyakoriság mellett is bekövetkezik a karsztos denudáció, ill. változatlan repedésgyakoriság mellett is nő a sebesség.

Az, hogy egyes helyeken a denudáció mennyire eltérő más helyekhez képest, a II. zóna jelzi. Minél vastagabb, pontosabban minél nagyobb a zóna törmelékének az összfelülete, a II. és III. zóna határa annál gyorsabban vándorol lefelé.

A denudációs sebesség hely-specifikus, minden helyen más és más, nem feltétlenül kell egybeesnie egy-egy karsztos képződmény határaival. Egy-egy ilyen hely nagysága, határa nem ismert. Függ a karszterület előtörténetétől és az ott uralkodó jelenlegi viszonyoktól.

Irodalmi adatok alapján (Balázs D. 1964, Jakucs L. 1971, 1980, Zámbo L. 1986 a, 1987) a specifikusságot elsősorban a  $\text{CO}_2$  produkciónak az igen bonyolult térbeli eloszlása okozza. Igen változatos eloszlású lehet a kőzetek repedezettsége is. Legkevésbé talán az  $\eta$  arányossági tényező nagyságának ingadozása várható a csapadék hullási összidők alapján, azonban a szivárgási viszonyok nagyon bonyolultan alakulhatnak mind a talajban, mind a törmelékes zónában. Valószínű azonban, hogy a két utóbbi tényező viszonylag nagy területű homogenitása alapvetően megszabja egy-egy karszterület sajátos arculatát, míg a  $\text{CO}_2$  termelés helyenkénti váltakozása az ezen belüli változékonyságot felelős.

A modell a karsztosodás minőségi változásait nem képes leírni. Tehát a számítással nem követhető nyomon az a folyamat, amikor egy karsztos térszínen a denudáció üteme az egyes helyek között egyre inkább differenciálódik (mélyedés képződik, amelyben anyag halmozódik, ezért a  $\text{CO}_2$  termelésnövekedés miatt tovább gyorsul a denudáció), amelynek eredményeként a karsztos térszín mélyedésekkel feltagolódik.

Alkalmas lehet viszont a felsorolt paraméterek ismeretében egy már kialakult karsztos forma valamely részén a denudáció nagyságának a számítására. Így ha valamely karsztos forma kialakulása óta a denudáció sebessége nem változott, a kialakulási kor is számítható.

Ha egy karsztos képződmény kialakulása óta klímaváltozás történt, akkor a denudáció sebessége is változik (mivel változik a  $\text{CO}_2$  produkció), ill. változik az  $\eta$  arányossági tényező nagysága is. Ha pl. egy töbr belsejében a jelenlegi denudációs sebességnél egy korábbi időszakban nagyobb is előfordult, akkor a töbr valóságos életkora a számítottnál kisebb.

A számítások megmutatják, hogy mennyire függ a szálkőzet repedezettségétől a karsztos denudáció mértéke. Így érthető, hogy miért elsősorban a nagyobb törés, repedésszámmal rendelkező kőzetek területén jelentősebb a felszíni karsztos formák gyakorisága. Valószínű azonban, hogy a repedésgyakoriság nem jelöli ki egyértelműen a törmelékdarabok nagyságát. A véletlenszerűen ható oldás (különösen kezdeti stádiumban) következtében nem minden repedés (törés) oldódik annyira, hogy egyúttal elvállási felület is képződjön. Ezért azonos töredezettségű mészkőnek is igen változatos nagyságú törmelékanyaga képződik, ami az egyéb denudációt befolyásoló tényezők egyezése esetén is, eltérő lepusztulási sebességet eredményez.

Dr. Veress Márton  
Berzsenyi Dániel Tanárképző Főiskola  
Szombathely  
Károlyi Gáspár tér 4.  
H-9701

Dr. Péntek Kálmán  
Berzsenyi Dániel Tanárképző Főiskola  
Szombathely  
Károlyi Gáspár tér 4.  
H-9701

## I R O D A L O M

- BALÁZS D. (1964): A vegetáció és a karsztkorrózió kapcsolata – *Karszt és Barlang*, 1. pp. 13–16.
- BALÁZS D. (1965): A karsztkorrózió általános kémiai vonatkozásai – *Karszt és Barlang*, II. pp. 51–61.
- BALÁZS D. (1969): Kísérletek a talaj alatti karsztos korrózióról – *Karszt és Barlang*, II. pp. 57–60.
- BALÁZS D. (1984): Exhumált trópusi öskarszt Laphina vidéken (Minas Gerais, Brazília) – *Karszt és Barlang*, II. pp. 87–92.
- DUBLJANSZKIJ J.V. (1987): *Teoreticeszköjemodelirovanije dinamiki formirovanija gidrotermokarsztovik plasztiej. Metodi i izucsenija gedogicseszküh ja lemij. – Novoszibirszk. p. 97–111.*
- MÓGA J. (1982): Karsztos toronyhegyek Nyugat-Malajziában – *Karszt és Barlang*, II. pp. 93–96.
- PONTON J.R. (1964): The Origin of the Limestone Hills of Malaya – *J. Trop Geogr.* pp. 134–139.
- JAKUCS L. (1971): A karsztok morfogenetikája – *Akadémiai Kiadó, Bp.*
- JAKUCS L. (1978): A magyarországi karsztok fejlődéstörténeti típusai – *Karszt és Barlang*, I–II. pp. 1–16.
- JAKUCS L. (1980): A karszt biológiai produktum – *Földt. Közl.*, 4. pp. 331–344.
- KOVÁCSGY. (1970): Töredezett, repedéses kőzetek szivárgási tényezője és átteresztőképessége – *VITUKI Közl.* 10. Bp.
- SÁRVÁRY I. (1970): A zombolygenetika kérdéseiről – *Karszt és Barlang*, I. pp. 5–14.
- SZUNYOGH G. (1987): A hévízes eredetű gömbfülkék víztükör alatti kioldódásának elméleti vizsgálata – *Karszt és Barlang*, I–II. pp. 29–31.
- VERESS M. (1982): Adatok a Hársküti-fennsík karsztmorfogenetikájához – *Karszt és Barlang*, II. pp. 71–82.
- ZÁMBÓ L. (1986 a): Karsztvörösaanyagok CO<sub>2</sub> termelése és a karsztkorrózió összefüggése – *NME Közl. I. sorozat, Bányászat*, pp. 125–138.
- ZÁMBÓ L. (1986 b): Paleomorfológiai rekonstrukció a karsztos oldódás intenzitásának mértéke alapján – *NME Közl. I. sorozat, Bányászat*, pp. 157–165.
- ZÁMBÓ L. (1987): A beszivárgó víz oldóképeségének alakulása a talaj- és a karsztosodó kőzet határfelületén – *Okutási Intézmények Karszt- és Barlangkutató tevékenységének II. Országos Tud. Konferenciája*, pp. 13–19.

## AN ATTEMPT TO A QUANTATIVE DESCRIPTION OF DENUDATION ON KARSTIC SURFACES

The denudation properties of karstic terrain are deduced from the solution observed on rocks of the limestone debris zone (zone II) overlying bedrock. The debris of this zone is derived from the bedrock (zone III) through the mechanism that joints are widened and parts left out of solution are broken off. The boundary between the two zones lies on the surface of the bedrock and coincides with the saturation surface of infiltrating waters. The rate the thickness of zone II is being reduced by solution is matched by recharge from zone III in the form of debris as the zone of saturation is shifting. Saturation level depends on CO<sub>2</sub> production, infiltration time and the total surface of zone II. The latter is controlled by the degree of jointing in the bedrock as dense jointing limits the size of fragments.

For the mathematical formulation of this model a differential equation developed by Y. V. Dublyansky has been employed. The resulting equation provides the rate karst denudation for a region in knowledge of the concentration of infiltrating solution, infiltration per time unit and the degree of jointing of the rock.

Starting from data available in or estimated from literature karst denudation was computed with input data of various rock jointing, infiltration time and thickness of zone II. The rates of denudation such received well correlate with measurements (Tables I–II.).