

Takács Márta

Újvidéki Egyetem, Magyar Tannyelvű Tanítóképző Kar, Szabadka
takacs.marta@nik.uni-obuda.hu

FUZZY KOGNITÍV TÉRKÉPEK

Fuzzy Cognitive Maps

Fuzzy („nejasne”) kognitivne mape

A fuzzy kognitív térképek a rendszerelemek közötti kapcsolatrendszeret írják le, egyrészt gráf formájában, másrészt olyan matematikai modellel, amely jól érzékelteti a rendszer-elemek kölcsönhatását. A kölcsönhatást az elemeket összekötő élek súlyozásával érzékeltetjük. Az éles értékek helyett alkalmazott fuzzy súlyok magukban hordozzák a rendszer bizonytalan viselkedésének megjelenítését és a kapcsolódó, a rendszer jövőbeli viselkedését előrejelző tanuló algoritmusok alkalmazását. Az esettanulmány a felsőoktatásban tanuló fiatalok előmenetelének becslésére ad modellt, az előmenetelt befolyásoló tényezők kölcsönhatását fuzzy kognitív térképpel modellezve és korábbi félévek adatbázisát felhasználva a tanuló algoritmusában.

Kulcsszavak: fuzzy kognitív térképek, rendszerelemek, gráf, matematikai modell

„Egy *dolog* annyira *egyszerű*, amennyire csak lehetséges, de semmivel sem *egyszerűbb*.”

(Albert Einstein)

FORMÁLIS TUDÁSBÁZIS-ÁBRÁZOLÁSOK

A XXI. SZÁZAD ELEJÉN¹

A számítástechnika rohamos fejlődésével a rendszerek viselkedését szimuláló modellek elméleti és gyakorlati háttérét támogató kutatások is nagy lendületet vettek. A tudásbázisok statikus kapcsolatrendszerének megjelenítése és a

Lantos Zoltán, Óbudai Egyetem, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar, lantos.zoltan@bkg.uni-obuda.hu

Schramm Norbert, Óbudai Egyetem, Alkalmazott Informatikai és Alkalmazott Matematikai Doktori Iskola, sramm.norbert@phd.uni-obuda.hu

¹ A kapcsolódó kutatásokat az OTKA105846 és OTKA106392 pályázati támogatás, továbbá a Vajdasági Tudományos és Művészeti Akadémia Intelligens rendszerek matematikai modelljei és alkalmazásai című pályázatának támogatása tette lehetővé.

dinamikus viselkedés matematikai modelljeinek kidolgozása egyaránt igényli és serkenti az olyan, még kiaknázatlan területeken az alkotó gondolkodást, mint a lágy számítási módszerek, az ontológiák vagy a kognitív térképek (SRAM 2012). Míg a XX. század utolsó évtizedeiben ezek a módszerek elsősorban a műszaki területeken jelentek meg az alkalmazásokban, addig a század utolsó éveiben és a XXI. század elején már a gazdasági, orvosi, sőt humán tudományok területén is kialakultak (és egyre több forrásból látjuk, alakulnak) erős grafikus megjelenítésű, matematikailag megalapozott, sőt szoftvereszközökkel támogatott modellek. Így azok érthetőek, kezelhetőek lesznek szélesebb körben is, és nem csak a matematikusok, számítástudományban jártas szakemberek számára. Természetesen egy működő gyakorlati modell kialakításához csapatmunka kell, ahol az érintett terület szakértőinek gyakorlati, mindennapi tapasztalatait a modellezés elméleti hátterét ismerő szakemberekkel együtt formalizálják (TAKÁCS 2012).

A fuzzy kognitív térképek (röviden FCM – Fuzzy Cognitive Maps) ötvözik az általános kognitív térképek és a lágy számítási módszerek eszköztárát. A rendszerben valamilyen szerepet betöltő tényezők, szereplők a rendszer elemi csomópontjai. Ha azok kapcsolatban állnak egymással, akkor őket irányított élek kötik össze. A rendszerelemek közötti kapcsolatrendszer egyrészt gráf formájában, másrészt olyan matematikai modellel írják le, amely jól érzékelteti a rendszerelemek kölcsönhatását. A kölcsönhatást az elemeket összekötő élek súlyozásával érzékeltetjük. Az éles (+ erősítő vagy - gyengítő) értékek helyett alkalmazott fuzzy súlyok magukban hordozzák a rendszer bizonytalan viselkedésének megjelenítését és a kapcsolódó, a rendszer jövőbeli viselkedését előrejelző tanuló algoritmusok alkalmazását.

A fuzzy kognitív térkép lényegében Robert Axelrod (AXELROD 1976) politikai kutató kognitív, politikai és gazdasági kölcsönhatásokat modellező térképének továbbfejlesztése, kiegészítése, egyrészt a $[-1, 1]$ tartományba eső élsúlyokkal, másrészt a dinamikus változást modellező számítási mechanizmussal. A fuzzy kognitív térkép elnevezés az amerikai Bart Andrew Kosko nevéhez fűződik, aki villamosmérnök professzor a Dél-kaliforniai Egyetemen (University of Southern California, USC, www.usc.edu). Fuzzy kognitív térképéről szóló cikkét 1986-ban publikálta elsőként az IJMMS (International Journal of Man-Machine Studies) 24. számában (KOSKO 1986). Kosko szerteágazó érdeklődése tanulmányaiban is megmutatkozott. BSc-fokozatot filozófia és közgazdaságtan területeken szerzett, MSc-tanulmányait alkalmazott matematika, PhD-t villamosmérnöki területen folytatott, miközben jogi doktori címet is szerzett. Ennek megfelelően fuzzy logika, neurális hálózatok és zaj témakörben is számos cikket publikált, és nyitottan és bátran alkotta meg azt az alkalmazott matematikai elméletet (és gyakorlatot), amely más tudományterületekre is nagy hatással volt.

A FCM alkalmazása mára már széles körben elterjedt. Papageorgiou 2013-ban a FCM mozgalmat elmúlt egy évtizedét foglalta össze, a számítástechnikai alkalmazásoktól kezdve az orvosi, mérnöki, környezetvédelmi, gazdasági területekig.

Ma már a fuzzy kognitív térképek egyszerűbb alkalmazását és érthetőbb interpretálását, azaz a térképek elkészítését és dinamikus változásait modellező szoftverek is léteznek, például az FCMappers.²

A FUZZY KOGNITÍV TÉRKÉPEK FORMALIZMUSA

A fuzzy kognitív térképek gráfjai C_i tényező-csomópontokból, valamint az egyes C_i és C_j tényezőket összekötő e_{ij} élekből állnak (KOSKO 1986). Összetett rendszereket modelleznek, valós időben. Tényezőket, illetve a közöttük fennálló ok-okozati kapcsolatokat és azok egymásra gyakorolt hatását rajzolják ki. A csomópontok állapotát a t -dik időpillanatban az $x_i(t)$ numerikus érték (illetve fuzzy érték) írja le. A gráf e_{ij} élei w_{ij} súlyokkal társulnak, melyek a C_i és C_j tényezők kölcsönhatásának mértékét írják le. C_i és C_j közötti w_{ij} élsúly akkor pozitív, ha C_i növekedése C_j növekedését, és C_i csökkenése C_j csökkenését eredményezi. Negatív w_{ij} élsúly az előbbivel éppen ellentétes módon azt jelenti, hogy C_i növekedése C_j csökkenését, C_i csökkenése C_j növekedését vonja maga után. Ha a w_{ij} élsúly értéke nulla, akkor C_i és C_j között nincs kapcsolat.

Fuzzy kognitív térképről lévén szó, az egyes tényezők numerikus jellemzői kizárólag fuzzy, vagyis $[0, 1]$ tartománybeli értékeket vehetnek fel, az egyes élsúlyok pedig hasonlóképpen csak $[-1, 1]$ tartománybeli értékek lehetnek. Fontos megjegyezni, hogy a tényezők közötti összefüggés nem feltétlenül azonos abszolút értékű mindkét irányban ($1/2w_{ij} \neq 1/2w_{ji}$).

Az egyes tényezőket jellemző numerikus értékek számított értékek, melyeket az alábbi módon határozhatunk meg:

C_i tényező hozzárendelt értéke a $t+1$ -dik időpillanatban vagy lépésben:

$$x_i(t+1) = f \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j(t) w_{ji} \right).$$

ahol $f(x)$ alatt általában egy szigmoid átviteli függvényt értünk, például az

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}}$$

² <http://www.fcmapers.net/joomla/>

függvényt. A módszert, megkülönböztetve azt más megközelítésektől, FCM I módon jelöljük.

A következő időpillanatra (következő lépésre, rendszerállapotra) vonatkozó érték így mindig a megelőző pillanatban kiolvasható összes többi ($n-1$ darab) tényező súlyozott szorzatösszegével, pontosabban annak $f(x)$ -beli függvényértékével lesz egyenlő. Súly alatt a többi tényezőtől az éppen számított tényezőbe mutató élsúlyok értékeit értjük, $\lambda > 0$ paraméter pedig az x_i függvény görbületét szabályozza a $[0, 1]$ tartományban. Az $f(x)$ függvény más egyéb szigmoid típusú³ függvény is lehet.

Ha a rendszer tényezőinek állapotát több jellemző írja le, akkor a t lépéshez tartozó tényezőkhez az FCM az X állapotvektort rendeli:

$$X(t+1) = f(W^T X(t)),$$

ahol W az élsúlyokból alkotott

$$W = [w_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$$

mátrix (LANTOS 2014).

Nem egyszerű feladat olyan rendszerhez kognitív térképet rendelni, melynek viselkedését esetlegesen a véletlen határozza meg. Annak ellenére, hogy a rendszerbeli bizonytalanságot a fuzzy eszközök segítségével modellezzük, a szakértők szubjektív véleménye komoly szerepet tölt be a kezdeti állapotterkép tényezőinek megválasztásában. Kimaradhatnak olyan tényezők vagy kapcsolatok a kezdeti modellből, amelyek hiányában később a rendszer viselkedésének modellezése torzult képet ad a lehetséges kimeneteket illetően. Sokan ezt a módszer hiányosságának vélik, de ha figyelembe vesszük azt, hogy az emberi agyban végbemenő modellezés sem veheti és veszi minden esetben figyelembe a környezet bizonyos hatásait, illetve az embertársak habitusát, akkor megfelelő körülményekkel a nagyobb hibákat kiszűrhetjük.

A következetesség és kiszámíthatóság a modellépítéskor alapvető fontosságú, a modell ugyanis a rendelkezésre álló tudásanyagból építkezik. A rendszer viselkedésének előrejelzése eszközöként alkalmazott fuzzy kognitív térképet azonban olyan módszerrel javasolt készíteni, melyet részben elvonatkoztatunk a feladat jellegétől, ugyanakkor az alkalmazható átviteli függvények változatosága és a rendszermodell átlátható grafikus megjelenítése, rugalmas változtathatósága teret ad a kísérletezésnek. Az alkalmazott tanuló algoritmusok célja,

³ Értéktartománya: $[-1, 1]$, $f(-x) = -f(x)$, $f(0) = 0$, $f(\infty) = 1$, $f(-\infty) = -1$

hogy a kezdeti statikus kapcsolatrendszerbe (állapotterképbe, állapotvektor és élsúly értékekbe) egy ismert, kísérletekből, korábbi mérésekből nyert adathalmaz alapján, beépítse a valós időben zajló változásokat, hatásokat. A betanított rendszermodellben ezután a következő időpillanatokban várható állapotokra következtethetünk, kiszámíthatjuk a kapcsolódó állapotvektorokat, azaz előrejelzést adunk a rendszer viselkedését illetően.

ESETTANULMÁNY

Az esettanulmány a felsőoktatásban tanuló fiatalok előmenetelének becslésére ad modellt, az előmenetelt befolyásoló tényezők kölcsönhatását fuzzy kognitív térképpel modellezve és korábbi félévek adatbázisát felhasználva a tanuló algoritmusban.

Több más forrásban is találunk olyan matematikai modelleket, amelyek a hallgatói előmenetel becslésére adnak megoldást, de más-más tényezőcsoport figyelembevételével. Figyelemre méltó például Cole cikke, aki egy oktatási program sikerességének általános tényezőit és kölcsönhatásukat foglalta fuzzy kognitív térkép rendszerbe (például az „emberi erőforrás” tényező hatását a „program sikerességére” mint tényezőre „nagyon erősnek” mondja, fuzzy nyelvi változóval kifejezve) (COLE et al. 2000). Lallé és szerzőtársai a hallgatóknak nyújtott segítség különböző formáit mint tényezőket vizsgálja (LALLÉ et al. 2013). A felírt módszereket metrikus eszközökkel állítja egymás mellé és veti össze adott esetekre nézve azok eredményességét.

Az esettanulmányban alkalmazott módszer és tényezőhalmaz első közelítésben rámutat arra, hogy a Neptun hallgatói adatbázisban⁴ a hallgatóra vonatkozó adatok kapcsolata milyen irányúvá és intenzitásúvá válik, ha a rendszermodellt az előző félévek adataival tanítjuk. Miután a fuzzy kognitív térkép beállt a tanított értékekre, újabb két félév eredményességét becsljük meg az előző fejezetben leírt átviteli függvény segítségével. A félévek adathalmazait úgy választottuk meg, hogy ez utóbbi kettőnél is ismerjük a tényezőkhöz rendelt numerikus értékeket (rögzített adat), így a valóban rögzített adatokat és az FCM-rendszer által becsült értékeket összevethetjük, verifikálhatjuk.

Az eredményesség mutatóinak rendszerezése

Figyelembe véve a hallgatókról a Neptun nevű hallgatói adatbázisban rögzített adathalmazt és azok mérhetőségét (FALUS 2004), összegyűjthetjük azokat, amelyek egyfelől az eredményesség előjelzésének eszközei lehetnek, másrészt

⁴ <https://neptun.uni-obuda.hu/>

pedig egy fuzzy kognitív térkép (FCM) elkészítéséhez tényezőként alkalmazhatók lesznek. A kategorikus, illetve mért tényezők (változók) közül a fuzzy kognitív térképen azonban csak ez utóbbi, mérhető tényezőket vesszük most figyelembe (például a hallgatók nemét nem). A *személyes* és *szituatív* (FALUS 2004) tényezők egy részét is csak az eredményesség előjelzése során tudjuk felhasználni. A kollégiumi díj mértéke, mely *szituatív* tényező, például felhasználható, mert változása egy korábbi félévi értékhez képest (előző időpillanatot a vizsgálat szempontjából) akár az életvitelben bekövetkezett változásra is utalhat. Falus további javaslatait figyelembe véve a függő és független, a *konstans* vagy *külsődleges* jellemzőket illetően a következő tényezőket használjuk a kognitív térkép kialakítása során:

- C_1, C_2 : tanulmányi átlag / kumulált tanulmányi átlag
- C_3 : ösztöndíj-index
- C_4, C_5 : felvett kredit / felvett összkredit
- C_6, C_7 : teljesített kredit / teljesített összkredit
- C_8, C_9 : díjazott TDK-k száma az adott félévben / össz. eredményes TDK
- C_{10} : befizetett költségtérítés
- C_{11} : befizetett kollégiumi díj
- C_{12} : kifizetett tanulmányi+köztársasági ösztöndíj (tanulmányok)
- C_{13} : kifizetett szociális+Bursa ösztöndíj+alaptámogatás (szociális helyzet)
- C_{14} : kifizetett közéleti ösztöndíj (munka)
- C_{15} : egyéb kifizetések (alapítványi, pályázati, kooperatív, doktori, TDK)
- C_{16}, C_{17} : kumulált befizetések / kumulált kifizetések
- C_{18} : aktív félévek száma a mostanival bezárólag
- C_{19} : passzív félévek száma a mostanival bezárólag

A kapcsolatrendszerrel illetően például így gondolkozhatunk: ha **valamennyivel** több ösztöndíj eléréséhez **valahányszor** akkora ösztöndíj-indexet kell teljesíteni, akkor a két érték exponenciális kapcsolatát célszerű úgy kezelni, hogy az ösztöndíj-index helyett annak logaritmusát vesszük FCM-tényezőként. Jelen esetben minden egyes kapcsolatot átgondolva ilyen jellegű „átskálázásra” nem volt szükség.

A kísérlet folyamán a számítások jellegéből eredően a tényezők értékészletét azonos tartományba szorítjuk, átskálázzuk (például az $x \in (1, 5]$ akkreditált tanulmányi átlagot). A fuzzy kognitív térkép akkor illeszkedik jól a megoldás alapötletéhez, ha a tényezők egymásra gyakorolt hatásának ismerete nélkül ezen hatások felderítéséhez a mennyiségeket összemérhetővé tesszük. Az összemérhetőséget a tényezők $[0, 1]$ tartományba transzformált értékei biztosítják számunkra.

A feladat kritikus pontja, hogy az egyes tényezők együttes kölcsönös hatását mi módon lehet matematikai eszközökkel feltárni, ahelyett, hogy szubjektív mó-

don összeválogatott tényezőpárok kapcsolatát kellene utólagosan matematikai eszközökkel igazolni vagy cáfolni.

A kísérlet folyamán az látszott, hogy ha a gyengén teljesítő, illetve a későbbi félévekben lemorzsolódó hallgatók eredményeinek segítségével tanítjuk a rendszert, torz képet kapunk a tényezők kapcsolatrendszeréről. Tekintettel arra, hogy a gyakorlati alkalmazás szempontjából az oktatási rendszerben maradókra vonatkozó előrejelzést szeretnénk, a gyengén teljesítőket és a lemorzsolódók eredményeit kiiktatjuk, és a bennmaradt hallgatók eredményeinek befolyását is például azok tanulmányi átlagának arányában vesszük figyelembe.

Az n tényezős rendszerünkben tehát C_v tényezőjének vizsgálatakor valamennyi C_x ($x=1\dots n$, $x\neq v$) értékét C_v -vel súlyozva átlagoljuk, majd az így kapott eredményt osztjuk a súly nélkül számolt átlaggal. Így végül azt kapjuk meg, hogy C_v tényező valamennyi tényező együttes hatásához képest ($x=v$ esetet is beleértve) hányszorosa mértékben befolyásolja az egyes C_x ($x=1..n$, $x\neq v$) tényezők értékeit. A dolog fordítva is igaz. Azt is megmutatja, hogy valamennyi egyéb tényező C_v -re gyakorolt hatása hányszorosa az összes tényezőre gyakorolt együttes hatásaihoz képest.

Az így kapott értékeket programozottan a $[-1, 1]$ tartományba kell képeznünk. Megoldásképpen az

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}}$$

függvény λ értékére

$$\lambda = \frac{1}{\ln m}$$

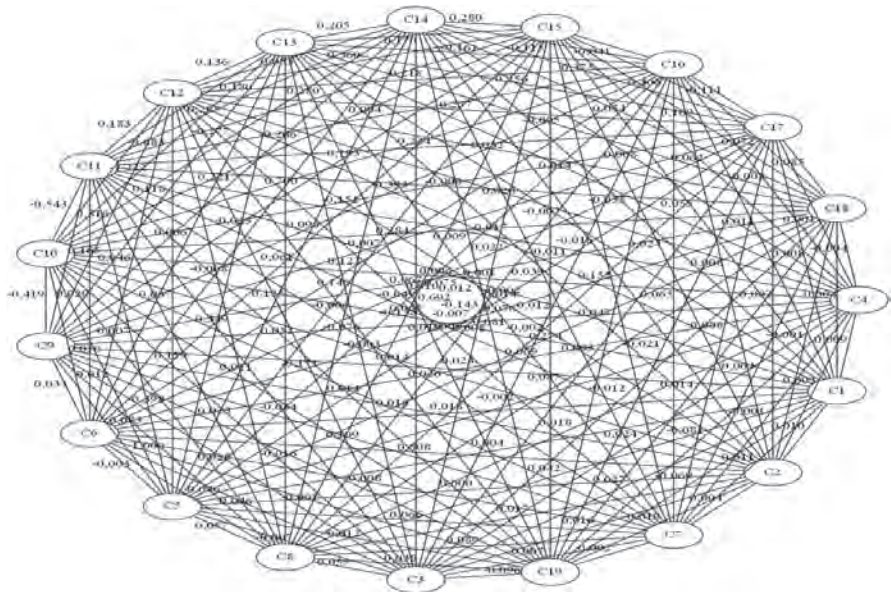
értéket veszünk, ahol a fentiekben leírt hányadosok maximumát m -mel jelöltük.

Tekintettel arra, hogy az alkalmazott módszernél a tényezők maguk is hatással vannak saját rákövetkező állapotukra, az úgynevezett FCM II módszert is alkalmazhatnánk, ahol az állapotváltozást a következőkkel adjuk meg:

$$x_i(t+1) = f \left(k_1 \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^n x_j(t) w_{ji} + k_2 x_i(t) \right).$$

A most felállított modellbe azonban a tényezők ön-hatását az összesített tényezők magukban hordozzák, így az egyszerűbb FCM I modellnél maradunk,

és az 1. ábrán látható teljes térképet kapjuk, miután a rendszert 2152 hallgató három félévnyi adataival tanítottuk.



1. ábra. Az FCM I módon nyert teljes, irányított, súlyozott páros gráf

AZ EREDMÉNYEK VERIFIKÁLÁSA

Az 1. ábrán látható FCM I modellel a továbbiakban a modell tanításához felhasznált három félévet követő két félév eredményeire adtunk szimulációval előrejelzést. Tekintettel arra, hogy ezen félévek is közben lezajlottak, és az adatok rögzítésre kerültek a Neptunban, összehasonlíhattuk a szimulációval kapott előrejelzést a valódi értékekkel.

Hogy csak egyet emeljünk ki a jól becsülhető tényezők közül: láthatóvá vált, hogy a tanulmányi átlag esetében $\pm 30\%$ -nyi hibát megengedve az esetek 84% -ában ad helyes eredményt az FCM I. A C_2 tényezőnél ez 93% , C_3 tényezőnél pedig 58% . Ha ugyanezeket megnézzük 20% -os toleranciával, 70% , 84% és 34% arányban ad a térképünk megfelelő eredményt. Egy legfeljebb 5-ig terjedő érdemjegynél ez fél osztályzatot jelent (vagyis pl. 4,2 helyett 4,7-et kalkulál, vagy fordítva), tehát valóban mindenki számára érthető a kapott eredmény jelentősége.

A vizsgálatok azt mutatták, hogy elsősorban azon tényezőknél kapunk elfogadható eredményt, amelyek maguk is normál eloszlásúak (mint például a tanulmányi átlag). A további kutatások feladata, hogy ezt az összefüggést matematikai formalizmussal is alátámasszuk.

MIBEN ÉS MIÉRT JÓ A MÓDSZER?

Az alkalmazott módszer több ponton eltér a fuzzy kognitív térképek segítségével megadható hallgatói eredményesség (és hallgatói állapot) meghatározására szolgáló más módszerektől, illetve a tudásbázis reprezentálásra szolgáló más módszerektől.

1. A tényezők kiválasztása nem véletlenszerű és nem is teljesen intuitív kutatás-módszertani és pedagógiai területen jártas szakember besorolása alapján történt (FALUS 2004).
2. A tanítási algoritmus újszerű, mert kihasználja a függvényválasztás lehetőségének változatosságát. A tényezőkben önmaguk előző állapotainak hatását a kumulált hatással visszük tovább, így az összetettebb FCM II függvény helyett továbbra is az FCM I függvényt használjuk.
3. Megtörtént az eredmények statisztikai verifikációja. A hipotézisünk az, hogy amikor a hallgatók populációjára egy már ismert, mért adathalmazt összehasonlítunk egy, a módszer alkalmazásával kapott, ugyanarra a populációra vonatkozó adathalmazzal, akkor a két adathalmaz nem tér el szignifikánsan egymástól, tehát a módszer előremutatóan is alkalmazható. Megfelelő statisztikákkal azt bizonyítottuk, hogy a hipotézisünk beigazoldott (LANTOS 2014).

Miután a kísérletet elvégeztük, a következőket mondhatjuk ki az alkalmazott módszer eredményeiként:

1. Az alkalmazott FCM megmutatta az első tanítási szakaszban, hogy mely kapcsolatok erősek a kiválasztott, hallgatói előmenetelt befolyásoló tényezők között, és melyek elhanyagolhatók. Ennek alapján egy következő kísérletnél már egy bizonyos küszöbértéken alul teljesítő kapcsolatokhoz nem veszünk fel élet, így a gráf áttekinthetőbb lesz, ritka mátrix lesz az élmátrix, és kisebb lesz a számítási igény.
2. A verifikáltan meghatározó élek (amelyek a szűrés után a rendszerben maradtak) azokat a tényezőket kötik össze, amelyeknél a kontroll félévekben mért értékek és a betanított, FCM által számítottak csak az előlátott statisztikai határokon belül maradnak, azaz a betanított háló alkalmazható további félévek eredményességének becslésére is.

A kutatás és a módszer alkalmazásának folytatásaként a számított élsúlyokhoz fuzzy nyelvi változókat is rendelhetünk, természetesen a vizsgált $[-1, 1]$ tartományt lefedve olyan fuzzy halmazok tagsági függvényeivel, mint például *nagyon gyengíti*, *gyengíti*, *nem hat rá* (olyankor, ha az élsúly nulla körüli érték), *erősíti*, *nagyon erősíti*. Ily módon egy Cole-típusú modellt kapunk.

IRODALOM

- AXELROD, Robert 1976. *Structure of Decision: The Cognitive Map of Political Elites*, Princeton University Press
- COLE, Jason R., PERSICHITTE Kay A. 2000. *Fuzzy Cognitive Mapping: Applications in Education*, International Journal of Intelligent Systems, VOL. 2000/15, pp. 1–25.
- FALUS Iván szerk., 2004. *Bevezetés a pedagógiai kutatás módszereibe*. A pedagógiai kutatás módszerei Vol. 1. Műszaki Könyvkiadó
- KOSKO, Bart 1986. *Fuzzy cognitive maps*. International Journal of Man-Machine Studies, 1986/24., pp. 65–75.
- LALLÉ, Sébastien; MOSTOW, Jack; LUENGO, Vanda; GUIN Nathalie 2013. *Comparing Student Models in Different Formalisms by Predicting Their Impact on Help Success*. Artificial Intelligence in Education, Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag Berlin Heidelberg Volume 7926, 2013, pp. 161–170.
- LANTOS Zoltán 2014. *Hallgatói eredményesség vizsgálata lágy számítási módszerek alkalmazásával*. Diplomadolgozat. Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar, Alkalmazott Matematikai Rendszerek Intézet
- PAPAGEORGIOU, Elpiniki I. 2013. *A Review of Fuzzy Cognitive Maps Research During the Last Decade*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Volume 21, Issue: 1, pp. 66–79.
- SRAM Norbert 2012. *An Ontology Model-based ECG Diagnostic Solution*, IEEE 10th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMI 2012), pp. 109–111.
- TAKÁCS Márta 2012. *A kulturális és gazdasági antropológiai vizsgálatok XXI. századi matematikai módszerei*. Létünk XLII. évfolyam, 2012. 4. szám, pp. 70–77.

Fuzzy Cognitive Maps

Fuzzy cognitive maps describe the relationship between the elements of the system, on one hand in the form of a graph, on the other with a mathematic model that well illustrates the interaction of the elements of the system. The interaction can be conveyed by weighing the connecting edges of elements. Fuzzy weights applied instead of sharp values imply the display of the system's uncertain behavior and the use of learning algorithms forecasting the systems future behavior. The case study gives a model of assessing students' achievement in their higher education. The interaction of elements influencing the achievement is modeled by a cognitive map, using the databases of previous semesters in learning algorithm.

Key words: fuzzy cognitive maps, elements, graph, mathematical model

Fuzzy („nejasne”) kognitivne mape

Fuzzy kognitivne mape opisuju sistem odnosa između elemenata sistema, delom u obliku grafa, a delom sa takvim matematičkim modelom, koji dobro predstavlja interakciju elemenata sistema. Interakciju možemo detektovati po-

moću rubova koji povezuju elemente. Fuzzy tegovi koji se primenjuju umesto vrednosti rubova, u sebi sadrže prikaz nesigurnog ponašanja sistema, i vezano za to, primenu učeničkih algoritama, koji prognoziraju ponašanje sistema u budućnosti. Ova studija slučaja daje model za procenu napredovanja mladih studenata, modelirajući interakciju činilaca koji utiču na njihovo napredovanje fuzzy kognitivnom mapom, i koristeći bazu podataka ranijih semestara u algoritmu učenika.

Ključne reči: fuzzy kognitivne mape, elementi sistema, graf, matematički model

Beérkezés időpontja: 2014. 10. 25.

Közlésre elfogadva: 2014. 11. 30.