

EMLÉKEZÉS PROFESSZOR PRÉKOPA ANDRÁS AKADÉMIKUSRA, HALÁLÁNAK ELSŐ ÉVFORDULÓJÁN

IN MEMORIAM OF PROF. ANDRÁS PRÉKOPA, MEMBER OF HAS, ON THE FIRST ANNIVERSARY OF HIS PASSING

Deák István¹, Szántai Tamás²

¹ az MTA doktora, professzor emeritus, Budapesti Corvinus Egyetem
istvan.deak@uni-corvinus.hu

² az MTA doktora, professzor emeritus, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
szantai@math.bme.hu

Kulcsszavak: Prékopa András, megemlékezés, alkalmazott matematika

Keywords: András Prékopa, remembrance, applied mathematics

Prékopa András¹ matematikust, a matematika operációkutatási szakterülete hazai megalapítójaként tiszteljük. Ő volt az, aki az 1960-as évek közepén az Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar (ELTE TTK) alkalmazott matematikus szakán létrehozta az operációkutatás szakirányt, és elindította annak oktatását. Mi a szakirány első évfolyamának voltunk a hallgatói, és az alkalmazott matematika iránti érdeklődésünket alapvetően a szakirány kitűnő előadásai és az alkalmazások fontosságát hangsúlyozó gyakorlatai keltették fel. Prékopa András első kutatási területe a sztochasztikus folyamatok elmélete volt, mely területen kiemelkedő matematikai eredményeket ért el. Az így megszerzett magabiztos elméleti tudását később kiválóan hasznosította a matematika alkalmazási munkáiban. Elért eredményeit már hazai tevékenysége idején is nagyra értékelte a világ operációkutatással foglalkozó kutatói társadalma. Nemzetközi elismertsége még magasabb szintre került azáltal, hogy a kutatói pályafutása egy részét az amerikai Rutgers Egyetemen töltötte. Ez hozzájárult ahhoz is, hogy a korábban is számos külföldi hallgatója után, a világ további tájairól is fogadni tudjon PhD-hallgató-



¹ A fényképet Széchenyi Kinga bocsátotta rendelkezésünkre.

kat. Így Prékopa András egész élete során összesen ötvennyolc tudományos fokozatot szerzett hallgató témavezetője volt. Mi ketten, Deák István és Szántai Tamás még az első tíz vagy talán az első öt közé tartozunk. Évfolyamtársak voltunk az ELTE TTK alkalmazott matematikus szakán, és 1969-ben, az egyetem elvégzése után az ő beosztottjai lettünk a Budapesti Műszaki Egyetem Villamos Kari Matematika Tanszékén. Prékopa András egy évvel korábban nyert egyetemi tanári kinevezést a Műegyetemre, ahol egy külső megbízási munkát is elnyert. Ennek a teljesítésére kerültünk Prékopa András mellé, tudományos segédmunkatársi beosztásban. Nekünk ez volt az első munkahelyünk, és kellőképpen megilletődve mentünk be a szobájába, amikor először voltunk bent dolgozni. Megkérdezte keresztnévünket, és akkor azt mondta, hogy tegezzük őt, és szólítsuk Andrásnak – azt hisszük, hogy akkor, 1969-ben tért át a régebbi barátai, ismerősei által használt Bandi megszólításról az Andrára. Ezt a szokását élete során végig megtartotta, egyetemi diplomájukat frissen megszerzett hallgatóival azonnal tegeződésre váltott, és közvetlen, gyakran baráti kapcsolatot alakított ki velük.

András vezette be a sztochasztikus programozásban az együttes valószínűségi korlátos sztochasztikus programozási feladatot, és a logkonkáv mértékek elméletének kidolgozásával bebizonyította annak gyakorlati alkalmazhatóságát. A legfontosabb munkatársai, cikkei társszerzői között nemcsak matematikusok, hanem szinte ugyanilyen számban közgazdászok, mérnökök is találhatók. Természetesnek volt tekinthető, hogy nemcsak András majd minden közvetlen munkatársa, de ismerősei közül is többen tevékenyen vettek részt alkalmazott matematikai feladatok megoldásában. A teljesség igénye nélkül néhányan a legfontosabbak közül: Bakó András, Bernau Heinz, Boros Endre, Deák István, Kelle Péter, Kéri Gerzson, Klafszy Emil, Kopp Mária, Kovács László Béla, Maros István, Mayer János, Németh Ágoston, Patyi Károly, Potecz Béla, Rapcsák Tamás, Strazicky Bea, Szántai Tamás, Vizvári Béla, Zsuffa István. A továbbiakban András legjelentősebb alkalmazási munkái közül fogunk néhányat áttekinteni. A válogatás természetesen szubjektív, többségében olyan alkalmazott matematikai munkákból áll, amelyekben volt szerencsénk magunknak is tevékenyen részt venni. Ennek megfelelően a további szakaszokat külön-külön írjuk, és a szakasz végén a (DI), illetve (SzT) monogramokkal jelöljük, hogy ki írta azt.

Amikor 1969-ben véglegessé vált, hogy hozzá mehetek dolgozni, András elhívott az egyetem melletti Múzeum Kávéházba. Kávét ittunk, ő meg egy szalvétára felvázolta azt, amit később STABIL-modellnek nevezett el, vagyis a több feltételre egyszerre megbízhatósági korlátot használó optimalizálási feladatot. Ezen belül kijelölte doktori feladatomat: a többdimenziós normális eloszlás kiszámításának kidolgozását, illetőleg a modell numerikus megoldási eljárásának elkészítését. András foglalkozott villamos energetikai modellekkel és alkalmazásokkal is. Elsőként a STABIL-modell alkalmazását dolgozta ki a magyar népgazdaság villamos-energetika-ipari szektorára, ahol a feladat az volt, hogy a mintegy ötven feltételből

és ötven változóból álló rendszer minimális költséggel működjön – adott mennyiségű fűtőanyag, bér és más mennyiségek mellett. A sztochasztizált rendszerre megbízhatósági feltételt írt elő, és az optimalizálás érdekes eredménye volt, hogy a költségek növelése nélkül lehetett egy jóval nagyobb megbízhatóságú működést biztosítani (az addig használt determinisztikus feladat megoldásának 0,1 alatt volt a megbízhatósága). Azután hatalmas, több évig tartó munkába vágott bele: a villamosenergia-termelés ütemezésébe. Ez azt jelentette, hogy az elkészült program az Országos Villamos Teherelosztó munkatársainak egy ütemtervet adott arról, hogy mely erőműveket kell bekapcsolni, és mekkora szinten működtetni a generátorokat, hogy az országban adott helyen és időintervallumban a megfelelő energia biztosítva legyen. Ehhez a hálózati feltételeket is figyelembe kellett venni a kidolgozott modellben – ez újdonság volt akkoriban. A munka, emlékeim szerint három vagy négy évig is eltartott, időnként nyolcan-tizen is dolgoztunk a probléma egyes részein, publikációk sora jelent meg ezzel kapcsolatban. 2014-re még sikerült Andrásnak kidolgozni, főleg Mayer János közreműködésével a modell egy precíz és rövid matematikai leírását, mindössze százegynéhány oldalon, és az elkészült könyvet a Springer egyik kutatási sorozatában jelentette meg. András egy másik, több évig tartó munkája volt az a termelésütemezés, melyet vezetésével az MTA SZTAKI Operációkutatási Osztályának több munkatársa a Dunai Vasmű megbízásából végzett. Ennek eredményeit a Vasmű sok hasznot hozó sikerrel használta fel.

András az alkalmazási munkáiban mindig törekedett arra, hogy valódi adatokkal dolgozzon, amelyeket a lehetséges felhasználóktól szerzett be. Persze, ez nagyon nehéz volt, sokszor azért nem sikerült egy-egy alkalmazást megvalósítani, mert az adatok birtokosainak valami miatt nem volt érdekük, hogy azokat megkapjuk, vagy egyszerűen saját maguknak sem álltak azok rendelkezésre.

Szeretnék itt megemlékezni András számomra nagyon sokat jelentő emberi bátorságáról és kiállásáról is. 1972 júliusában házasodtam meg. Éppen akkor bocsátottak el a hatóságok (Belügyminisztérium, BM) a Műegyetemről, a Regnum Marianum közösségben végzett munkám megtorlásaként. Az esküvönket Emődi Laci bácsi, a Regnum egyik papja vezette, akinek tevékenységét hét év, két részben letöltött börtönnel jutalmazták, talán egy évvel az esküvönk előtt szabadult. András, annak ellenére, hogy ismerte a körülményeket, megjelent az esküvönkön. (DI)

András az alkalmazott matematikáról alkotott elképzelését az 1975-ben általa elindított *Alkalmazott Matematikai Lapok* belső borítóján a következőképpen fogalmazta meg: „Az Alkalmazott Matematikai Lapok [...] olyan eredeti tudományos cikkeket publikál, amelyek a gyakorlatban, vagy más tudományokban közvetlenül felhasználható új matematikai eredményt tartalmaznak, illetve már ismert, de színvonalas matematikai apparátus újszerű és jelentős alkalmazását mutatják be.” Szép emlékeim közé tartozik, hogy András maga mellé ültetett

ezeknek a mondatoknak a megfogalmazásakor, és így néha közbeszólva, de leginkább csak lelkes hallgatóként, segédkezhettem ezeknek a gondolatoknak a létrejöttében. Ennek tükrében szeretném a továbbiakban néhány alkalmazott matematikai kutatása eredményeit minél szélesebb olvasói kör számára érthető módon ismertetni.

1962-ben Ziermann Margittal közösen dolgozták ki azt a sztochasztikus készletezési modellt, amelyben az 1939-ben Nyikolaj Vasziljevics Szmirnov által az elméleti és tapasztalati eloszlásfüggvény legnagyobb eltéréséről bizonyított aszimptotikus tétel eredményét alkalmazták. A feladat annak a meghatározása volt, hogy egy termelési periódus kezdetén egy adott alkatrésznek legalább mekkora mennyiségét kell raktáron tartani ahhoz, hogy az alkatrész egyenletes felhasználása és teljesen véletlenszerű időpontokban történő pótlása esetén elég nagy valószínűséggel a vizsgált periódus alatt egyetlenegyszer se álljon le az üzem termelése alkatrészhiány miatt. Ebben a munkában egy raktározási probléma olyan új modelljét fogalmazták meg, amely már ismert matematikai eredmény újszerű alkalmazásával volt vizsgálható, megoldható. Az eredmény közvetlen gyakorlati felhasználhatóságát bizonyítja az, hogy használatával a 60-as évek elején, országos szinten több milliárd forint megtakarítás volt elérhető. Később, a 70-es évek elején András kiterjesztette a modellt abban az értelemben, hogy az alkatrészpótlásoknak nemcsak az időpontjai, hanem a mennyiségei is teljesen véletlenszerűek lehessenek. Ennek az új készletezési modellnek a vizsgálatához új matematikai eredményre, a Szmirnov-tétel általánosítására volt szükség, melyet András bizonyított be és publikált.

Egy másik alkalmazott matematikai kutatás, melyben magam is aktívan részt vettem a Balaton vízszintszabályozásának problémája volt a 70-es évek közepén. A probléma, mely a mai napig élő, röviden a következőképpen fogalmazható meg. Tekintsük a Balaton vízszintjének a havonkénti változásait. Ezeket az úgynevezett természetes vízkészletváltozás (a vízgyűjtő területére lehulló csapadék mennyisége, az elpárolgó víz mennyisége, befolyó vízfolyások hozama) véletlentől függő mennyiségei és a Sió-csatornán esetenként leengedett vízmenynyiségek alakítják ki. A vízszintszabályozás problémája úgy fogalmazható meg, hogy adjuk meg minden hónap első napján a Sió-csatornán a hónap folyamán leeresztendő víz mennyiségét úgy, hogy minél nagyobb valószínűséggel a Balaton vízszintje folyamatosan az előírt korlátok közt maradjon. A havonkénti természetes vízkészletváltozás 1920 és 1970 között megfigyelt adatainak beszerzése után megállapítottuk, hogy azok normális eloszlással jól közelíthetők. Ugyanakkor az egymástól nem túl távoli hónapok adatai egymással erősen korreláltak bizonyultak. Ezért minden hónap első napján egy olyan optimalizálási probléma megoldását javasoltuk, amelyben a megelőző két hónap realizálódott természetes vízkészletváltozásainak feltételezése mellett meghatározott következő két hónap együttes normális eloszlása használatával maximalizálni kell a vízszint követke-

ző két hónapra történő, előírt korlátok közt maradásának a valószínűségét. Ezzel mind a tárgyhónapra, mind az azt követő hónapra meghatároztuk a Sió-csatornán leeresztendő víz mennyiségét, melyek közül csak a tárgyhavi leeresztést realizáltuk, a következő havi vízleeresztés mennyiségéről pedig már a következő hónap első napján felírt új optimalizálási probléma megoldásával döntöttünk. Ezzel a dinamikus irányítási módszertannal végigszámoltuk a Balaton vízszintszabályozását az 1920 és 1970 közti időszakra, és azt kaptuk, hogy a korlátok közt tartást nem sértettük meg többször, mint ahányszor az a valós életben, kézi irányításnál megvalósult. Érdekességként megjegyzem, hogy a számításokat interaktív módon működőként TPA-számítógépre is elkészítettem. A gépet és az interaktív, vízszintszabályozó programomat a BNV (Budapesti Nemzetközi Vásár) nem igazán légkondicionált MTA SZTAKI standján is bemutattuk. Ezzel messze a PC-k megjelenése előtt nyújtottunk számítógépes játékot a BNV-t meglátogató közönség számára. Aki egy teljes éves időszakra a számítógépnél jobban tudta a Balaton vízszintjét korlátok közt tartani, apró ajándékot kapott. Ebben az alkalmazásban András új matematikai eredményeit alkalmaztuk sikerrel egy gyakorlati probléma megoldására. Ezzel bizonyítottuk azok gyakorlatban történő közvetlen felhasználhatóságát.

A következő vízügyi alkalmazás során egy többlépcsős sztochasztikus programozási modellt alkottunk tározórendszer irányítására. A modell alap gondolata abban állt, hogy a tározórendszer környéki vízigényeket minden időszakban elég nagy valószínűséggel biztosítani akartuk, és e feltétel mellett kerestünk gazdasági optimumot. A több időszakra megfogalmazott modell döntési változói, optimális értékei közül véglegesnek csupán az első időszakra vonatkozókat fogadtuk el. Ezután új modellt fogalmaztunk meg, melyben az első időszak valószínűségi változói mint már realizálódott értékek a feltételbe kerültek, és véglegesnek csupán a második időszakra vonatkozó eredményeket fogadtuk el, és így tovább. Ezzel biztosítottuk a tározórendszer dinamikus – időben változó – irányítását. A modell kidolgozását egy valós vízügyi probléma megoldásának az igénye inspirálta, nevezetesen a tiszai tározók optimális irányításának kidolgozására kaptunk megbízást. Hamar kiderült azonban, hogy a modell valószínűségi változóit, a Tisza folyó Tokajnál mért vízhozamait csak olyan együttes valószínűség-eloszlással lehetett volna megfelelően leírni, amely az addigi valószínűségelméleti irodalomban ismeretlen volt. András nem rettent meg a feladattól, bevezettünk egy teljesen új, többdimenziós gammaeloszlást, és kidolgoztuk azt a módszertant hozzá, amely segítségével a modellünkben szereplő valószínűségértékeket hatékonyan lehetett becsülni. Ezt a többdimenziós valószínűségeloszlást azóta a valószínűségi számítás ilyen témájú almanachjai Prékopa–Szántai-féle többdimenziós gammaeloszlásnak nevezik. Ebben az alkalmazásban tehát nemcsak új matematikai eredmények kidolgozására, de új matematikai fogalom bevezetésére is szükség volt. A modell működését sajnos csak tesztadatokra tudtuk ellenőrizni, az adatok

beszerzésében a legnagyobb problémát az öntözővíz hasznának meghatározása jelentette, másrészt a vízügyes mérnökök már akkor sejtették, hogy a kialakuló tározórendszer turisztikai hasznosítása az öntözésinél jelentősebb lesz. Mindezek ellenére ez a munkánk jól illusztrálja Andrásnak azt az elképzelését, hogy meg kell különböztetni, hogy egy kutatómunka az adott tudományterület belső önfejlődéséből keletkezett, vagy úgynevezett *problémaorientált* kutatás-e. Ez utóbbi minőségét elsősorban az akár csak tesztadatokon végigszámolt megoldás milyensége, a szakterület számára való elfogadhatósága határozza meg. Ehhez kapcsolódik Andrásnak a szűkebb nyilvánosság előtt többször kifejtett véleménye, melyet a *három kockával dobás* néven ismernek közvetlen munkatársai. Eszerint kisebb az esélyünk három dobókocka mindegyikével közepesnél jobb eredményt elérni (3-asnál nagyobb számot dobni), mint egyetlen kockával hatost dobni. Ez úgy értendő, hogy ha valaki egy átlagos alkalmazott matematikai, problémaorientált kutatómunkában csak közepesnél jobb eredményt ér is el mind az adott alkalmazási szakterület megismerésében, mind az alkalmazható matematikai módszerek felkutatásában, szükség esetén kidolgozásában, mind azok számítógépes programozásában és futtatásában, az eredmények elemzésében, akkor az eredményei értékelésében nyugodtan mondható, hogy az felér egy átlagos elméleti kutatómunkában elért kiváló eredménnyel. András ezt a mondását már az 1970-es évek közepén megfogalmazta, azóta természetessé vált, hogy a számítógépes munkát külön számítástechnikus végezze, a szakterületi ismereteket pedig a matematikai módszerek alkalmazásától kevésbé idegenkedő mérnökökkel, közgazdászokkal csoportos kutatómunkában lehessen végezni.

Prékopa András az alkalmazott matematika iskolateremtő egyénisége volt. Hatása nem korlátozódott Magyarországra, az 1970-es évek elején általa létrehozott Mátrafüredi Matematikai Programozási Téli Iskola, illetve Nemzetközi Konferencia-sorozat a környező országok operációkutatással foglalkozó kutatóinak kedvenc találkozóhelyévé vált. Két olyan nagy nemzetközi konferencia szervezését is Budapestre hozta, amelyet háromévenként a világ összes, a szakterülettel foglalkozó tudósa számára szerveznek. Az első 1976-ban az International Mathematical Programming Symposium, a második 2000-ben az EURO-konferencia volt. Emellett Prékopa András volt a kezdeményezője annak a nagy, nemzetközi konferenciasorozatnak is, amelyet az 1970-es évek eleje óta szerveznek a világ sztochasztikus programozással foglalkozó kutatói számára.

Tudományos ismeretterjesztő tevékenységét fémjelzi a *Középiskolai Matematikai Lapok* két egymást követő számában megjelent, a lineáris programozás simplex módszerét középiskolás diákok számára is érthető módon tárgyaló dolgozata. András nagyon sokat tett azért is, hogy az operációkutatással foglalkozó tudósok körében méltó helyre kerüljenek Farkas Gyula kolozsvári fizikus, alkalmazott matematikus 19. század legvégén, tehát jóval az operációkutatási diszciplína megszületése előtt publikált, lineáris egyenlőtlenség rendszerekre vonat-

kozó eredményei. Több angol nyelvű, Farkas Gyula eredményeinek jelentőségét méltató publikációjával elérte, hogy mára az optimalizáláselméleti szakkönyvek számára megkerülhetetlenné vált Farkas Gyula korai eredményeinek pontos hivatkozása. 1973–74-ben nem kevés munkával sikerült elérnie, hogy a Bolyai János Matematikai Társulat létrehozza a Farkas Gyula-díjat, amellyel a társulat azóta is folyamatosan, évente díjazza az alkalmazott matematikában kiemelkedő eredményeket felmutató fiatal (harmincöt évnél nem idősebb) kutatókat. 1997 óta a díjazottak az oklevelük mellett megkapják a Széchenyi Kinga által készített Farkas Gyula-émlékplakettet is. Néhány éve Prékopa András kiterjesztette a Farkas Gyula-díjban részesülhetők körét az Erdélyben magyar nyelven oktató matematika és fizika szakos tanárookra is.

Prékopa András alapította meg 1975-ben a magyar nyelvű *Alkalmazott Matematikai Lapokat*, melynek legfőbb célkitűzését korábban idéztük. András szívén viselte Bolyai János emlékének őrzését is. 2010-ben örömmel vállalta el a Bolyai János halálának 150. évfordulójára szervezett emlékkonferencia szervező bizottsága elnökségét, és hatalmas energiával tett meg mindent a két helyszínen (Budapest és Marosvásárhelyen) megosztva megtartott konferencia sikeréért.

András fantasztikus memóriával rendelkezett, nagyon foglalkoztatta a történelem, rendkívül tájékozott volt mind a régmúlt, mind a közelmúlt történelmi eseményeiben. Mindig kész volt számunkra előadást tartani különféle történelmi eseményekről. Ha például Mayerling közelében haladtunk el autóval, akkor azonnal képes volt fejből kiselőadást tartani Rudolf főherceg és Vetsera Mária bárónő rejtélyes haláláról. Ha pedig egy izraeli sztochasztikus programozási konferencia kapcsán bérelt autóval bibliai tájakat jártunk be, egyikőnk se ismerte nála jobban a kapcsolódó bibliai történeteket. Bár komolyzenét nem tanult, a legtöbb klaszikus zeneművet már az első taktusok elhangzásakor azonosítani tudta. Doktori tanítványai tisztelték és szerették, legtöbbjük még sok-sok évvel a végzése után is megkereste őt akár szakmai, akár személyes problémáival. Mindenkinek mindig segíteni igyekezett. (SZT)