

# AZ ÓRAÁTÁLLÍTÁS HATÁSAINAK VIZSGÁLATA

Beke Tamás

Nagyasszonyunk Katolikus Általános Iskola és Gimnázium, Kalocsa

Ebben a tanévben iskolánk gimnazista tanulói önként részt vehettek egy energetikával foglalkozó iskolai projektfeladatban. A projektben megvizsgáltuk az óraátállítás energetikai hatásait is. Ebben az írásban az óraátállítással kapcsolatos gondolatainkat szeretném bemutatni.

## Az óraátállítás

Magyarországon 1980 óta minden évben kétszer át kell állítani az óráinkat: március utolsó vasárnapján óráinkat 1 órával előbbre állítjuk, ezt nevezzük nyári időszámításnak; október utolsó vasárnapján óráinkat 1 órával visszaállítjuk, ez a téli időszámítás. Az Európai Unió tagállamaiban 1996 óta egységes az órák átállítása. Az EU-n kívül vannak olyan országok, ahol soha nem alkalmazták az óraátállítást.

## Miért vezették be az óraátállítást?

Az óraátállítás ötlete *Benjamin Franklintől* származik, aki 1784-ben javasolta, hogy tavasszal előrébb kellene állítani az órákat (összel pedig vissza), mert így a világításhoz használt gyertyákkal spórolni lehetne; azonban ötletét annak idején nem fogadták el. A nyári időszámítás tényleges bevezetése, az órák országos szintű átállítása 1916-ban Németországban történt meg elsőként, mert az I. világháború alatt ezzel üzemanyagot lehetett hadi célokra megtakarítani. Ezután több ország is bevezette az óraátállítást, hasonló indokokból.

A nyári időszámítás alkalmazásának legfőbb oka manapság az, hogy így villamos energiát lehet megtakarítani. Az emberek tavasztól őszig 1 órával többet tartózkodhatnak a szabadban, ezért otthon 1 órával kevesebb ideig használják az elektromos berendezéseiket. Ez elméletben még igaz is lehet, hogy a valóságban így van-e, azt sokan vitatják.

## Az óraátállítás negatív hatásai

Elméletben tehát villamos energiát takaríthatunk meg a nyári időszámítás alkalmazásával. Ne feledkezzünk meg arról, hogy az órák átállításának azonban negatív következményei is vannak! Néhány példa erre:

- Évente kétszer át kell állítani az órák legnagyobb részét, mert ezek nem állnak át automatikusan.
- Az óraátállítások után az emberek többségének akár 1-2 hétbe is beletelik, amire hozzászokik az új időszámításhoz. Az órák átállítását nem követi automatikusan az ember biológiai órájának átállása. Ebben az

időszakban rossz közérzet, alvászavarok, koncentráció-problémák, ingerültség, akár depresszió is felléphet.

- Statisztikák szerint az óraátállítások utáni néhány napban a közúti balesetek száma megemelkedik.

## A villamosenergia-fogyasztás változásai

A tavaszi óraátállítás után megkérdeztem a tanulókat, hogy nekik mi a véleményük az óraátállítás villamosenergia-fogyasztásra gyakorolt hatásáról. A tanulói vélemények kezdetben széles tartományban helyezkedtek el. Az egyes csoportok között éles vita alakult ki.

Ekkor felhívtam figyelmüket, hogy ezt szerintem csak becsülni lehet; viszont érdemes végiggondolni, hogyan állapíthatnánk meg: kinek van igaza. Először feltettem a kérdést, hogyan lehetne az óraátállítás következtében jelentkező villamosenergia-fogyasztás változását megmérni? Két „elméleti” mérési ötlet fogalmazódott meg.

- **1. elméleti módszer.** Például úgy lehetne mérni, hogy országosan páros években alkalmazzuk az óraátállítást, páratlan években nem (vagy fordítva), és így hasonlíthatnánk össze a páros, illetve páratlan évek hosszabb (évtizedes) távú villamosenergia-fogyasztás átlagait, hogy az időbeli egyenlenségek „kiegyenlítődjenek”. Az átlagolások alapján eldönthetnénk, hogy van-e tényleges villamosenergia-megtakarítás az óraátállításhoz képest.

- **2. elméleti módszer.** Egy másik „elméleti” mérési eljárás lehetne, hogy évenként véletlenszerű választással a megyék felében bevezetnénk az óraátállítást (hogy a területi különbségek is „kiegyenlítődjenek”), a megyék másik felében nem. Ezután meghatározoznánk az egy főre jutó átlagos éves villamosenergia-fogyasztást, az „óraátállításhoz”, illetve a „nem óraátállításhoz” megyékben, majd összehasonlíthatnánk az eredményeket. A következő évben „újraszorsolnánk” a megyéket és megint hasonlóképpen mérnénk. Az átlagolások alapján eldönthetnénk, hogy van-e tényleges villamosenergia-megtakarítás az óraátállításhoz képest.

Mindenki érzi, hogy ez a fajta meggyesintűen megosztott óraátállítás a gyakorlatban szinte kivitelezhetetlen lenne. Összességében tehát arra jutottunk, hogy a villamosenergia-fogyasztás óraátállítás miatti változását maximum csak becsülni lehet.

## A villamosenergia-fogyasztás változásának becslése

Mivel az óraátállítással kapcsolatos villamosenergia-megtakarításról tényleges mért adatok nincsenek, ezért a tanulóknak a következő egyszerű módszert javasoltam a vita eldöntésére.

Az írás az ELTE Fizika tanítása PhD-program keretében készült, a témavezető *Bene Gyula*.

| 1. táblázat  |  |
|--|--|
| A hét egyes napjaira eső átlagfogyasztások<br>2009.január 1. és 2014. május 11. között |  |
| hét napjai   | villamosenergia-fogyasztás<br>átlaga [GWh/nap] |
| hétfő  | 116,74   |
| kedd   | 120,09   |
| szerda   | 120,83   |
| csütörtök  | 120,87   |
| péntek   | 119,47   |
| szombat  | 109,82   |
| vasárnap   | 104,36   |

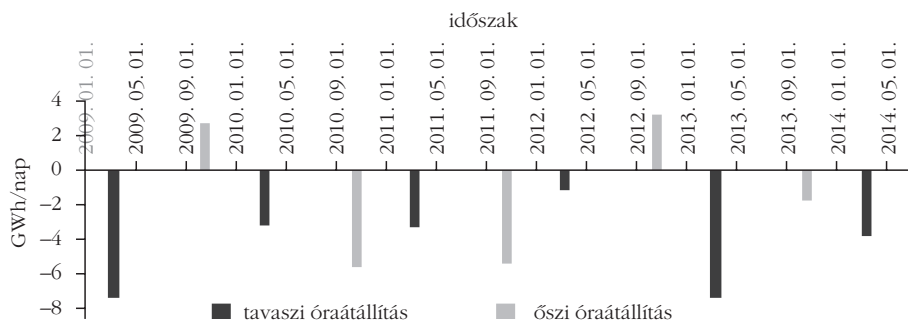
A Magyar Villamosenergia-ipari Átviteli Rendszerirányító (MAVIR) ZRt. honlapján 2009. január 1-jétől kezdődően közzéteszi az országos összesített villamosenergia-fogyasztás napi statisztikai adatait. Az elmúlt öt és fél év adatai alapján megvizsgáltuk a tavaszi és az őszi óraátállítást megelőző és az azt követő időszak villamosenergia-fogyasztásának változásait. Összességében 6 db tavaszi és 5 db őszi óraátállításhoz tartozó villamosenergia-fogyasztási adathalmazt vizsgáltunk. Elsőként meghatároztuk a hetek egyes napjaira jutó átlagfogyasztásokat a teljes vizsgált időszakban. Ezt láthatjuk a 1. táblázatban.

A hétköznapokra számított átlagfogyasztás 119,60 GWh/nap, a hétvégekre számított átlagfogyasztás 107,09 GWh/nap. Egyértelműen látszik, hogy a hétköznapokon az országos villamosenergia-fogyasztás átlagértéke meghaladja a hétvégeken mérhető átlagfogyasztást. Ez nem meglepő, hiszen a termelő üzemek jelentős része a hétvégeken leáll, alig fogyaszt villamosenergiát. Ezek alapján kézenfekvőnek tűnt, hogy az adatokat heti bontásban kell vizsgálnunk, hiszen a hét közbeni és a hétközi villamosenergia-fogyasztási „szokások” eltérnek; az egész heti bontásban viszont a teljes hét reprezentálva van.

### A villamosenergia-fogyasztási adatok elemzése

Többféle összehasonlító elemzést végeztünk. Elsőként a tavaszi és az őszi óraátállítások napját megelőző 7 napban (vasárnaptól szombatig) meghatároztuk

1. ábra. A tavaszi és az őszi óraátállítások előtti és utáni hét átlagos napi villamosenergia-fogyasztásainak változásai.



az egy heti országos átlagos villamosenergia-fogyasztást, majd az óraátállítások napját követő 7 napban (hétfőtől vasárnapig) szintén meghatároztuk az egy heti országos átlagos villamosenergia-fogyasztást. Az óraátállítások napjait nem vizsgáltuk, mert ezeken a vasárnapokon részben a tavaszi, részben az őszi időszámítás volt vegyesen érvényben.

Vizsgálatainkhoz azért választottunk 7 napot, mert ebben a teljes hét reprezentálva van; hiszen hétköznapokon, illetve hétvégén eltérnek az energiafogyasztási szokások. Azért csak egy-egy hetes időszakot vizsgáltunk, mert így valószínűleg még nincsenek nagyon nagy különbségek az időszakon belül a „világos” nappali órák számában, illetve az időjárás viszonyok is nagyrészt hasonlóak.

Ha elfogadjuk, hogy az adott két hetes időszakban nagyjából egyforma az időjárás és az óraátállítást követő héten kisebb az átlagos napi villamosenergia-fogyasztás, mint a megelőző héten, akkor ez azt jelzi, hogy valószínűleg tényleg energiát takaríthatunk meg az órák átállításával. Természetesen ez akkor igaz (idealizált esetben), ha a tavaszi és az őszi óraátállításkor is csökken a napi átlagos villamosenergia-fogyasztás az egy-egy hetes időszak átlagában. Hiszen „elméletben” pont azért állítgatjuk az óráinkat előre, majd vissza, mert így lesz kedvezőbb a villamosenergia-fogyasztásunk. A könnyebb összehasonlíthatóság érdekében készítettünk egy grafikont, amelyen a tavaszi és őszi óraátállítások előtti héten és az óraátállítások utáni héten mérhető átlagos villamosenergia-fogyasztás megváltozását ábrázoltuk (1. ábra).

A tavaszi óraátállításokat és az őszi óraátállításokat célszerű külön-külön vizsgálni. A vizsgált időszakban a tavaszi óraátállítást követő héten minden alkalommal csökkent a villamosenergia-fogyasztás, átlagosan 3,81 GWh/nap értékkel. Az őszi óraátállítást követő héten 3 alkalommal csökkent és kétszer növekedett a villamosenergia-fogyasztás, ez átlagban 1,24 GWh/nap fogyasztáscsökkenésnek felel meg. A vizsgált időszakban összességében az óraátállítások után csökkent a napi villamosenergia-fogyasztások átlaga.

Az eredeti „idealizált” feltételezéseink szerint, az óraátállítás előtti időszakban és az óraátállítás utáni időszakban az időjárás viszonyokat hasonlóan tekintettük; és úgy vettük, hogy a világos órák számában sincs jelentős eltérés. Ha tehát nem lenne óraátállítás, akkor gyakorlatilag (statisztikai értelemben) nem lenne jelentős változás a két időszak napi átlagos villamosenergia-fogyasztásában.

Mivel az óraátállítások megtörténtek, ezért csak „korrigált” módszert alkalmazhatunk. Összehasonlítottuk az óraátállítás előtti második 7 nap és az óraátállítás előtti 7 nap országos átlagos villamosenergia-fogyasztását, illetve az óraátállítás utáni 7 nap és az óraátállítás utáni második 7 nap orszá-

gos átlagos villamosenergia-fogyasztását. Külön megvizsgáltuk hazánkban az adott időszakban mért tavaszi és őszi óráátállítás előtti kétszer 7 nap átlagos napi villamosenergia-fogyasztásának változásait, és az óráátállítások utáni kétszer 7 nap átlagos napi villamosenergia-fogyasztásának változásait. Ezt a módszert a későbbiekben az egyszerűség kedvéért „mozgó” átlagolásnak nevezzük.

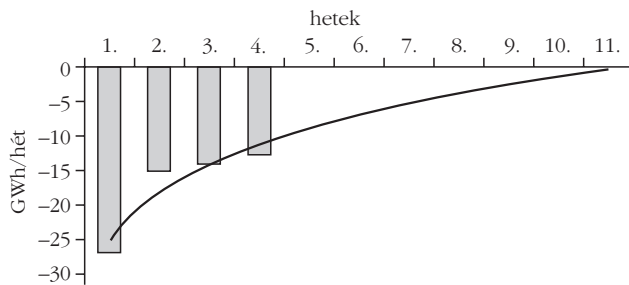
A tavaszi óráátállításoknál kiszámított „mozgó” átlag szerint 0,41 GWh/nap csökkenés volt mérhető. Ez azt jelenti, hogy a tavaszi óráátállítás környékén statisztikailag egyébként is megfigyelhető egy kisebb csökkenés a villamosenergia-fogyasztásban. Ezért kiszámítottunk egy korrigált változást, úgy, hogy a tavaszi óráátállításoknál mérhető átlagos változásból levontuk a „mozgó” átlagot. Ez a korrigált változás szerintünk (valószínűleg) pontosabban jellemzi, hogy magának a tavaszi óráátállításoknak mekkora az átlagos szerepe. (Nagyon leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy márciusban átlagban enyhén csökkenési trend figyelhető meg az országos villamosenergia-fogyasztásban; a március végi óráátállítást követően egy sokkal erőteljesebb, hirtelen csökkenést figyelhetünk meg, amely később fokozatosan megszűnik.)

Az őszi óráátállításoknál kiszámított „mozgó” átlag szerint 2,09 GWh/nap növekedés volt mérhető. Ez azt jelenti, hogy az őszi óráátállítás környékén statisztikailag egyértelmű növekedés figyelhető meg a villamosenergia-fogyasztásban. Kiszámítottuk a korrigált változást is úgy, hogy az őszi óráátállításoknál mérhető átlagos változásból levontuk a „mozgó” átlagot. Ez a korrigált változás valószínűleg pontosabban jellemzi, hogy kimondottan az őszi óráátállításoknak mekkora a szerepe átlagosan. (Nagyon leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy októberben átlagban növekedési trend figyelhető meg az országos villamosenergia-fogyasztásban; az október végi óráátállítást követően viszont hirtelen csökkenést figyelhetünk meg, ez a csökkenés azonban fokozatosan megszűnik.)

Összehasonlítottuk az óráátállítás előtti 14 nap és az óráátállítás utáni 14 nap országos átlagos villamosenergia-fogyasztását is. Az előbbi gondolatmenet alapján, ha az óráátállítást követő 2 héten kisebb az átlagos napi villamosenergia-fogyasztás, mint az azt megelőző 2 héten, akkor ez azt jelzi, hogy valószínűleg tényleg energiát takaríthatunk meg az óráátállításával.

A vizsgálatainkhoz azért választottunk most 14 napot, mert ebben a teljes 2 hét reprezentálva van. A két-két hét alatt talán még nincsenek nagyon nagy különbségek az időszakon belül a „világos” nappali órák számában, illetve az időjárás viszonyok is talán hasonlóak.

A tavaszi óráátállításokat követő két héten minden alkalommal csökkent a villamosenergia-fogyasztás, átlagosan 4,22 GWh/nap értékkel; az őszi óráátállításokat követő két héten néha növekedett, néha csökkent a villamosenergia-fogyasztás, átlagosan 0,85 GWh/nap volt az átlagos növekedés. Az előző számításokat elméletben folytathatjuk tovább. Összesen 4 hetet vizsgáltunk. Az átlagolási időszakok további növelésének azonban



2. ábra. A tavaszi óráátállításokat követő hetekben az átlagos villamosenergiafogyasztás-csökkenési trend.

nincs értelme, mert az eredeti feltételezéseink egyre kevésbé lennének elfogadhatóak.

A vizsgált időszakokban a tavaszi óráátállításoknál mérhető változások nagysága mindenütt jelentősen meghaladta a mozgó átlagok változásainak nagyságát, azaz a tavaszi óráátállításoknál tényleg van csökkenés az országos villamosenergia-fogyasztásban, nem csupán véletlen ingadozásról van szó.

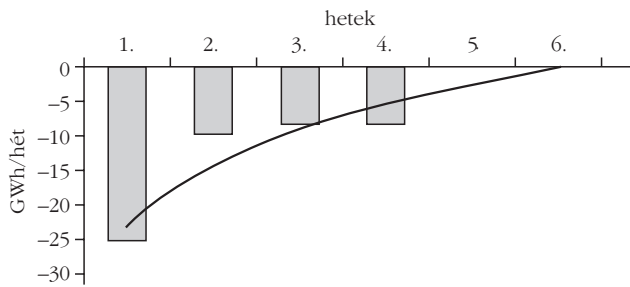
### Óráátállításokkal évente megtakarítható villamos energia

Az adatok elemzéséből láttuk, hogy a jelentősebb változások az óráátállítások környékén történtek. Külön az óráátállítások előtti időszakokban a változások, illetve külön az óráátállítások utáni időszakokban a változások „jóval kisebbek” az óráátállításoknál mérhető változásokhoz képest. (Természetesen itt is vannak fluktuációk, de több hetes bontásokban vizsgálva jól látszik, hogy az óráátállításoknál van jelentős változás a villamosenergia-fogyasztási átlagértékekben.)

#### 0. módszer (heti statisztika)

Kiszámítottuk az egy hetes, a két hetes, a három hetes, a négy hetes átlagolások szerint az országos villamosenergia-fogyasztásban az óráátállítások után jelentkező megtakarítást. Ez alapján az első héten összesen 26,7 GWh, a második héten 14,8 GWh, a harmadik héten 13,7 GWh, a negyedik héten 12,5 GWh villamos energia takarítható meg átlagosan, azaz a tavaszi óráátállítás utáni 4 hétben összességében körülbelül 67 GWh-t. (Ebben a csökkenésben azonban az időjárás változásának és a világos órák számának növekedésének is szerepe van.) Táblázatkezelő programmal felvettünk egy logaritmikusan illeszkedő trendvonalat (2. ábra).

A trendvonal alapján a tavaszi óráátállítások után körülbelül 10-11 hét alatt fokozatosan csökken, majd gyakorlatilag szinte megszűnik az óráátállításnál jelentkező villamosenergiafogyasztás-csökkenés. Az így kapott adatokat összesítettük: a tavaszi óráátállítások után országos szinten egy év alatt átlagosan körülbelül 100 GWh-val csökken a villamosenergia-fogyasztás. Ez a csökkenés nem kimondottan csak az óráátállítás miatt jelentkezik, hiszen a nappali világos órák száma is növekedett és valószínűleg az időjárás is javult, és a fogyasztáscsökkenést részben ezek a hatások okozták. Mivel célunk az volt, hogy kimondottan az óráátállításnak köszönhető átlagos fogyasztáscsök-



3. ábra. A tavaszi óráátállításokat követő hetekben a korrigált villamosenergiafogyasztás-csökkenési trend.

kenést meghatározzuk, ezért a későbbiekben csak a korrigált heti változások alapján számoltunk, a korrigálatlan értéket csak nagyságrendi becslésnek tekintettük, ezt neveztük a 0. módszernek.

### 1. módszer (heti statisztika)

A táblázatkezelő program segítségével a „korrigált” heti változások alapján is felvettünk egy trendvonalat (3. ábra).

A „korrigált” adatokhoz logaritmikusan illeszkedő trendvonal alapján a tavaszi óráátállítás után körülbelül 6 hét alatt fokozatosan csökken, majd gyakorlatilag szinte megszűnik az óráátállítások után jelentkező villamosenergiafogyasztás-csökkenés. Az így kapott adatokat is összesítettük. „Korrigált” számításaink szerint a tavaszi óráátállításnak köszönhetően országos szinten egy év alatt átlagosan körülbelül 68 GWh villamos energiát takaríthatunk meg. (A korrigált értékeknél az átlagolt mozgó változások miatt az időjárás javuló hatása és a növekvő világos nappali órák száma szinte eltűnik, ezért ez a körülbelül 68 GWh csökkenés szerintünk nagyrészt tényleg az óráátállításnak köszönhető.)

Az őszi óráátállítás utáni időszakra is megpróbáltunk valami hasonló értéket kiszámolni. Itt azonban nagyobb volt az adatok szórása. Nem tudtunk hasonló trendvonalat felvenni. Az első két hét alapján nagyjából 20 GWh megtakarítás látszik. A heti bontású korrigált statisztika alapján egy teljes évben a tavaszi és az őszi óráátállítás miatti átlagos országos villamosenergia-megtakarítás összesen körülbelül 88 GWh érték lehet.

### 2. módszer (heti statisztika)

A 2. esetben az óráátállítások napját megelőző 5 héten (minden héten vasárnaptól szombatig) meghatároztuk az adott heti országos átlagos villamosenergia-fogyasztást, majd az óráátállításokat követő 5 héten (minden héten hétfőtől vasárnapig) szintén meghatároztuk az adott heti országos átlagos villamosenergia-fogyasztást.

Ennél a módszernél összesen 5-5 hetes összefüggő időszakokat vizsgáltunk, azaz valószínűleg nagyobb különbségek vannak időszakon belül a „világos” nappali órák számában, illetve az időjárási viszonyok is különbözőek lehetnek. Az átlagértékek tekintetében közelítőleg elfogadhatjuk, hogy a tavaszi óráátállítások „környékén” február végétől május elejéig az idő-

járás „javuló tendenciát” mutat és a világos nappali órák száma növekszik; az őszi óráátállítások „környékén” szeptember végétől december elejéig az időjárás „romló tendenciát” mutat és a világos nappali órák száma is csökken.

A vizsgált időszakban a tavaszi óráátállításokat megelőző 5 héten szinte folyamatosan csökkent az átlagos villamosenergia-fogyasztás 1,54 GWh/nap átlagértékkel. A tavaszi óráátállításokat követő hét utáni hetekben szintén csökkent a villamosenergia-fogyasztás 1,85 GWh/nap átlagértékkel. Közvetlenül az óráátállítások utáni héten 3,80 GWh/nap értékkel csökkent a napi villamosenergia-fogyasztások átlaga az előző héthez képest. Ez azt mutatja, hogy a tavaszi időszakban az egyre több „világos” órának és az egyre javuló időjárásnak köszönhetően egy csökkenő trend figyelhető meg a villamosenergia-fogyasztásban, amire „szuperponálódik” az óráátállítás miatti fogyasztáscsökkenés. Ha a teljes villamosenergia-fogyasztás csökkenési „trendjéből” kivonjuk az „időjárás és a világos órák miatt jelentkező csökkenési trendet”, akkor megkapjuk, hogy kimondottan az óráátállítások miatt mekkora a csökkenés. Lineáris illesztéssel meghatároztuk, hogy a tavaszi óráátállításoknál magának az óráátállításnak 1,58 GWh/nap átlagos fogyasztáscsökkenést köszönhetünk az első héten, a 6 év átlagában. A fogyasztáscsökkenésben mutatkozó hatás a trendszámítások alapján körülbelül 6-7 hétig tart. Az egyszerűség kedvéért számoljunk úgy, hogy kimondottan az óráátállításnak köszönhető 1,58 GWh/nap átlagos csökkenés nagyjából 7 hét alatt fokozatosan csökkenve megszűnik. Ennek alapján az összes megtakarítás egy évben kerekítve 40 GWh átlagosan. Az őszi óráátállítás esetén hasonló módszert alkalmaztunk. Ennek alapján a teljes megtakarítás egy évben átlagosan körülbelül 68 GWh.

### 3. módszer (napi statisztika)

Arra gondoltunk, hogy akár napi bontású statisztikát is számolhatunk; de ez bonyolultabb, mint a heti bontás, mivel a hetek egyes napjain jelentősen különböző az átlagos fogyasztás. Ezt úgy küszöbölhetjük ki, hogy a hetek azonos napjait a következő hetek azonos napjaival hasonlítjuk össze. Ennél a módszernél először minden év tavaszi és őszi óráátállításánál külön-külön számoltuk. Az óráátállítás előtti 5 hét adott napjai (például hétfők) alapján a lineáris illesztéssel meghatároztuk, hogy milyen érték lenne várható az óráátállítást követő hét adott napjára (előre extrapoláltunk).

Az óráátállítás utáni héten az adott napon mért tényleges fogyasztást ezzel az értékkel hasonlítottuk össze. Ez a módszer szerintünk elég megbízhatóan mutatja, hogy kimondottan csak az óráátállításnak mekkora az adott napra jutó átlagos fogyasztáscsökkentő hatása. Ezt elvégeztük mind a 6 évben a tavaszi óráátállításnál mindegyik napra, majd a kapott értékek átlagát vettük. A számítások alapján a tavaszi óráátállítás utáni héten 2,06 GWh/nap átlagos fogyasztáscsökkenés adódott, ami körülbelül 6 hét alatt fokoz-

tosan megszűnt. Ez alapján közelítőleg egy évben kimondottan csak a tavaszi óráátállításnak köszönhetően átlagosan 43 GWh értékkel csökken az országos villamosenergia-fogyasztás.

Hasonlóképpen számoltunk mind az 5 évben az őszi óráátállításnál mindegyik napra, majd a kapott értékek átlagát vettük. A számítások alapján az őszi óráátállítás utáni héten 2,14 GWh/nap átlagos fogyasztáscsökkenés adódott, ami körülbelül 5-6 hét alatt fokozatosan megszűnt. Ez alapján közelítőleg egy évben kimondottan csak az őszi óráátállításnak köszönhetően átlagosan körülbelül 41 GWh értékkel csökken a hazai villamosenergia-fogyasztás.

### Konklúzió

Kerekítve 100 GWh lehet országosan az óráátállítások miatt megtakarított villamos energia éves szinten. Viszonylag egyszerű becslésekkel sikerült tehát nagyságrendileg meghatározni az óráátállítások következtében jelentkező villamosenergia-megtakarítást. A becsléseink pontosságát fokozni lehetne, ha például

még hosszabb időszakot vizsgálnánk; az időjárás statisztikai adatok és a napi világos órák tényleges számának hatásával történő korrekciós módszert alkalmaznánk, illetve figyelembe vennénk, hogy mikor esnek ünnepnapok hétköznapra, vagy mikor vannak szombati munkanapok stb. Ez azonban már nagyon komplikált lenne.

### Összegzés

Az óráátállítások legfőbb indoka, hogy ezzel villamos energiát lehet megtakarítani. A hazai villamosenergia-fogyasztási adatok elemzése alapján a tanulókkal arra a megállapításra jutottunk, hogy statisztikailag tényleg van csökkenés az országos villamosenergia-fogyasztásban az óráátállítások miatt.

### Irodalom

MAVIR ZRt. honlapja: <https://www.mavir.hu/web/mavir/home>  
Központi Statisztikai Hivatal energiagazdálkodás: <https://www.ksh.hu/energiagazdalkodas>

## XVII. SZILÁRD LEÓ NUKLEÁRIS TANULMÁNYI VERSENY

### Beszámoló, II. rész

Sükösd Csaba  
BME Nukleáris Technika Tanszék

#### 6. feladat

kitűzte: Sükösd Csaba

Egy programozó egy számítógépes szimulációban a radioaktív izotóp bomlását nem a viszonylag hosszú számítási időt igénylő exponenciális függvénnyel szeretné kiszámítani. Mivel a szorzás sokkal gyorsabb számítógépes művelet, ezért arra gondol, hogy a szimulációban az aktivitás csökkenését úgy fogja figyelembe venni, hogy az éppen aktuális aktivitás értékét minden másodpercben egyszerűen megszorozza 0,98-dal.

a) Bizonyítsuk be, hogy ez is exponenciális bomlást modellez!

b) Hány másodperc lesz ezen izotóp felezési ideje?

c) Mennyivel kellene megszorozni másodpercenként (0,98 helyett) a mindenkori aktivitást, hogy 10 perces felezési időt kapjunk?

#### Megoldás

a) Legyen az  $i$ -edik másodpercben az aktivitás  $a_i$ , és szorozzuk meg minden másodpercben  $k$ -val. (A konkrét példában  $k = 0,98$ ). Ekkor nyilván  $a_{i+1} = k a_i$ , vagy másképpen

$$\frac{a_{i+1}}{a_i} = k.$$

Az aktivitás egymás utáni értékei tehát mértani sortatot alkotnak, mivel az egymást követő tagok hányadosa állandó. Ebből következően az  $n$ -edik időpillanatban meglévő aktivitás:  $a_n = a_0 k^n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Ha az idő „egységét”  $\tau$ -val jelöljük (a példánkban 1 s, mert másodpercenként frissítünk), akkor az eltelt idő:

$$t = n\tau, \text{ azaz } n = \frac{t}{\tau}.$$

Ezt visszahelyettesítve kapjuk:

$$a(t) = a_0 k^{\frac{t}{\tau}}.$$

Innen már látszik, hogy az aktivitás valóban a  $t$  idő exponenciális függvénye.

b) Ahhoz, hogy a felezési időt is meg tudjuk mondani, a  $k$  „alapról” át kell térjünk  $\frac{1}{2}$  alapra. Azaz, úgy kell meghatározzuk a  $T$  felezési időt, hogy

$$a_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = a_0 k^{\frac{t}{\tau}}.$$

$a_0$ -val egyszerűsítve és mindkét oldalt logaritmálva:

$$\frac{t}{T} \lg\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{t}{\tau} \lg k.$$

Ebből  $T$  kifejezhető:

$$T = \tau \frac{\lg\left(\frac{1}{2}\right)}{\lg k} = -\tau \frac{\lg 2}{\lg k}.$$