

DR. HORVÁTH GÉZÁNÉ PH.D.*

KÉSZLETMODELLEZÉS EGYKOR ÉS MA

Az optimális tétel nagyság (Economic Order Quantity) klasszikus modelljét¹ 1916-tól napjainkig a világon széles körben alkalmazták és módosított változatait ma is alkalmazzák. A modell szigorúan determinisztikus input-output feltételrendszerre épül, azonban meglehetősen érzéketlen a kereslet várható nagyságára vonatkozó becslés pontatlanságára. Vajon mi a magyarázata e modell népszerűségének és aktualitásának? A választ a modell érzékenységvizsgálata révén kapjuk meg.

A modell számszerűsítésekor még nem ismert az időegységre jutó r kereslet, ezért a modellező a \hat{q}_0 „optimális” tétel nagyságot a becsült \hat{r} értékkel kénytelen számszerűsíteni. A becsült és a tényleges kereslet közötti kapcsolat az α szorzóval teremthető meg, azaz $\hat{r} = \alpha r$. Utólag – a tényleges kereslet értékének a felhasználásával – kiszámítható a vizsgált időszak $k(\hat{q}_0)$ készletezési költsége és a $k(q_0)$ optimális készletezési költség.

Bebizonyítható, ha a keresletre vonatkozó becslés nem kisebb a tényleges kereslet felénél, illetve nem nagyobb annak kétszeresénél; azaz ha:

$$\hat{r} = \alpha r \quad \text{és} \quad \frac{r}{2} \leq \hat{r} \leq 2r$$

ahonnan $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 2$, akkor a készletezés többletköltsége az optimális költség értékének legfeljebb 6%-a, mivel:

* BGF KKKF Intézeti Matematika-Statistika Tanszék, tanszékvezető főiskolai tanár.

¹ Operációkutatás [2000], p. 18-26.

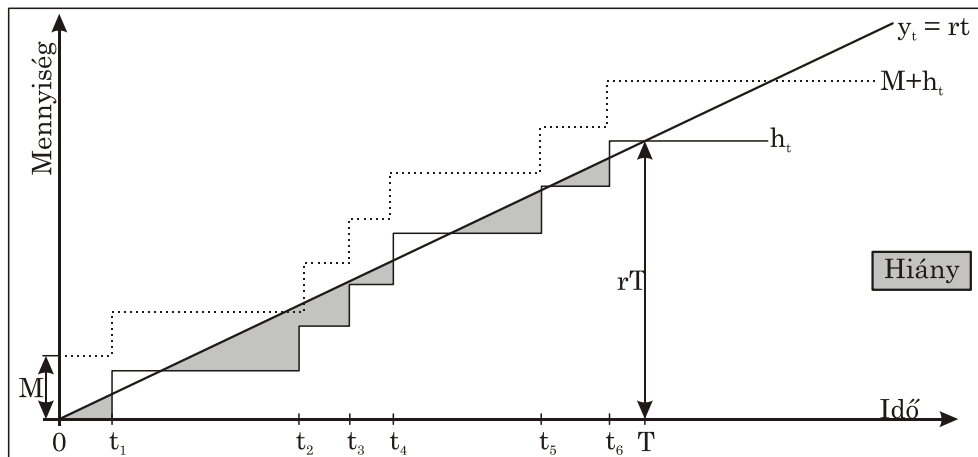
$$\frac{\hat{K}(q_0)}{K(q_0)} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right) \leq 1,06 .$$

Hazánkban 1968 és 1990 között általános volt a hiánygazdálkodás. A szállítók monopolhelyzete és az ún. előszállítós rendszer új típusú készletmodellek kifejlesztésére készítette a magyar operációkutatás szakembereit. A piacgazdaság feltételeinek megfelelő költségminimalizáló készlet modellek nem voltak alkalmasak az „előszállítós rendelésre-teljesítés” modellezésére.

A folyamatos termelés anyagellátása – véletlen beérkezési folyamat sokféle változata mellett – az előírt megbízhatósági szinten fenntartható volt a PRÉKOPA ANDRÁS, ZIERMANN MARGIT és tanítványaik által kidolgozott készletmodellekkel. Ezek a modellek a minimális kezdőkészlet (M) nagyságának meghatározására készültek. Alkalmasak voltak az elfekvő készletek felhasználásának megakadályozására és számszerűsítésükhöz nem volt szükség a költségtényezők megadására. A nemzetközi szakirodalomban a PRÉKOPA-ZIERMANN „A” és „B” modellek a legismertebbek.

PRÉKOPA-ZIERMANN „A MODELLEZÉS”

A PRÉKOPA-ZIERMANN „A modell”¹ véletlen ütemezésű, egyenlő nagyságú rész-szállítmányok esetére készült. A szállítmányok nagysága előre ismert – a megrendelt rT mennyiség n -ed része – a szállítások időpontjai a $[0, T]$ időintervallumon egymástól független t_1, t_2, \dots, t_n valószínűségi változók, amelyek bármely lehetséges elhelyezkedése egyenlően valószínű.



1. ábra

PRÉKOPA-ZIERMANN „A modell” véletlen ütemezésű rész-szállítmányok esetén

A modell a kezdőkészlet optimalizálására egyenlő ütemezésű, véletlen nagyságú rész-szállítmányok esetén is alkalmas. Ha a szállítások az $[0, T]$ intervallumon

¹ Operációkutatás [2000], p. 48-52.

belül egyenlő időközökben, de véletlen nagyságú részletekben történnek, akkor matematikai szempontból csupán tengely-transzformációt kell végrehajtani.

Az optimális kezdőkészlet értéke mindkét esetben az alábbi képlettel számítható:

$$M \approx rT \sqrt{\frac{\ln \frac{1}{\varepsilon}}{2n}}$$

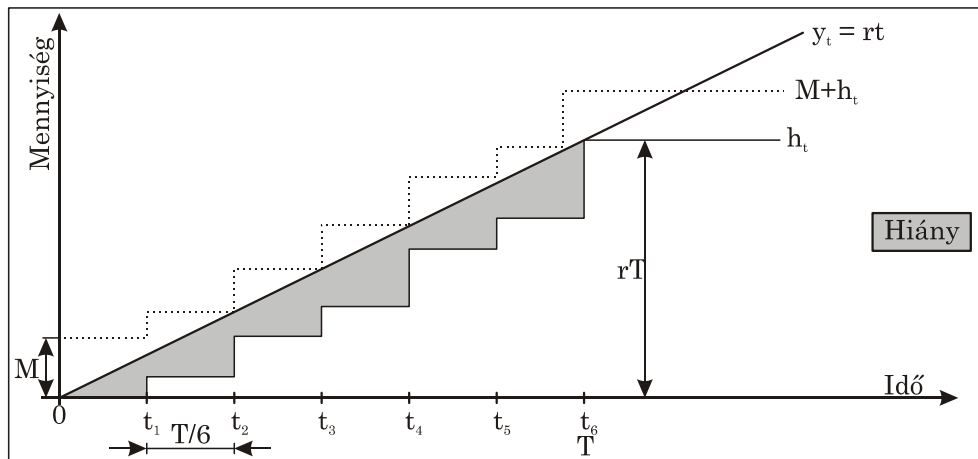
ahol:

M a kezdőkészlet

N a szállítmányok száma

rT az időszak kereslete, illetve a megrendelt mennyiség.

ε a kockázat mértéke



2. ábra

PRÉKOPA-ZIERMANN „A modell” véletlen nagyságú részszállítványok esetén

PRÉKOPA-ZIERMANN „B MODELL”

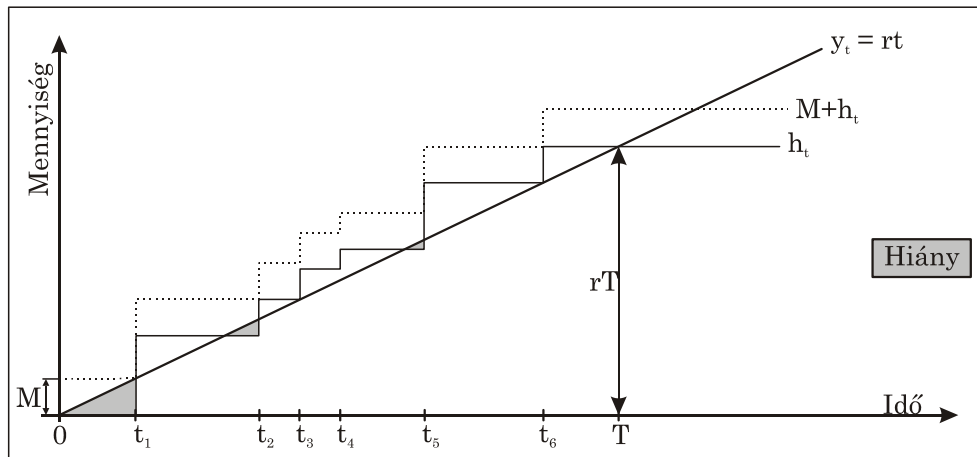
A PRÉKOPA-ZIERMANN „B modell”¹ véletlen ütemezésű és nagyságú részszállítványok esetén optimalizálja a kezdőkészlet nagyságát. A modellben tehát a részszállítványok időpontja és nagysága egyaránt valószínűségi változó, ugyanakkor egy bizonyos – ésszerű nagyságrendű – α ($0 < \alpha < rT/n$) mennyiség beérkezésével minden egyes részszállítvány alkalmával számolni lehet.

Az optimális kezdőkészlet nagyságát az α minimális tétel nagyság értéke is befolyásolja, amelyet $K_n(\alpha)$ korrekciós tényezővel kell figyelembe venni.

Az optimális kezdőkészlet: $M_\alpha \approx MK_n(\alpha)$, ahol

$$K_n(\alpha) = \sqrt{1 + \frac{n-1}{n+1} \left(1 - \frac{n\alpha}{rT}\right)^2}.$$

¹ Operációkutatás [2000], p. 53-56.



3. ábra
PRÉKOPA-ZIERMANN „B modell” véletlen ütemezésű és nagyságú
részszállítmányok esetén

Napjaink piacgazdaságában a bizonytalansági tényező a kereslet oldaláról jelentkezik. Piaci pozícióik megtartásához a kereslet változására a vállalatoknak rugalmasan reagálniuk szükséges. Az optimális tétel nagyság klasszikus modelljének módosított változatai alkalmasak ezen probléma kezelésére is.

FIX RENDELÉSI TÉTEL MODELL

VÉLETLENTŐL FÜGGŐ DISZKRÉT KERESLET ESETÉN¹

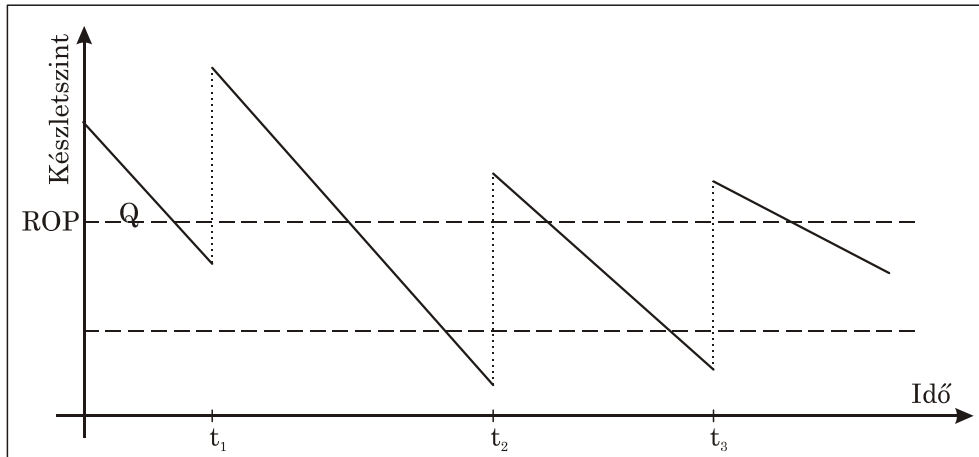
Ha az EOQ-modellt véletlen kereslet mellett kívánjuk alkalmazni, akkor számunkra a fix rendelési tétel nagyságon kívül az ún. „újrarendelési pont” meghatározásának van döntő jelentősége. Az **újrarendelési pont (ROP)** az a készlet szint, amelyre lecsökkenéskor a rendelést fel kell adnunk.

Egyenletes kereslet esetén ROP csupán az utánpótlási idő hosszától és a determinisztikus napi kereslet nagyságától függ. Ha a kereslet nem egyenletes, akkor az **újrarendelés időpontja nem határozható meg előre**, mert a rendelések között eltelt idő a kereslet függvényében változik. A termelő, illetve a szolgáltató vállalatok részéről tehát csupán az ROP újrarendelési pont meghatározására van szükség; azaz a raktárkészlet alakulásának ismeretében a rendelés megfelelő időben feladható.

A **ROP** a lehetséges újrarendelési pontok közül a legkisebb várható költséghez tartozó **készlet nagyság**.

A helyesen megállapított ROP megakadályozza az indokolatlan elfekvő készletek, illetve a készlethiányok kialakulását, valamint az ezekkel felmerülő többletköltségek jelentkezését.

¹ Dr. Horváth Gézáne [1997], p. 27-30.



4. ábra
Készletmodell véletlen kereslet esetén

ROP ismeretében az *EOQ* modellek becsült fix rendelési tétel nagyságát optimalizáljuk.

A készletmodellezésnél a kereslet ingadozása mellett *bizonytalansági tényezőt jelent a beszerzések utánpótlási ideje is, amely attól függően változik, hogy a szállítást készletből, vagy rendelésre-termeléssel teljesíti-e a beszállító.*

FIX RENDELÉSI TÉTEL MODELL SZTOCHASZTIKUS KERESLET ÉS SZTOCHASZTIKUS UTÁNPÓTLÁSI IDŐ ESETÉN

Akkor alkalmazhatjuk ezt a modellt, ha nem ismerjük előre sem az utánpótlási idő hosszát, sem pedig az utánpótlási idő alatti kereslet nagyságát. A rendelések feladása közötti idő a *ROP*, azaz az optimális újrendelési pont értékétől, a kereslet alakulásától és az utánpótlási idő változásától függ.

A modell számszerűsítése, az újrendelési ponthoz tartozó optimális készlet-nagyság *ROP* meghatározása az utánpótlási idő alatti kereslet eloszlásának vizsgálatával kezdődik. A normális eloszlást közelítő kereslet paramétereinek (\bar{x} várható érték és σ szórás) becslése után különböző megbízhatósági szintekhez kiszámítható a *ROP* értéke.

$$ROP = \bar{x} + \lambda \sigma,$$

ahol

λ a megbízhatósági faktor.

A bemutatott két modell a piaccgazdaságban hazánk EU-csatlakozása után is széles körben alkalmazható lesz.

Az EU-csatlakozás vállalkozásainkat szigorúbb környezetvédelmi előírások betartására fogja rákényszeríteni. A veszélyes anyagok tárolására

vonatkozó korlátozások az ilyen anyagokkal dolgozó cégek készletezési szakembereit nehezen megoldható helyzet elé fogja állítani.

A készletmodellezés e körben is segítséget jelenthet az optimális beszerzési és készletezési stratégia kialakításában; nevezetesen a klasszikus EOQ modellnek e speciális korlátozásokat is figyelembe vevő módosított változatainak alkalmazásával.

IRODALOM

Operációkutatás I. (szerk. dr. Tóth Irén): Matematika közgazdászoknak. Tankönyvkiadó Bp., 2000.

DR. HORVÁTH GÉZÁNÉ: Egy újrendelési pontot optimalizáló készletmodell. Szakmai Füzetek. (Külkereskedelmi Főiskola Tudományos Tanácsa kiadványa) Bp. 1997.