

BRÓDY ANDRÁS

Fejlődés vagy növekedés?

A gazdaságtan feladata változóban van. A növekedés korlátaiba ütközve, érdeklődése, módszereinek, gondolatmeneteinek, sőt szavainak és fogalmainak használata is lassan, de határozottan módosul. Az „egyensúly” vizsgálata helyt ad a „fenntartható növekedési pálya” tárgyalásának. A „többtermelés” helyett a „szép”, „olcsó”, „tartós”, „újrahasznosítható” terméket keresi. A munkát megtakarító újítások ma inkább a munkahét és az életpálya változását támasztják alá, és nem a többlettermelést. A fogyasztási piacokon a fejlett országokban érezhetően könnyebben alakul ki a túltermelés, és mélyebbek a válságok. Ezt az egyre harsányabb és erőszakosabb reklámhadjáratok is jelzik. Ideje felülvizsgálni a régi gondolkodást, számítási és elemzési modelleket. Erre indít egyrészt a régi fogalmak szükséges tisztázása és megújításának vágya, másrészt éppen a jövő tervezett, rendezett és főként takarékos gazdálkodásának kényszere.

Journal of Economic Literature (JEL) kód: D5, O0.

Neumann Jánosnak a gazdaság növekedésére vonatkozó dolgozata volt az első szigorú és korszerű matematikai eszközökkel építkező modell, amely a gazdasági eljárások fejlődését, azaz kiválasztásuk kérdését felvetette (Neumann [1945]). De nem a mozgás leírását szolgálta. Alkotója nem működési modellnek szánta, hanem az általános egyensúly elvi lehetőségének logikai bizonyítására vállalkozott. Azt kívánta megmutatni, hogy az összes piac egyidejű egyensúlya, bármi legyen is a fogalomalkotás célja, elméleti ellentmondás nélkül elgondolható, azaz néhány közvetlenül belátható és elfogadható feltétel teljesülése esetén létezik a gazdasági átalakítások pozitív fixpontja.¹ Érdemes tehát gondolkodni rajta, nem pusztán vágyálom, nincs matematikai hibája, mint Walras és más közgazdászok korábbi írásainak, és nem megoldhatatlan feladat. De nem következett belőle az ilyen egyensúly gyakorlati létezése vagy kiszámíthatósága. Nem mondta meg, hogy a kiinduló adatok hogyan gyűjthetők össze, nem adott véges vagy végtelen eljárást az egyensúlyi arányok és értékek számítására, még egyértelműségüket sem ígérte. Azt sem állította, hogy ez az egyensúly gyakorlatilag kívánatos vagy megvalósítandó. Csak azt mondta, hogy az általános egyensúly ellentmondás nélkül elgondolható. Megnyitotta az utat a kérdés gyakorlati megközelítéséhez. Ezen az úton a számítógép segítsége ellenére is csak lassan haladunk előre, sőt váratlan nehézségekbe ütközünk. Világossá vált, hogy bár az egyensúly elméletileg elgondolható, de szabatos létrejöttét a tényleges gazdaság nem tudja kivárni. Talán érdemes megismerni a megfelelő arányokat, de megteremtésük nem feltétlenül kívánatos, mert a további fejlődésnek már gátjai.

¹ Tehát a gazdasági folyamat értékelésére felhasználható „metrika”, azaz mértékrendszer is.

A számítógép, majd a lineáris algebra gépi programjai lehetővé tették más és újabb növekedési modellek alkalmazását, amelyeket már a gazdaság elemzésére, tervezésére és szimulációjára használtak. Sraffa és Leontief (Ricardo elméletére, illetve az újratermelési sémákra visszanyúló) modellje esetében ez könnyen és viszonylag gyorsan sikerült. Ezek egyszerűbb modellek voltak. Leontief modellje a háborús tervezés szovjet sakkttáblamérlegéből indult ki. Sraffa a tőke értékelésének módját, Ricardo változatlan értékű termékhalmozat kereste.² Sraffa tehát a tőke megfigyelését és mérését kívánta megalapozni, Leontief munkája pedig a nemzeti jövedelem és vagyon nyilvántartásának, az újratermelés tervezésének nyitott utat.

Sraffa és Leontief modelljeinek egyszerűsége abban nyilvánul meg, hogy bennük csak termékek, azaz áruk és szolgáltatások szerepelnek. Matrixuk négyzetes, míg Neumann mátrixai téglalap alakúak. Neumann az eljárásokat (vállalatokat) is tárgyalta. Világosan látta ugyanis, ami még ma is sok bevezető tankönyv figyelmét elkerüli, hogy a gyakorlatban csak a termelési eljárás kiadásai állapíthatók meg, az egyes termékfajtákra fordított költség mindig csak feltételezhető. Ha egy eljárás több terméket állít elő, akkor költségének jelentős része (az „általános” költség) megoszlik, és ez a megosztás nem egyértelmű. Az egyes termékek gyártásán elért nyereség ezért bizonytalan. A termékek kereslete és kínálata is ködös, és nehezen kezelhető, viszont termelt és fogyasztott mennyisége jól és pontosan megfigyelhető. Ugyanakkor az eljárás (vállalat) költsége és bevétele is mérhető.

Neumann János modellje látszólagosan nagyobb realizmusa ellenére nehezen megoldható maradt. Bár a mennyiségek csak az árakra, az árak pedig csak a mennyiségekre hatnak, és ezért a klasszikus piaci keresztszabályozással van dolgunk, a számítás mégis nehéz. Lassan közelebb kerültünk megértéséhez, de általános, gyorsan és jól működő számszerű megoldási eljárása nem ismert. Az azonban kiderült, hogy ha a gazdasági eljárások és termékek egy igen szigorú feltételeket kielégítő körét pontosan meg lehetne adni, akkor egyetlen lépésben közvetlenül kiszámítható volna a megoldás.³ A feladat számszerű megoldása egy sajátos nullatér. A számítás így a lineáris operátorok ismert programjával történhet. Ha ismerjük azokat a termékeket és eljárásokat, amelyek a szabatos egyensúly állapotában tudnak együtt lenni, akkor a feladat egy egyszerű lineáris egyenlet megoldása. Ha tehát ki tudjuk szűrni az elvetendő eljárásokat és a szabad jószágokat, akkor egyszerű a feladat. Ha tudjuk, minek az egyensúlyáról van szó, akkor könnyű megbirkózni a számítással. De különösen nagyobb rendszerek esetében ez a kiválasztás hosszas, nehézkes és nehezen stabilizálható folyamat.⁴ A választás a már létező termelési eljárások és az ezekkel előállítható termékek seregéből történik. Ezekből kell a gazdasági szempontból legjobbakat, és csak ezeket, kiválasztani. Ez viszont már végletes, túl sokat kívánó, ezért a kelleténél bonyolultabb feladat. Nem veszi figyelembe, hogy a valóságban egyszerre megy végbe a régi eljárások lassú kiszűrése és új eljárások fellépése. E lassú folyamat sajátos időigényének mellőzése a feladatot irreálissá, és az ilyen egyensúly létrehozását, azaz gyakorlati megvalósítását lehetetlenné teszi. Hogyan választ hát a modell, hogyan fejezi ki a gazdaságban végbemenő választást?

² Változatlan értékű abban az értelemben, hogy a tőke és a munka árának arányváltozása nem hat rá, mert összetétele a teljes tőke átlagának felel meg.

³ Tehát a feltételezett téglalap alakú kiinduló ráfordítási és kibocsátási mátrixok adataiból ki tudnánk választani egy mindig létező kvadratikussá és szinguláris $A - \lambda B$ forma megfelelő két mátrixát. Sajnos e forma rendje nemecsak nem becsülhető meg, de a kiinduló adatok kis változása következtében is nagymértékben módosulhat. Következésképpen a kiválasztási eljárás maga igen instabil.

⁴ A zérus tér általában könnyen destabilizálható infinitézimális lépésekben.

A kiválasztás működése

A kiválasztási eljárás feltételezi azt, hogy nemcsak a megoldás létezésében vagyunk biztosak, hanem ismerjük ennek két fontos értékét is. Ismeretesnek tekintünk két változót, a növekedési rátát és a kamattényezőt, amelyek nagysága hozzávetőleg adott ugyan, de pontos értékük ismeretlen. A kiválasztás módja a következő:

– az *eljárás* akkor alkalmazható, ha hozama az egyensúlyi (minimális) kamattényező; ha az egyensúlyban ennél kisebb kamatot hozna, akkor törlendő az alkalmazott eljárások sorából,

– a *terméknek* akkor van ára, ha növekedése az egyensúlyi (maximális) növekedési tényezővel biztosítható; ha az egyensúlyban ennél több jönne létre, akkor szabad jószággá válik.

Ez láthatóan nehéz és körkörös feladat. Az eljárások, a termékek és a rendszer egymással összeférő szerkezetének kiválasztása nem könnyű. A modell a választást a működő rendszer szerkezeti arányaival indokolja. Ez történik a valóságban is. A rendszer szerkezeti arányait viszont az addigi választások alakítják ki. Ez a valóságban is így van, ezért körkörös a feladat. A rendszer saját korábbi nyomvonalától függő öntörvényű döntés révén újul meg és fejlődik tovább.

Ellenérv

A gyakorlatban a kiválasztás leírt elve értelmezhető és végrehajtható, de az ilyen elvek érvényesülése biztosan nem „késpenge” élességű. Csak Ricardo feltevése volt az, hogy a tőkeátvitel (*transference of capital*) rögtön megindul, mihelyt egy vállalat vagy termék profitrátája „akárcsak egy jottányival is eltér” az átlagostól. A profitráta teljes kiegyenlítődése csak a teljes egyensúlyban történhet meg. Ismerve a mindennapok versengését, tudjuk, hogy a vállalatok nagyobb ár- és piacversenyt is átvészelnék, és mégis többnyire talpon tudnak maradni. Nem szüntetik be a működést, és nem számolnak fel azért, mert költségeik tizedik vagy huszadik helyértékében „egy jottányi” ráfizetés keletkezett. Nem szórják a tengerbe a kávé, mert egy kávészem eladatlan maradt. Nem ismerik, mert nem is ismerhetik nagy pontossággal a kívánt számértékeket, habár általában van fogalmuk arról, hogy azok mekkorák. De a verseny már az első két értékes számjegyben is megmutatkozik, akár az árszintet, akár a piaci részesedést nézzük. A gyakorlatban az ilyen verseny ritkán végződik teljes és egyoldalú győzelemmel az egyik, és végleges kivonulással a másik oldalon. A megkívánt teljesen pontos számérték pedig csakis a teljes egyensúlyban válhatna ismertté. Ez a teljes egyensúly azonban a gyakorlatban még sohasem következett be, és nem valószínű, hogy valaha bekövetkezzék és semmiképpen sem feltétele a piac működésének.

Védelem

De éppen az itt szükséges elméleti élesség az, ami a matematikai gondolkodás erőssége. Ha feltesszük, hogy az egyensúlyt elértük, és az így kapott állapot örökké tart, akkor az elavult eljárás vagy fölös termék az okozott veszteség miatt véges idő alatt valóban kikopik a rendszerből. A választóvonalnak valahol lennie kell, és ilyen szempontból kétségtelenül helyén van. Még akkor is, ha ez a hely az egyensúly (és ezzel a szerkezet) változásával maga is változni képes. Éppen ez a szépsége és továbbhajtó ereje Neumann modelljének. Megmutatja, hogy a teljes egyensúly felé törekedve javítani lehet a gazdaságot, akkor is, ha az egyensúlyi helyzetet nem értük el.

Szintézis

Mindkét szempontnak igaza van, illetve: van igaza. De az biztos, hogy a valóság nem működik ilyen élesen. A „jotta” elvileg kisebb még a számítógép mindig korlátos pontosságánál is. Tehát az elképzelhető legpontosabb számítás is korlátos lesz a valóságban. Ez pedig a számítás befejezését és a gyakorlati döntést egyaránt lassítja.⁵ Akkor pedig mi történik a piacon?

Az „átlagos” kamatráta nagysága kétféleképpen értelmezhető. Az első értelme, amit mindenki készséggel elfogad, hogy az átlagos jelző a ráta körülbelüli nagyságát jelenti. A második értelme azonban az átlag pontos nagyságának ismerete. Ez viszont azt jelenti, hogy az már kialakult, azaz beállt a végső egyensúly. Ez teszi logikailag körkörössé a bizonyítást, mert feltételnek tekint valamit, amit éppen bizonyítania kellene.

A valóságos világ az egyensúly állandó hiányával küszködik. A piac (és a tőzsde) a modell szerint általában nincs – mert nem is lehet – teljes egyensúlyban.⁶ A tényleges profit, hozam, kamat és készlet mindig eltérő arányú, és tartósan ingadozik. Aki állandó egyensúlyt keres, annak látva a tőzsdeindex mozgását, el kell gondolkodnia a mozgás okán és jelentésén. Az index (és a piac) legfőbb tulajdonsága éppen ez az állandó ingadozás. A mozgás – a tőke átvitele egyik ágból a másikba – kétségtelenül annak jele, hogy a piac nincs egyensúlyban. A tőke áramlásának oka az egyensúly vélt vagy valós hiánya, célja pedig éppen ennek a hiánynak a kiegyenlítése. Az eljárások és termékek gazdasági hozama különbözik, az eltérő hozam miatt nincs egyensúly. A feszültség állandóan hat, és nem tűnik el. Sem azonnal, sem gyorsan. Sosem. A régi eljárások átlagosnál magasabb profitja lassan morzsolódik le. Áthidalhatnánk ezt az ellentétet azzal az állítással, hogy a piac állandóan keresi az egyensúlyt, de ez nem volna igaz. Mint láttuk, a fejlődés lényege éppen az egyensúly megsértése, sőt megváltoztatása. Ráadásul az egyensúly fogalmába nehezen illeszthető bele a tőzsde hirtelen összeomlásának veszélye és nagyon is valós ténye. Ha ez a gazdasági rendszer betegsége vagy hibája, vagy pedig éppen termelésének vagy termékeinek elégtelensége váltja ki, akkor hogyan veszi ezt észre a piac, és hogyan orvosolja?

Már Neumann foglalkozott az élővilág és a számítógépek szögesen elütő „javítási módszereivel”. Ahol a számítógép a hiba miatt „lefagy” (és helyes, ha lefagy, mert különben nagyobb baj keletkezhet), ott a természet habozik és javítgat. Valószínűleg így történik általában a gazdaságban is, hiszen a természet fejlődésének elmélete is gazdasági indítástú. Amit tehát az elméletből és a tényekből le lehet szűrni, az a többfajta, sőt igen sokféle eljárás és termék együttélése, olyan együttélés, amely nemcsak verseny, de együttműködés is. Elektromos áramot régóta termelünk és fogyasztunk. Egyensúlyban rég ki kellett volna alakulnia az áramtermelés legnyereségesebb módjának, és a többi eljárásnak már el kellett volna sorvadnia. De nem ez történt, mint ahogy nincs – és nem is látszik kialakulni – győztes autómárka, számítógép vagy mobiltelefon sem. S eszerint ezek nemcsak megférnek egymással, hanem a legtöbb esetben segítik is egymást, de legalábbis együttműködnek, mert másképpen nem tudnák ellátni – és ezért elvesztenék – piacaikat.

Az sem valószínű, hogy új termék vagy eljárás infinitezimális („jottányi”) előny miatt kerül piacra. Az új akkor terjed sebesen, ha nagy, lehetőleg többszörös a hozama. Később ezt az előnyét a verseny következtében lassan elveszti. A tényleges történés tehát kevésbé hasonlít az elméletileg feltételezett határesetre.

⁵ A Kornai–Lipták [1965] kétszintű programozása ezen akadt el. Konvergálása bizonyított volt, de hibája ciklikusan és oly lassan csillapodott, hogy kifogyott a rendelkezésre álló kutatási pénz.

⁶ Tehát ha egy állapot, mint például az egyensúly, elméletileg létezik, abból még nem következik az, hogy gyakorlatilag is megvalósul, és még kevésbé az, hogy mindig fennáll.

Ezek szerint a piac és a kiválasztás mégsem az a barátságatlan és állandóan háborús feladat, mint ahogy azt Hobbes után lefestik és gondolják. Ennek jó oka van, és a technikai fejlődés ezért lassúbb annál, mint ahogy a fenti éles szabályokból következne. Az ugyanis nem az eszmék világában, hanem a gyakorlati életben bonyolódik le. A gyakorlatban pedig az „új” megjelenése idején még él a „régí”, a maga meghaladott és avult eszközeivel, de létező befektetéseivel, amelyek még nem fizetődtek ki. Mielőtt az új eljárás mellett döntenének, előbb kiszámítják, hogy mikor lehet és mikor érdemes ezt megtenni. Pató Pál úr is többnyire azért dönt a tetőjavítás ellen, mert éppen nincs pénze rá, vagy éppen sürgősebb dologra kell. Nyilvánvaló, hogy az ilyen megfontolások következtében sok minden megőrződik és megmarad. Nem örökre, de egy ideig még biztosan. Egyszerűen azért, mert a régi befektetés már „ingyen” megvan, míg az új biztosan pénzbe kerül. Ez tehát hosszabb időre és nagyobb elméleti előny ellenére is meg tudja védeni a régít, mintsem gondolnánk. Ne feledjük, a réginek is van előnye. Megtanultuk, begyakoroltuk, megszoktuk. Kit ne zavarna nagyobb tudású új mobiljának még szokatlan kezelési módja?

Mégis előfordul – ritkán ugyan, de rendszeresen ismétlődve – az a késéles és hirtelen váltás, amit Ricardo leír. Hirtelen felbukkan a bankok („eljárások”) és az értékpapírok („termékek”) olyan köre, ahol hirtelen ér egy kegyvesztett „pénzterméket” a teljes és azonnali értékvesztés, a „buborék” elpattanásának fátuma. A tegnap még sokak által keresett papír mára értéktelenné („szabad jószággá”) válik, és néhány bank, amelyik tegnap még oly magabiztosan tárgyalt terjeszkedéséről, attól tart, hogy holnap nem tud eleget tenni meglévő ügyfelei várható igényeinek sem. Az ügyfél meg pánikba eshet, hogy a bank tőkéje már fityinget sem ér. A pánik ilyenkor éppen akkor tör ki, amikor a közönség menteni próbálja, ami menthető. Azaz Ricardo saját pénzváltói és tőzsdeügynöki tapasztalatai alapján fogalmazta meg a tőkeátvitel elvont eszmei követelményét, ahogyan ezt tette a profit és munkabér ingadozására és a külkereskedelem elméletére vonatkozóan is. Megfigyelései és következtetései, elmélete és ebből fakadó javaslatai logikailag ma is érvényesek. Át lehet fogalmazni ezeket. Lehet alkalmazni az okok fejtegetése helyett a teleológia, azaz a célszerűség keresését, ahogy ezt például Heckscher és Ohlin tették a külkereskedelem esetében, de elvi érvényük nem vonható kétségbe.⁷

Ebből az is látható, hogy a valóságos piac mozgását irányító erőben és a mozgás céljában kell lennie valaminek, aminek ugyan a fenti világos és éles tételek érvényesülése is része, de nem működik mindig ilyen végletes módon. Élni és hatni engedi a régi eljárásokat és régi termékeket, amíg avulásuk nem teszi tönkre őket. Az egyensúlynak van késéles változata, s ugyanakkor van a működés folyamatát biztosító változata is, amely időt ad a létezésre, javításra, hibakezelésre és fejlődésre. Hol található ilyenfajta egyensúly? Első helyen az élővilág fejlődésében, de ott nem társult hozzá ár- és mértékrendszer. Találunk azonban ilyet is, és éppen ezt találta meg és fel J. W. Gibbs, igen szerencsésen és nagyon általánosan az általa művelt fenomenológiai termodinamikában.⁸ Ugyanis a termodinamika az a terület, ahol az egyensúly nem feltétlenül áll be, és ha beáll, akkor sem mindig azonnal. Az ozmózis, a diffúzió vagy a hő terjedése időbe kerül. A természet erőinek időt kell engedni, hogy érvényesülhessenek, és a hatásuk kialakulhasson. Az, hogy még a mechanikában sem történhet semmi végtelen sebességgel, azt már Huygens tudta, és szemére is vetette Newtonnak. De csak sokkal később értelmelte Einstein ezt a kétségtelen tény,

⁷ A Leontief-paradoxon nem ellenpélda, mert az Egyesült Államok exportelőnye egyes „munkaigényes” ágakban épp a speciális szakmunkából ered.

⁸ Mindkettő a gazdaságtan eszméiből merítette kiindulását. A termodinamika Sadi Carnot vizsgálatával (1824) a gőzgép határfokáról kezdett szólni. Az élővilág fejlődésének leírására Darwin (1838) Malthus népesedési elméletét aknáztta ki. Gibbs új matematikai ismereteit európai tanulmányútján szerezte. Saját elgondolása hőtani analógiájára maga Neumann hívta fel a figyelmet.

néhány igen bonyolult következményével együtt. Itt is ilyen, de nem mechanikai, hanem más jellegű időigény és történet következményeiről van szó.

Neumann modellje Ricardo átlagos profitrátájának kialakulását kívánja meg. Ez bonyolult és nehéz feladat. Értéke matematikailag kiszámítható, de a gyakorlat nem valósítja meg. Túl szigorú az előírás. Neumann modelljét ezért nem is alkalmazza a gyakorlat, bár megoldása, a játékelmélethez hasonlóan, érdekes összefüggésekre hívhatná fel a figyelmet.⁹

Az egyensúly elvi meghatározása

Gibbs matematikai vegytanának fő eszköze az energiát minimálissá és az entrópiát maximálissá tevő potenciálfüggvény (*Gibbs* [1875–1878]). Ezzel Gibbs első ízben használta fel a minimax elvet egy több összetevőből álló fizikai rendszer (az energiáját megőrző, de ugyanakkor néha emésztő, az egyensúlyt alkalomadtán csak tétován és lassan megtaláló rendszer) energiáinak összemérésére és meghatározására. Milyen feladatot kellett ellátnia itt az úgynevezett egyensúly fogalmának?

Gibbs általában a heterogén (tehát nem egynemű) összetevőkből álló vegyi rendszerek energiáit kívánta összemérni. Ezért összehasonlításukra alkalmas matematikai eljárást keresett. Ezt találta meg idézett dolgozatában, amelynek alap gondolata (és első állítása) az, hogy a természetben az energia állandó, az entrópia pedig növekszik. Ezért egyensúlyba csak az a rendszer kerül, amely az energiáját minimálissá, az entrópiáját pedig maximálissá tette. Ha ez a rendszer a lehető legjobb hatásfokkal akarjuk működtetni, akkor a kihatalt e hányadosát figyeljük. Például a rendszer megőriz egy bizonyos mennyiségű energiát, miközben maximalizálja a kibocsátott entrópiát. Adott energiaszinten a legnagyobb entrópiát, adott entrópia esetén a legkisebb energiát keresi. Hozzá kell tennünk, hogy míg a gazdaságban a hatásfok – a kibocsátás és a ráfordítás hányadosa – nagyobb az egységénél, a hőtanban törvényszerűen kisebb. A meleg a hidegebb helyek felé áramlik, az érték a nagyobb gazdagság felé. De más tekintetben e kétféle értékelési módszer alap gondolata, értelmezése és egyensúlya nem különbözik egymástól. Így írhatjuk fel a gazdaságra is az egyensúlynak egy ehhez hasonló meghatározását. Ez az alapvető (és ma talán ritkábban használt) szemlélet a maximális kihatalt által megkívánt állapot – a gazdasági rendszer valamely állapota vagy folyamata akkor van egyensúlyban, ha az nem javítható gazdasági eszközökkel:

- vagyis adott ráfordítás mellett kibocsátása maximális,
- vagy pedig adott kibocsátás mellett ráfordítása minimális.

Magyarázat: a hatékonyság (a kibocsátás osztva a ráfordítással) ekkor a lehető legnagyobb. Feltételezzük tehát, hogy e két fogalom összemérhető. Az ehhez vezető összemérés mértékrendszerét a hatékonyságot leíró potenciálfüggvény fejezi ki. Az egyensúlyi pontban e potenciálfüggvény gradiensei (az intenzív és extenzív változók szerinti parciális deriváltak) nulla értéket vesznek fel. A potenciálfüggvény a hatékonyságot méri, és a gazdaság összetevőinek egymásra való hatását írja le. A transzformációk, kölcsönhatások, vagyis a lehetséges és mérhető átalakítások fixpontja (szimmetriapontja) adja meg az egyensúly koordinátáit.

A gradiens eltűnése, nullapontja kétféleképpen is értelmezhető. Lehet ez a megfelelő „első integrál” konstans értékének következménye. Ekkor az illető integrál mértékének változatlanlansága valamilyen erő vagy energia megmaradását mondja ki. Ez lehet a tapasztalt jelenség oka. Ugyanakkor ez, mint a fenti helyzetben is, valamilyen optimális cél elérésének feltétele. Ok és cél vélt ellentmondása, a kauzális és a teleológikus kifejtés ellentéte

⁹ Csak egyszerűbb változata, a lineáris programozás terjedt el.

sokáig kínozza a fizikai elméletek alkotóit. Hasonlóan éket vert a gazdaságtan két iskolája közé is, de mint látható: van közös részük, amely lehetővé teszi a mérés értelmes kifejtését mindkét rendszer elméletében, sőt éppen e két elméletben egyszerre és együttesen. A rendszer viselkedését leíró potenciálfüggvény ilyen, a kauzális és a teleológikus magyarázatot egyaránt kielégítő tapasztalat tényét fogalmazza meg. Alapjában véve mérlegegyenlőséget ír le az egyensúly eszméje alapján.

Hogyan viselkedhet a gazdasági rendszer az egyensúlyi pont körül? Eleinte az volt a vélemény, hogy többféle módon is. A határhaszon fogalmának bevezetése után sokáig úgy vélték, hogy az egyensúlyi pont egyben vonzási pont is. Erre részben Adam Smith leírásának félreérthetősége vagy helytelen értelmezése készítette a közgazdászokat, részben pedig a csökkenő határhaszon általánosnak vélt törvénye. De legalapvetőbb oka mégis a megfigyelés és gondolkodás lusta kényelme volt. Igen korán megfogalmazódtak azonban az eleinte eretneknek tartott nézetek, amelyek a mozgás bizonyos stabilitása mellett figyelembe vették az ingadozás, még a periodikus ingadozás lehetőségét is. Stabilitáson itt azt kell érteni, hogy a rendszer nem esik szét, és az egyensúlytól való véges eltérés, még ha időnként növekszik is, nem válik végtelenné, hanem korlátos marad. Sőt azt is valószínűnek tartották, hogy a változók egyensúlyi értékük körül mozognak, esetleg időbeli átlaguk éppen az egyensúly értéke. Fontos az is, hogy ez az egyensúlyi pont, és – éppen a fejlődés következtében – állandó változásoknak van kitéve.

Gibbs is, Neumann is nyeregponti egyensúlyt tételezett fel. Az ilyen egyensúly sem nem vonzó, sem nem taszító. Bár a megfigyelések szerint a gazdasági egyensúly változhat (lassan, és éppen a gazdaság technikai változása és fejlődése következtében), általában valóban semleges egyensúly érvényesül, amely körül a gazdaság előszeretettel némiképp periodikusnak tekinthető pályákat jár be, és ezt változó kilengésekkel teszi. Ennek indoka éppen a piaci viszonyok sajátos, és már a klasszikusok által tárgyalt jellegében rejlik. E sajátságok a szimmetria egy bizonyos kitüntetett formájában gyökereznek. Ezt a szimmetriát mutatja meg a piaci mozgás elvont utáncázása, azaz szimulációja. Mint látni fogjuk, mindhárom modell viszonylag egyformán és alapjában igen egyszerű módon mozog. A mozgás alapvető jellegében tehát ezek a formák igen hasonlóan, sőt egyöntetűen viselkednek. A termodinamika kidolgozása az alapvető törvényszerűségek kidolgozása után a 20. század elején történt csak meg. A mozgás gazdasági megnyilvánulását mint a piac mozgásának általánosan elfogadott egyszerűségét azonban már Adam Smith felfedezte, és máig ható érvénnyel ki is fejtette.

A piacon tapasztalható mozgás

Adam Smith eredeti tételei, amelyeket Ricardo is felhasznál:

- ha egy termék kereslete felülmúlja a kínálatát, akkor ára növekszik, az ellenkező esetben pedig csökken,
- ha egy eljárás haszna nagyobb az átlagosnál, akkor gyorsabban növekszik, az ellenkező esetben pedig csökken.

E két mozgási elv általánosan elfogadott. Ez a mozgás azonban ugyanaz, amit mind Gibbs, mind pedig Neumann modellje is megszab az egyensúly körüli mozgásra. Ezt diktálják az árak és mennyiségek szerinti gradiensek, ha a kihatalt maximálissá, a ráfordítást pedig minimálissá akarjuk tenni. (Ez a gazdaságban a növekedési, illetve a kamattényezőt jelenti).

Ha ugyanis \mathbf{B} a ráfordítás és \mathbf{A} a kibocsátás mátrixa, \mathbf{p} az árak és \mathbf{x} a mennyiségek vektora, akkor a potenciálfüggvény

$$\lambda(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \mathbf{pAx}/\mathbf{pBx}. \quad (1)$$

Ha a \mathbf{pBx} nevező pozitív,¹⁰ akkor ez olyan bilineáris forma, amelynek egy zárt tartományban van maximuma és minimuma, amelyet ott fel is vesz. Ezért feltehetjük, hogy az árak \mathbf{p} és a mennyiségek \mathbf{x} vektora az egységszimplexen fekszenek, azaz nem negatívak és a koordináták összege egy. A \mathbf{p} és \mathbf{x} szerinti gradiensek rendre:

$$\partial\lambda/\partial\mathbf{p} = (\mathbf{Ax} - \lambda\mathbf{Bx})/\mathbf{pBx} \quad \text{és} \quad (2)$$

$$\partial\lambda/\partial\mathbf{x} = (\mathbf{pA} - \lambda\mathbf{pB})/\mathbf{pBx}. \quad (3)$$

A potenciálfüggvényre a következő nyeregponthoz vezető szélsőérték-feladat írható fel:

$$\max_{\mathbf{x} \in S^n} \min_{\mathbf{p} \in S^m} \mathbf{pAx}/\mathbf{pBx} = \min_{\mathbf{p} \in S^m} \max_{\mathbf{x} \in S^n} \mathbf{pAx}/\mathbf{pBx},$$

ahol S^n és S^m a fenti egységszimplexek. Ha tehát \mathbf{p} szerint minimálissá kívánjuk tenni a potenciálfüggvényt, akkor azt $\lambda\mathbf{Bx} - \mathbf{Ax}$ mennyiséggel (a ráfordítás és kibocsátás mennyiségének eltérésével) arányosan, ha meg \mathbf{x} szerint maximálissá, akkor $\mathbf{pA} - \lambda\mathbf{pB}$ értékkel (a kibocsátás és a ráfordítás értékkülönbségével) arányosan kell változtatni a termékek árát, illetőleg az eljárások mértékét. Mivel az árakra a potenciálfüggvény minimumát, míg a mennyiségekre ugyanezen függvény maximumát keressük, ezért

$$\lambda\mathbf{Bx} - \mathbf{Ax} \leq \mathbf{0} \quad \text{és}$$

$$\mathbf{pA} - \lambda\mathbf{pB} \leq \mathbf{0}$$

egyenlőtlenségeknek teljesülniük kell az optimumban. Ez a két kifejezés éppen a Neumann-modell feltételrendszerét jelöli. Az első egyenlőtlenségben a potenciálfüggvény a gazdaság növekedési ütemét mutatja, míg a második egyenlőtlenségben a kamattényezőt. S ha valamely termék ára vagy valamely eljárás mennyisége tartósan negatívvá válik, akkor változóját nullává kell tenni, azaz meg kell szüntetni. (Ez a kiválasztási elv.)

Vegyük észre, mert ez az igazán jellemző, hogy az eljárás összevont mátrixa ferdén szimmetrikus:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & \lambda\mathbf{B} - \mathbf{A} \\ \mathbf{A}' - \lambda\mathbf{B}' & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

E ferdén szimmetrikus formának fontos és alapvető következményei vannak.¹¹ A ferdén szimmetrikus mátrix olyan mátrix, amelyben $\mathbf{k}_{ik} = -\mathbf{k}_{ki}$, tehát minden eleme azonos nagyságú, de ellentétes előjelű a vele (a főátlóhoz képest) szimmetrikus helyen (átellenben) található elemmel. Ennek következtében a mátrix transzponáltja megegyezik saját negatívjával: $\mathbf{K}^T = -\mathbf{K}$. Ha a piacon lezajló eseményeket írjuk le, akkor a kölcsönhatás ilyen ferde szimmetriáját vehetjük észre.

Erre figyelt fel Adam Smith, ezt fejtette ki Ricardo, bár a piacot mozgató és összetartó erők ilyen ferde szimmetriáját nem tisztázták matematikailag. Marx már tudatosabban írta le a leírás dualitását. Gondosan megalkotta, kifejezte és alkalmazta az ebből adódó kétarcú fogalmakat. Tudta és leírta, hogy elméletében a legfontosabb a gazdasági viszonyok dualitásának felismerése. De a ferdén szimmetrikus mátrixok elmélete (és egyáltalán a mátrixelmélet jelentős része) később jött létre. Marx kézira-

¹⁰ Minden eljárásnak van legalább egy ráfordítása, és minden terméket legalább egy eljárás használ. Ez esetben a függvény mindenütt differenciálható s így Darboux tétele alkalmazható rá.

¹¹ Ez a Pfaff-féle forma. Erre alapozta *Carathéodory* [1909] később a hőtan axiomatikáját.

taí utaltak a viszony sajátosságaira, de nem foglalták össze ennek főbb matematikai következményeit.

A ferdén szimmetrikus mátrix főátlójának elemei csak nullák lehetnek. Értékük ugyanis megegyezik saját negatív értékükkel. Egy mátrix determinánsa sajátértékeinek szorzata. A mátrix sajátértékeinek összege viszont főátlója elemeinek összegével egyezik meg. Ebből az következik, hogy a fenti ferdén szimmetrikus mátrix determinánsa nulla, és a mátrix sajátértékei nullák vagy konjugált képzetes számok. Ha a sajátérték nulla, akkor a megfelelő sajátvektor egyensúlyi vektor, ha konjugált képzetes szám, akkor az egyensúly körül mozgó periodikus függvény kilengéseinek vektora. Más megoldás az egyensúlyban és környékén nincs, és nem is lehet. A gazdasági mozgás minősége az egyensúlyban és környékén így egyértelműen meghatározott.

Ez a mozgás nem tart, mert nem is tarthat az egyensúly felé. A mozgás mindig merőleges az egyensúlyi pont felé húzott vektorra. Ez is következik a (4) mátrix ferde szimmetriájából, amely e változás és a fázisvektor szorzatának nulla értéket ad. De éppen ezek a feltételek váltják ki, s maga az ezekből adódó mozgás teszi lehetővé és gazdaságossá az állandó fejlődést és javítást, az új és új eljárások és termékek bevezetését.

Védi a régi termékeket, amíg ezek nem válnak túlságosan veszteségesek. Lehetővé teszi a változó ízlésnek, divatnak és érdeklődésnek megfelelő új és új kereslet kielégítését, segíti az ahhoz való alkalmazkodást. Az újratermelés lehetőségét biztosítja, de nem hoz létre szorosabb egyensúlyt. Nem csillapítja a lengéseket, és általában nem kényszeríti a termelés megszakítására, csak nagy és tartós veszteség esetén. Az egyensúly és működőképesség kérdésre vissza kell majd térni a problémák közelítő megoldásának vizsgálata után. Világos, hogy az újratermelés lebonyolításának módjáról van szó, de ez nem követeli meg azt a végső és „halott” egyensúlyt, amelyben minden profitráta azonossá és egyöntetűvé vált.

A változások követése

A gazdasági döntések útvonalfüggése vagy pályafüggése a beruházás és a technikai változás mozgása a helyreállítási periódusokban és az extenzív iparosítás idején a háttérben rejtőzik. Az intenzív változások kora azonban kiélezi problémáit. Nehéz kérdéseket vet fel gazdasági és matematikai tudásunk tekintetében. Mint azt a nemrég lezajlott mély tőzsdéi válság is mutatja, előfordulnak körülmények, amikor szokott és bevált eljárásaink, például a matematikai statisztika vagy az integrálszámítás felmondják a szolgálatot. Lehet ugyanis, hogy az „útvonalfüggetlen döntések” miatt egyes természetesnek tekintett és szükséges előfeltételek nem teljesülnek.

Ilyenkor hiába számítunk várható értéket vagy szórást, hiába integrálunk, a számítás ugyan látszólag eredményes, azonban az eredmény éppen az elméleti alkalmazás feltételeinek csorbulása következtében nem létezik, vagy értelmetlenné vált. Ha például egy nulla várható értékű normális eloszlásból vett minta reciprok értékét átlagoljuk, akkor végtelent kellene kapnunk. Ez azonban nem lehet tényleges számolás eredménye. Bajok történhetnek: számításunk, bármit is mutat, mintegy észrevétlenül haszontalanná vagy félrevezetővé válik.¹²

A baj azonban nem terjed, ha figyelmesen kezeljük. Vizsgáljuk meg, miben áll és mire vonatkozik? Világosan az új eljárások bevezetéséhez kötődik. A termelés legnagyobb

¹² Ez nem mondva csinált kérdés. Ha a tőzsdén változó értékű pénzért változó értékű részvényt vásárolunk, máris felmerül a valószínűségi változók hányadosának (tehát reciprokának) fogas kérdése is. Hasonlóan vezethet az útvonaltól függő döntések összesítése az integrálhatatlansághoz.

része azonban, mint ezt már Ricardo leszögezte, mintegy 97 százalékában egyszerű és változatlan újratermelés. Az évi növekedésről – tehát a maradék átlagosan 3 százalékról – viszont most tegyük fel, hogy teljes egészében az új technika eredménye, azaz új eljárás és új termék. Olyan döntések vezetnek be, amelyek az éppen érvényes ár és kereslet (tehát nem az egyensúlyi, hanem a ténylegesen érvényesülő ár és kereslet) függvényei. Ez hozza magával az „útvonalfüggést”. Az ilyen döntés téves is lehet. A bizonytalan körülményekre támaszkodó számítás, azaz spekuláció nyereséget, de ugyanakkor veszteséget is hozhat.

A helyzet itt hasonló ahhoz, mint amit Gibbs a következőképpen jellemez: az, hogy mi történik egy szubsztanciával, ha felmelegítik, összenyomják, elkeverik és így tovább, azt a kísérleti munka (tehát a gyakorlat) dolga megvizsgálni. A tudomány feladata az, hogy megmondja, mi *nem* történhet meg. Így született meg a termodinamika, a hőtan tudománya. Ennek három főtétele van és mindegyikük egy-egy *tagadás*. Hasonló tagadás áll Neumann kiválasztási axiómái mögött. Ezek azt mondják ki, hogy nemcsak nem vezethető be átlagos termelékenységnél rosszabb, a munkát vagy a kettőt pazarló eljárás és termék, hanem a rendszer előbb-utóbb be is szünteteti alkalmazását.

Az újítás növeli a termelékenységet, de ez a már használatban lévő tőke értékét csökkenti. Tehát az újítás egyszerre hoz többletprofitot a befektetőnek és értékvesztést az avult eljárásokkal és termékekkel kereskedőnek. Ezt tekintette Schumpeter „alkotó rombolásnak”. E „rombolásnak” két módja van. Az első ismertebb: a versenytárs veszélyeztetése, piacának fenyegetése, árainak letörése és – végső soron – tönkretétele, ha nem győzi a versenyt. A második mód az, hogy a termelékenység növelése csökkenti az emberi és anyagi tőke értékét, mert olcsóbb újratermelésüket teszi lehetővé. Ez egy-két évtized alatt felére csökkentheti a tőkevagyon. Ez a veszélyesebb, mert nem mérjük, nem jelzik, nem számolnak vele.

Ilyenkor értékét tekintve talán csak éppen egyszerű újratermelés folyik, de a termelt áruk fizikai tömegét tekintve mégis növekvő mennyiségű használati érték jön létre. A beruházott tőke értékének folyamatos mérlegeit elkészíteni éppen e kétoldalú folyamat gyakorlati követésének nehézségei miatt bizonyult eddig mindenütt meddő – és mindenképpen csak közelítően és pontatlanul elvégezhető – feladatnak. Az értéknövekedés és értékvesztés egyidejű és valószínű egyenlősége rejtetten nyilvánul meg.

Ez a „rejtőzködés” abból ered, hogy az előrelátás éppen az új termékek és eljárások tekintetében ütközik nagy nehézségekbe. Ezek elérhető bevétele és ára, piacra hozható mennyisége stb. eltér a várt és remélt mennyiségektől. A beruházott tőke hozama és értéke bizonytalan. Az se tudható biztosan, hogy a piaci verseny milyen más ágazatok tőkéjének értékét és milyen mértékben fogja csökkenteni. Hiába ismerjük elvileg a folyamat önmagát kiegyenlítő voltát, ha a bizonytalanság okozta pontatlanság a folyamat mindkét oldalának tervezését és nyilvántartását csorbítja. Ennek ellenére a kétoldalúság ismeretében, ha nem is teljesen pontosan, a következőképpen foglalhatjuk össze az ilyen „érett” gazdaság szokásos viselkedését akkor, amikor látszólag növekedése teljes egészében a növekvő termelékenységben mutatkozik meg.¹³

A statisztika változatlan áras index segítségével mér. Ez továbbra is, mondjuk, 3 százalékos átlagot mutat, akkor is, ha valóságos értékben történő növekedés nem áll mögötte. Az adott értékért vásárolható terméktömeg, épp a termelékenység növekedése miatt, növekszik. A bankokban összegyűlő pénz értéke változatlan, mert – lényegében azért, hogy azt ne otthon tartsák – évi mintegy 3 százalékos infláció rontja. Ezt a bank (jó esetben) mint kamatot „megtéríti”. Magyarán a tőke „társadalmasodik”, mert a társdalom a bankra

¹³ A változás árat is érint. Ezért az útvonalfüggést, integrálhatóságot és a pontosabb statisztikai elszámolást külön vizsgálat tárgyává kell tenni. Ennek részletei és eredményei még nem világosak számomra.

kénytelen bízni megtakarított pénzét. A bankok pedig értenek ahhoz, hogy az ügyfélnek lehetőleg ne legyen érdeke és lehetősége máshová tennie pénzét.¹⁴

A termelékenység növekedése ugyanannyival növeli a fogyasztható mennyiséget. Eladása új hirdetési és lélektani hadjáratokat kíván. A fogyasztás folytonos növelése nem növeli az elégedettséget, ha az így mesterségesen növelt igény nem valóságos. Az ezzel járó pazarlás az érett társadalmakat már a múlt században nyomasztani kezdte. Minél hangosabbá vált a többletfogyasztást megtakarításnak, valamint a megtakarítást gazdagodásnak hirdető hangáradat, annál kelletlenebbé vált a társadalom közérzete.

A mennyiség növekedését ugyanis a minőség, ízlés, megbízhatóság és tartósság szembezőkő hanyatlása kísérte. A jövő alapvető feladata éppen az, hogy a munkát megtakarító újításokat valóban a munka megtakarítására, és ne felesleges, ezért nehezen vagy egyáltalán nem eladható többletek termelésére fordítsák. Mint *Jánossy* [1966] már leszögezte, a termelékenység modern, érett gazdaságokban tapasztalható éves növekedésével 20-25 év alatt meg lehet felelni a szükséges munkaidő hosszát a társadalom egésze számára. Ez az irányzat Európában is és Magyarországon is tért nyer.¹⁵ De hogyan lesz képes a társadalom ezt jobban tervezni és ellenőrizni?

Leontief mérlege

Amíg a gazdaságtan elsősorban a növekedés és a (közelítően) változatlan arányú (és egyensúlyinak vélt) pálya létezésének kérdéseivel foglalkozott, addig a fejlődés kérdései háttérbe szorultak. Ma a termelés növelése a túlnépesedésbe, a meg nem újítható erőforrások kimerülésébe és az éghajlat romlásába ütközik, ezért az egyensúly és az ezzel kapcsolatos vélt optimum helyett a technika megújítása válik döntővé. Ezért valószínű, hogy a gazdaságtan előbb-utóbb hajlamossá válik az egyensúly műszavának pótlására vagy újraértelmezésére. Megbékél a fejlődési tervekkel szabályozott piac eszméjével, nem követeli a piac öncélú szabályozatlanságát és korlátozatlanságát. Ilyen változó, csak az idő és a szervezetek általában kiegyensúlyozott piacot ábrázol Sraffa és főként Leontief mérlege. Ezért könnyebb ezekkel számolni és dolgozni.

A termelés szokásos menetét (bár első közelítésben változatlannak tekintett együttthattókkal) e modell közelítően helyesen tükrözi. Ezért is alkalmas a tervezésre és szabályozásra. Megalapozható vele az értékek és arányok rendszere. De sem a számítás, sem a várható mozgás előrejelzése nem pontos. Ma kétfajta megoldás közt választhatunk. Az első, időrendben is, Neumanné. Ez elméletileg szabatos, de egyensúlya gyakorlatilag nem megvalósítható és nem megvalósítandó állapotot tükröz. Olyan elvont optimumot, amelyben az élet lefagyott, és nincs miért folytatódnia. A második megoldás, csak közelítő, mert csak az adott időszak egészére (általában egy évre) és csak összevont termékfajtákra (általában statisztikai ágazatokra) alkotja meg a termelés lebonyolításához szükséges termék- és pénzmérlegeket.

Leontief, majd utána Sraffa is enyhítette Ricardo szigorát, amikor az árak és mennyiségek arányainak meghatározására csak annyit kívánt, hogy tegyék lehetővé az újratermelés lebonyolítását. Sraffa szerényebb követelménye (amit eredetileg csak az egyensúlyi árrendszerre mondott ki) jól alkalmazható még a mindennapi gazdasági mozgás esetére is, hiszen a gazdaság akkor működik jól, ha képes a nem egyensúlyi, átmeneti mozgásra,

¹⁴ Azt hirdeti, hogy az ügyfél a „befektető”. De nem az ügyfél, és nem a bank fektet be, hanem a tőzsdei alkuusz az, aki a valódi, de általában titokban maradó befektetőnek a banktól kölcsönkapott pénzét befekteti.

¹⁵ A hatvanas években bevezették a szabad szombatot, és mostanában a pénteki rövidített munkaidőt. A szolgálati idők is rövidülnek.

megújulásra, javításra. Ez a ráfordítás–kibocsátási rendszer azonban már nem az eddigi elvont tisztaságú együttthatókból áll: eleve közelítő árak súlyozásával készített vállalati összevont termékmerlegek halmaza.

A. P. Carter kutatásának és az Economic Systems Research folyóirat rendszeres közleményeinek köszönhetően tudjuk (Carter [1970]), hogy Leontief input-output együttthatói (amelyek a rendszer mátrixaiban feljegyzett egyes termékekre vonatkoznak) csak lassan és eléggé világosan felismerhető trendek szerint változnak.¹⁶ Amit R. M. Solow tanulmánya az Egyesült Államok ipari termelési függvényére kimondott (Solow [1957]), azt Carter részletesen bemutatta a mátrixok lassan változó együttthatóin. A tőkeigényesség és munkaigényesség évi 1-2 százalékkal csökken. Mindkét változás a munka termelékenységének növekedéséből ered. Ezt a rendszeres hatást nevezte Arrow a tevékenységek gyakorlásával járó tanulás és újítás hasznának. A többi ráfordítási együtttható változása jóval kisebb. A helyettesítés a múlt század második felében az anyagi ágak súlyát mérsékelte, és a szolgáltatás felé terelte a költségeket, ez az irányzat tartósnak mutatkozik.¹⁷

A mátrixokkal végezhető műveletek hibái az elmélet, a mérés és a számítás hibáiból tevődnek össze. A számítógépek jelentősen javították a számítás lehetőségeit és pontosságát. A gyakorlatban már csak az elmélet és a mérés hibáival kell törődnünk. Ezek a kutatások során néha el is választhatók egymástól. A pontatlanság (és egyben a változás, a kettő egymástól nem mindig választható el) felső határa az egyes ráfordítási együttthatók tekintetében nem érte el az évi 2-3 százalékot, átlagában pedig biztosan évi 1 százalék alatt marad. Nyertünk azonban valamit, ami e tekintetben igen értékes. Ez az előny az, hogy ha a statisztikai felvétel egységes mértékrendszerben készült, akkor bármekkora legyen is a tényleges árak és/vagy a mennyiségek eltérése az egyensúlyiaktól, a mátrix sajátértékei azonosak maradnak. Ezek az értékek nem függnek a torzításoktól. Az árrendszer vagy a mennyiségi rendszer változása csupán a mátrixon végzett hasonlósági transzformáció. Ez pedig nem változtatja meg a mátrix sajátértékeit. Amit így az egyik oldalon elvesztünk, annak egy részét visszanyerjük a másikon: a növekedési rátát, kamatrátát, a ciklusok frekvenciáit stb. (szóval a fontos jellemző értékeket) pontosan mérjük – hacsak magát a statisztikát nem torzították el tudatosan.

A mértékrendszer e szimmetriáinak kihasználása a legnagyobb mérési segítség mindazon elméletekben, amelyek a mátrixokat sajátvektorokra bontják fel. Ilyenkor – mint a kvantummechanikában is – már nem annyira mérésről, hanem a sajátvektorok meghatározásáról van szó. Ez azért van, mert az ilyen rendszer csak jól meghatározott állapotokban található. Ez a „kvantálási” tulajdonság segíti az egyensúlyi árak és mennyiségek megtalálását is. Ha ismerjük a fenti ferdén szimmetrikus mátrixot vagy ennek valamely közelítő és gyakorlatilag összeállítható statisztikai táblázatát, akkor kiszámítható az egyensúlyi érték és mennyiség, illetve ezek közelítése. Ehhez azonban át kell alakítani a mátrixot, a számítást lebonnyolító programot alkalmassá kell tenni e sajátvektorok pontos számítására.

A modell maga nem konvergál, mert a piac mozgása nem visz egyensúly felé. Ezért van szükség a számítógépre, amely nélkül nem végezhető el a számítás. És azért tudjuk a számítást egyáltalán megoldani, mert a megfelelő sajátvektorok rendszerét kell csak megtalálni ahhoz, hogy az egyensúlyi rendszer teréhez tartozó vektor mindig létező és pozitív értékeit kifejezhessük. Ez nem más, mint a Leontief-rendszer „kvantálása”. A zárt bővített modell megoldását a tőkeráfordítások **B** mátrixa adja, ha ezt a jobb oldalról beszorozzuk az $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ inverzzel. A szorzat biztosan pozitív, s így Frobenius és Perron tételei alkalmaz-

¹⁶ Közel 100 tanulmány jelent meg a strukturális változás témakörében.

¹⁷ Ezeket a mátrixokat a vállalati statisztikából ma már rendszeresen a vállalati felhasználás és gyártás termékcsoportonként részletezett két téglalap alakú mátrixából állítják össze. Nem Neumann által leírt modellt számítják, hanem a rugalmasabb input-output elmélet szerint termékszerkezetű dolgozzák fel.

hatók rá. Ennek következtében mindig van egyetlen, egyértelmű és pozitív sajátvektor. Ez a rendszer megoldása.

E számításnak az a sajátossága, hogy annál biztosabb és gyorsabb eredményt ad, minél nagyobb az a gazdasági rendszer, amelyben alkalmazzák. A sajátértékekre vonatkozó kutatás az Economic Systems Research egyik fontos tárgyköre. Legutóbb *Sun* [2008] mutatta meg, hogy a második legnagyobb sajátérték abszolút értéke az elsőéhez képest $1/\sqrt{n}$ sebességgel tart a nullához, ahol n a mátrix szektorainak száma. Ez erős és megnyugtató eredmény. A második legnagyobb sajátérték az, ami a számításakor korlátozza a hibatagok abszolút értékét. Mivel a gazdasági alkalmazás legfeljebb 1 százalékos pontosságot kíván és képes elérni, tízezer egységénél nagyobb piacon egyetlen iterációval elérhető a szükséges pontosság. 100 termékes tábla már két iterációt tesz szükségessé. Minden egyes iteráció ugyanis tízedére csökkenti a hibát. Az elméleti tisztaság és az öncélú pontosság délibábját feladva, igen sokat nyertünk a gyakorlati közelítés terén. Ugyanaz a sajátosság, amely más összefüggésben a matematikai statisztika alapvető erejét adja, itt az input-output rendszer (és a belőle készíthető Markov-láncok) robusztus tulajdonságaihoz vezet. Ezt az előnyt a multikollinearitás miatt rosszul kondicionált ökonometriai modellek sajnos általában nélkülözik.

Nem tudjuk azonban még, hogy a rendszer ábrázolására használható hullámmátrix valóban jól tükrözi-e a rugalmasságok és keresztrugalmasságok adatait (lásd *Bródy* [2000]). Ez a ciklusok számítását már pontatlanabbá teheti. Az idézett mátrix csak egyik megoldása, és biztosan nem az egyetlen lehetséges megoldása a fejlődést tükröző rendszernek. A gyakorlati kutatás sok szempontból módosíthatja, sőt kétségessé teheti ezt a beválni látszó elméletet is. A kvantálás ezért nem „igazi”. Az egyensúlyi vektor megbízható, de az egyensúly körüli mozgás és a ciklusok közelítése túl sok sajátvektort mutat, különösen nagyobb rendszerek esetén. Schumpeter és a többi cikluskutató munkájából tudjuk, hogy csak néhány fontos frekvencia van, amelyek közül a legfontosabbak: egy készletezési-politikai ciklus, egy beruházási ciklus és Kondratyev hosszú ciklusa. Az utóbbi időben felmerült egy mintegy 200 éves ciklus lehetősége is.

E ciklusok statisztikai vizsgálata nagyjából megoldott, és járható útnak látszik, de a belőlük képezhető további gazdasági értékek, ezek vélt szimmetriája (vagy ennek hiánya), mintázata és nagyságrendje még kétséges. Más megbízható hosszabb távú előrejelzési és elemzési módszer azonban nem mutatkozik. Valamiképpen azonban a tervezés és szabályozás kérdését meg kell oldani, mivel a piac, mint látjuk, egymagában nem lesz képes az új idők fenntartható működésének pályáját sem kidolgozni, sem pedig a gazdaságot ennek keretei közt megtartani.

Összefoglalásul

Ricardo – és nyomában Neumann – az egyensúly igen szigorú feltételét adta meg. A gazdasági rendszer egyensúlya szerintük csak akkor állhat fenn, ha a profitráta kiegyenlítődik, és a tőkeáramlás megszűnik. A feltétel szabatos, és elméletileg nem ellenezhető. De a valóság ennek a feltételnek nem tud eleget tenni. Ez soha be nem teljesíthető állapot. Olyan cél, amelynek elérése nem volna kívánatos. A tényleges mozgás nem is konvergál e ponthoz. Ha célba érne, megszűnne a hajtóerő, mert kimerültek volna a további lehetőségek, amelyek az addiginál jobban szolgálják a résztvevők érdekeit.

Sraffa és főként Leontief ezért szerényebb, de szerencsés és végrehajtható célt tűz ki modellje elé: a rendszernek fenntartható pályán kell haladnia. Ez is világos feltétel, de nem azonos az előbbivel. Összefér vele, hogy a gazdasági ágazatok közt nagyjából kiegyenlítődjék a profit rátája, vagy legalábbis csökkenjen az eltérése, de ezt nem kívánja meg.

Nem is foglalkozik közvetlenül az ágazaton belüli profitok eloszlásával, és azt is eltűri, ha az ágazatok közt is eltér a ráta, amíg az újratermelés simán és akadályok nélkül – vagy a szokásos hitelekkel és más eszközökkel áthidalva – lebonyolítható marad.

Ez a feltétel végső soron csupán a gazdaság működőképességének fenntartását, nem pedig egyensúlyi voltát tűzi ki célul. Rábízhatjuk az olvasóra, hogy minek nevezi ezt a működést. Nevezhetjük akár egyensúlynak is, ha elfogadjuk, hogy az „igazi” egyensúly nem szerepel a feltételek közt. Valójában csak a rendszer rendszeres, szokott, normális működését kívánja meg, amelyhez optimálás nem feltétlenül társul, habár ezt semmiképpen nem zárja ki. Volt, aki pusztá vegetálásnak nevezte ezt a képességet. Nem biztos, hogy rossz véleménnyel kell lennünk az ilyen jellegű folyamatokról. Nem a technika általános elmaradása jellemzi a tervezést, hanem a termelési eljárások megújítása iránti érdekek elégtelen ereje, amely néha ellenérdekeltséggé válik. Látszólag azonban a természet sem „érdekelt” a fejlődésben, s mégis előre jut.¹⁸

A kétfajta követelmény közt fekszik Pontrjagin „optimális folyamatainak” ismérve, amely megkívánja, hogy a duális térben mért változás eleget tegyen egy hamiltoniánus formára vonatkozó feltételnek.¹⁹ Ez látszik pillanatnyilag a legszigorúbb optimalitási feltételnek, amelynek valós gazdasági folyamat, az összevonás és csoportosítás adott rendszerét elfogadva eleget képes tenni.²⁰

Utószó

A kauzális és a teleológikus értékelméletet a múltban ellentétesnek és ellenségesnek tekintették. De a kétoldalú kifejtés mégis lehetséges is és hasznos is. A törvényszerűségnek, amelyet le kívánunk írni, oka van, különben nem következne be, és célja is van, más-képpen nem kerülne sor ismétlődésére. Ha bármelyik hiányzik, akkor a törvényszerűség megszakad. Kifogásolhatjuk a természeti és társadalmi törvények emberi arcát. De ezen ne csodálkozzunk: az ember arcát is a természet formálta. Az idő nyila, az irreverzibilis folyamatok, a kozmosz növekedése egyaránt azt tanúsítja, hogy a természetnek erős az irányultsága. Ha ez nem is nevezhető szándéknak, mindenesetre erős indíték.

Hasonlóan fonák nézetek uralkodnak a politikai tartalom tekintetében is. A neoliberais és a piacot mindenféle bizonyíthatatlan (valójában nem is optimális) tulajdonsággal felruházó szemlélet egyaránt a célszerűségi és mikroszintű érvelést alkalmazza. Nem erőssége a makroszemléletet, és nehézségekbe ütközik, mihelyt nem arányokról, hanem abszolút szintekről van szó. Valószínűleg ez a vélemény sem végleges. De a demokrácia gyengesége vagy ereje nem a piac vagy a tőzsde szabályain (vagy ezek változásán vagy hiányain) áll vagy bukik. A piac a demokráciában működhet rosszul (Roosevelt) és diktatúrában jól (Hitler).

Mégis általános az a nézet, hogy az árak szabad alakulása, egyensúlya, optimális volta és a demokrácia valaminő szerves kapcsolatban vannak egymással, vagy legalábbis feltételezik egymást. Ismerjük Hayek, Barone és Lange vitáját. Ez az akkor létrejött szovjet „tervgazdaság” bírálatoként arról szólt, hogy diktatórikus rendszer képes-e a gazdasági vezetést és a vásárlókat helyesen tájékoztató árakat létrehozni. Friedman egyszerűen a szabad árrendszert vélte a demokrácia és a politikai választási lehetőségek szülőanyjának és egyben betetőzésének. Ez naiv túlzás. A diktatúra nem ezen múlik, és nem ezen bukik.

¹⁸ Erről szól *Fodor* [2009] nem teljesen meggyőző fejlődéseméleti tanulmánya is. Azon indoklással, hogy a természetnek „nincsenek szándékai”, eltekint attól, hogy a faj érdekelt fennmaradásában. Az érdekeltség fennmaradása a szaporodást gátló vagy korlátozó körülmények közt újabb megválaszolandó kérdéseket vet fel.

¹⁹ Ez a forma is erősen kapcsolódik a Pfaff-féle forma ferde szimmetriájához.

²⁰ E további elméleti fejlődés útját vizsgálja *Dobos* [2009].

Piac természetesen a diktatúrában is kell és van is. Működőképes, akárcsak háborús gazdálkodás idején. És ugyanazok a tapasztalt szakemberek szabályozzák (jól vagy rosszul), ugyanazzal a tudással, mint azt a háborúban vagy demokráciában tették.

Ami a politikai ellentétet mozgató rugót illeti, mindkét elmélet végső fokon ugyanazt mondja, és számszerűen ugyanazon értékrendszerhez vezet. Helyesnek tekinti a profitráta kiegyenlítésével létrejövő és az átlagos profitrátát tartalmazó árakat az egyensúlyi árak meghatározásaként. Akár Ricardo értékeit tekintjük, akár Marx „termelési árait”, akár Marshall „hosszú távú egyensúlyi árait”, vagy a neoklasszikus árakat, az elgondolás ugyanaz. Ilyen árak nem léteznek a valóságban, és aligha fognak létezni, ezért ez a fajta egyensúly nem valós, pusztán eszmei. De az így meghatározható árrendszer használhatónak bizonyult. Alkalmas mind elemzésre, mind tervezésre.

A profit kiegyenlítésére vonatkozó igyekezetből viszont nem következik, hogy ez az igyekezet bárhol és bármikor elérje végső célját, és megvalósítja az egyensúlyt. Nem teheti, mert a növekedés és/vagy a fejlődés (tehát a technika és a struktúra változása) szakadatlan. Végtelen folyamat. Az egyensúly létrejötté éppen a mozgatóerőt venné el. Ennek ellenére az így számított „egyensúlyi rendszert” (tehát az árak és a mennyiségek sajátvektorait), akár a marginális, akár pedig a munkaértékek eszmei segítségével készül a számítás, sikerrel alkalmazzák a gazdaságban és a gazdaságtanban.

Hivatkozások

- BRODY ANDRÁS [2000]: A Wave Matrix. Structural Change and Economics Dynamics. Vol. 11. No. 1–2. 157–166. o.
- CARATHÉODORY, C. [1909]: Untersuchungen über die Grundlagen der Thermo-dynamik. Mathematische Annalen, 67. 355–386. o.
- CARTER, A. P. [1970]: Structural Change in the American Economy. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- DARWIN, C. [1955]: Önéletrajz. Művelt Nép Tudományos és Ismeretterjesztő Kiadó, Budapest.
- DOBOS IMRE [2009]: Dinamikus optimalizálás és a Leontief-modell. Közgazdasági Szemle, 56. évf. 1. sz. 84–92. o.
- FODOR, J. [2009]: Against Darwinism. Kézirat, http://rucss.rutgers.edu/faculty/Fodor/Fodor_Against_Darwinism.pdf.
- GIBBS, J. W. [1875–1878]: On the Equilibrium of Heterogeneous Substances. Transactions of the Connecticut Academy, több részben.
- JANOSSY FERENC [1966]: A gazdasági fejlődés trendvonalai és a helyreállítási periódusok. Közgazdaság is Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KORNAI JÁNOS–LIPTÁK TAMÁS [1965]: Two-level planning. Econometrica, Vol. 33. No. 1. 141–169. o.
- NEUMANN, J. V. [1945]: A Model of General Economic Equilibrium. The Review of Economic Studies, Vol. 13. No. 1. 1–9. o.
- SOLOW, R. M. [1957]: Technical Change and the Aggregate Production Function. The Review of Economics and Statistics. Vol. 39. No. 3. 312–320. o.
- SUN, G.-Z. [2008]: The First Two Eigenvalues of Large Random Matrices. Economic Systems Research, Vol. 20. No. 4. 429–432. o.