

BRÓDY ANDRÁS

Arány, ütem és forma

A ciklusok alaktanához

A folyó ráfordítások és tőkemérlegek együtthatóiból közelítőleg ki lehet számítani a növekedési rátát, az egyensúly arányait, valamint a fontosabb ciklusok tartamát és formáját. A tanulmány a diszkrét, illetve a folytonos idő kezelését, a ciklust keltő alapvető matematikai egyenletek és a kialakuló ciklus formai sajátosságait mutatja be. A levonható minőségi következtetések azt tükrözik, hogy a ciklikus mozgás a gazdálkodás eredeti, alapvető és nélkülözhetetlen formája.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: E3.

A piac Adam Smith által leírt működése sajátos egyenletekhez és modellekhez vezet. Ezekből számítható ki a ciklusok tartama és formája, ha ismert a gazdaság struktúrája. A struktúra statisztikai adatainak összefüggése a ciklusok minőségi és mennyiségi sajátosságaival azért kíván bővebb magyarázatot, hogy a mozgás formáit és a mozgás leírásának matematikai módját és sajátosságait megértsük.

A felhasznált matematika gazdasági értelmezést kíván. A megoldás képzetes számokat ad, felmerül a 2π tényező, ezek kapcsolata a folyó és tőkeárfordítás pozitív adataival nehezen érthető. Ennek legfőbb oka az, hogy az imaginárius szám nem szemléletes. Egysége az elképzelt i szám, tehát az a szám, amely négyzetre emelve mínusz egyet ad. Ilyen szám azonban nem létezik a szó szoros értelmében. Nem látható, nem fogható, nem reális. Csak képzetes, tehát elképzelt, feltételezett valami.¹ Elvont létrejöttét, művi, azaz tisztán elméleti úton történt megalkotását azonban jogos cél vezette. Az volt a feladat, hogy az algebra minden egyenlete megoldható legyen, még az $x^2 = -1$ formájú, látszólag értelmezhetetlen egyenlet is. Ennek az egyenletnek az addig ismert, megszokott, valós számok birodalmában nincs megoldása. Nem is lehetett megoldását másként létrehozni, mint új fogalmi konstrukció segítségével. Ez a fogalom igen hasznos, és éppen a ciklusok elméletéhez vezető új formákat és értelmezési lehetőségeket adott a matematikai gazdaságtan kezébe.

Más nehézség is mutatkozik a növekedés tárgyalásakor. Ez a növekedés leírására használt differenciaegyenlet vagy differenciálegyenlet kétfajta közelítése és egymástól való lényegi eltérése. E nehézség már az évi egyszeri és a folytonos tőkésítésű kamat különbségében bemutatkozik a közgazdásznak. De ez könnyen kezelhető, hisz kiszámítható az az éves tőkésítésű kamat, ami megfelel a folytonos tőkésítésnek. Bár a folytonos tőkésítés végtelen exponenciális sorhoz vezet, de ennek végösszege kiszámítható. Nincs is itt éles,

* Köszönöm *Anne Carter* professzornak egy korábbi angol változatra vonatkozó megjegyzéseit. A cikk szorosan kapcsolódik a *Közgazdasági Szemle*ben 2002 novemberében megjelent *Bródy* [2002] tanulmányhoz.

¹ A nehézség abban áll, hogy új összefüggéseket régi ismereteink nyelvére kell fordítani.

vagyis nagyságrendi eltérés, mert $1 + \lambda$ és $\exp(\lambda)$ különbsége kicsi marad, amíg λ zérushoz közeli szám. Ha a kamat csak néhány százalékos, akkor az exponenciális sorban, amelynek alakja $1 + \lambda + \lambda^2/2! + \dots + \lambda^n/n! + \dots$, már λ négyzetének fele is kicsi, és a további tagok még gyorsabban csökkennek az $n!$ faktoriális gyors növekedése miatt. Általánosságban (például magasabb rendű egyenletekben vagy képzetes kitevők esetében) azonban az ilyen eltérés már durvábban jelentkezik. Akkor nagyobb lehet a különbség, sőt, még a forma is eltérhet. Érvényes ugyanis Hölder tétele, amely azt mondta ki, hogy a kétfajta közelítés *sohasem* vezet, és nem is vezethet teljesen azonos eredményre.

A gazdasági élet mindig csak közelítő modelljei vagy véges differencia, vagy folytonos differenciál formájában fogalmazhatók meg. *Melyik a helyesebb?* Mi közelíti jobban a gazdasági gyakorlatot, a folytonos vagy pedig a diszkrét időt feltételező elmélet? Valószínűleg egyik sem, hanem valamilyen (mégpedig esetleg változó) keverék. A valóságos piacokon, például a zöldségesek pultjainál a kereslet állandóan hat. Ezért a paprika árát nem érbe vésik, hanem krétával írják ki. A változás majdnem szüntelen is lehet, akár csak a tőzsdei árjegyzéseké. Éjjel azonban a piac, de még a tőzsde is szünetel, utóbbit néha a lengés csillapítása végett még napokra be is zárják. Ilyenkor a mozgás nyilvánvalóan szakaszos, diszkrét.

A szakaszos és a folytonos idő

Képzeld hát el azt a piaci egyensúlyt, ahol a természetes ár és a természetes mennyiség már kialakult, és évről évre minden betakarításkor 100 bushel tengerit adnak el, 100 shillingért. Ha mindkét oldalon a mennyiségek is és az árak is egyensúlyban vannak, akkor nincs ingadozás.

Tegyük fel azonban, hogy a k -edik évben rossz a termés, és a kínálat csak 99 bushel, tehát 1 bushellel, azaz 1 százalékkal kisebb a szokottnál. Jelölje a hiány mértékét x_k . Tegyük fel azt is, hogy ennek következtében az ár emelkedik. (Valószínűleg nem ugyanannyival fog nőni, csak közel ugyanolyan arányban, de úgy választottuk meg az egyensúlyi mennyiségeket, hogy ne legyen az abszolút és a relatív számok közt eltérés). Ennek következtében az ár körülbelül 1 shilling vagy 1 százalék többletnyereséget hoz. Jelölje ezt a nyereséget p_k ! Vegyük figyelembe azt is, hogy az ár gyorsabban változik meg, mint a mennyiség. Tehát a mennyiségi változás, a fizikai termelési folyamat módosítása hosszabb időbe telik. Az ár szinte azonnal, akár hirtelenül is növekedhet vagy csökkenhet. Feltehetjük, hogy a k -edik év elején jelentkező hiány azonnal módosítja az árat:

$$\Delta p_k = -x_k, \text{ ahol } \Delta p_k = p_{k+1} - p_k, \quad (1)$$

a hiány növeli, a túlkínálat csökkenti az árat.

Mind x , mind p az egyensúlytól való *eltérés*, túlkínálat (+) vagy hiány (-), többletnyereség (+) vagy veszteség (-). Hatásuk és mozgásuk nem szimmetrikus. Feltettük, hogy az új ár gyorsan kialakul a túlkereslet miatt, de hatása a kínálatra lassan mutatkozik meg, csak egy év múltán. A magas ár csak az év végére váltja ki a többletkínálatot. Azaz

$$\Delta x_k = p_{k+1}, \text{ ahol } \Delta x_k = x_{k+1} - x_k \quad (2)$$

a nyereség növeli, a veszteség csökkenti a kínálatot.

A szabályozási előírás két egyenletéből az árváltozót kiiktatva, tiszta mennyiségi összefüggést kapunk.

$$x_{k+2} = x_{k+1} - x_k, \quad (3)$$

Ha két egymás utáni évben ismerjük az egyensúlytól való eltérést, a következő, harmadik évben bekövetkező eltérés már kiszámítható. Az egyenlet 6 évenként megismétlődő ciklust ad, bármilyen, az egyensúlytól eltérő, tehát nem $(0, 0)$ nagyságú kezdeti érték esetén.² Ilyen folyamatot ír le a fenti feltételből számított következő számsor, ahol mind a mennyiség, mind pedig az ár mozgása hasonló:

$$\begin{aligned} p &= 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0 \\ x &= -1, 0, 1, 1, 0, -1, -1 \end{aligned}$$

Három (de esetleg már két) időszakkal később ezért azt tapasztaljuk, hogy a többlet hiánnyá, a hiány pedig többletté, röviden *ellentettjévé* alakul.

Az ismétlődő lengés hossza hat időegység. A növényi termelés szabályozása a termelés évszakoktól való függése miatt ma is évente ismétlődő döntésekkel jár. Ezek végrehajtása időt igényel, és körülbelül egyéves késéssel következnek be. A föld művelése a kezdet kezdetétől fogva ciklikus. A számosállat (és főként a szerszámos állat) tenyésztése később még hosszabb ciklusokat hoz létre. Ez a két ciklus a ma is érvényesülő lengések elődje.³ Így és ezért vált a feljegyzések alapjává az éves megfigyelés.⁴ A növényi termékek időszakaiban ma is gyakran találhatunk hasonló nagyságrendű ciklusokat. A mezőgazdasági statisztika elemzése régebben például öt éves mozgóátlagokkal dolgozott. Ezt azért tette, hogy a körülbelül öt éves lengéseket kiszűrje.

Azt gondolhatnánk, hogy ha az éves helyett gyakoribb, például negyedéves vagy havi szabályozásra térünk át, akkor a ciklus megrövidül.⁵ A közelebbi vizsgálat azonban arra mutat, hogy nem ez következik be, sőt a ciklus annál hosszabb, minél gyakrabban igazítják ki. A leghosszabb tartam az éves késés esetén 2π év. Ez a folytonos szabályozás differenciálegyenletének ciklikus lengése a hatás éves késése esetén. Az *1. ábra* mutatja a ciklus alakjának változását a szabályozás gyakoriságának növelése következtében.

Az ingadozás menete a szabályozási időközök csökkentése esetén a folytonos szabályozás görbéjéhez tart. Ettől számottevően csak az évenkénti igazítás pályája tér el. Nem követünk el nagyobb hibát, ha egyenleteinket, azaz modellünket a könnyebben kezelhető folytonos idő feltételezésével alkotjuk meg. A folytonos szabályozás differenciálegyenlete egyébként is rendkívül hasonlít a fenti egyenletekhez. Formája:

$$dp/dt = -x, \text{ és} \quad (1^*)$$

$$dx/dt = p, \text{ ezekből tehát} \quad (2^*)$$

$$x + d^2x/dt^2 = 0. \quad (3^*)$$

Itt $d()/dt$ a függvény idő szerinti deriválását jelzi, a harmadik képlet pedig kétszeri deriválást, az operáció, azaz a λ támtani művelet kétszeri ismétlését. Ha az egyenlet megoldását a szokásos $x_t = \exp(\lambda t)$ alakban keressük, ennek második deriváltja a függvény eredeti alakja, a λ^2 tényezővel besorozva. Ez éppen azt az egyenletet adja a differenciálásra vonatkozóan, ahol a négyzetes forma -1 szorzóhoz vezet. Ez lesz tehát a függvény ellentettje. A megoldásban szereplő kitevő ezért csak tisztán képzetes lehet.

A ciklus hosszabbá válását mutatja a *2. ábra* jobb alsó sarkának kinagyítása.

² A ciklus tetszőleges a és b kezdeti feltételek mellett érvényesül az $a, b, b - a, -a, -b, a - b, a$ sorozat formájában.

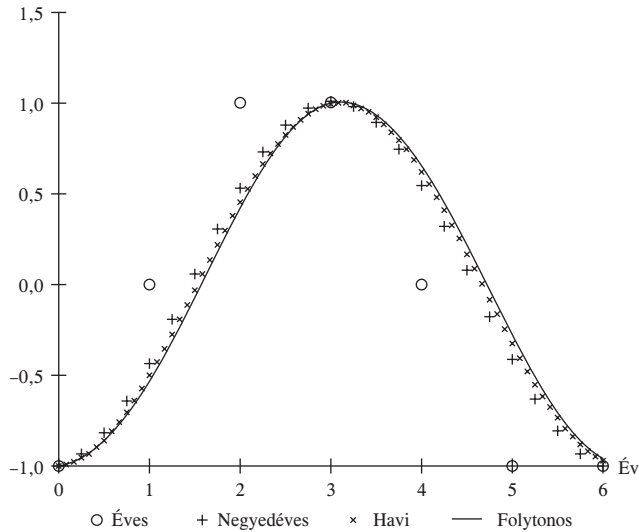
³ Ma ezek a készlet (forgótöke), illetve a berendezés (állótöke) ciklusaként ismeretesek. Lásd *Hillinger* [1992].

⁴ A statisztika Magyarországon eleinte nem naptári évre, hanem a betakarítástól betakarításig terjedő időszakra készült.

⁵ A gazdasági irodalomban ma a szabályozás gyakoriságát hajlamosak összetéveszteni hatásának idejével. Ráadásul a gyors reagálásból a szabályozás jóságára vagy akár stabil voltára következhetnek. A tőzsde szinte azonnal jelzi a piac változását, de ez nem jelenti azt, hogy ki is egyenlíti, vagy hogy mozgása sima.

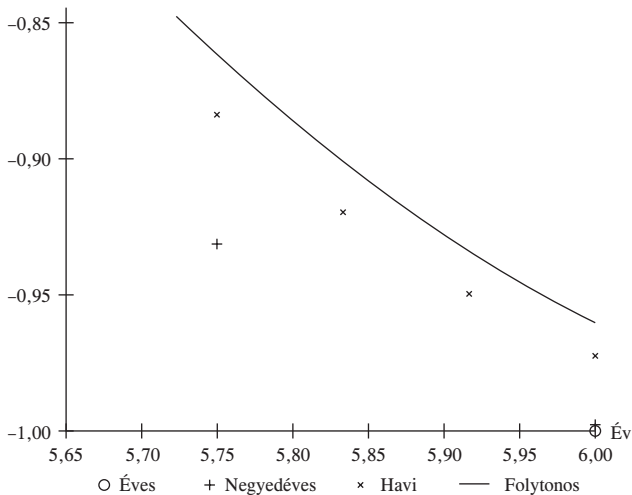
1. ábra

A ciklus menete évi, negyedévi, havi és folytonos szabályozás mellett



2. ábra

A ciklus hosszabbodása



Míg a negyedéves szabályozás tartama még csak alig tér el a 6 évtől, a folytonos szabályozás ciklusa majdnem 5 százalékkal hosszabb. Ez az eltérés körülbelül akkora, mint a ciklushossz bizonytalansága, amikor azt a tapasztalati adatokból becsüljük. Ez azt jelenti, hogy bár az eltérés elméletileg létezik, de gyakorlatilag nehezen állapítható meg. Az azonban kétségtelen, hogy a szabályozási döntés ritkítása vagy sűrítése nem változtat meg jelentősen a lengés hosszát. A ciklus hossza ugyan időtényezőktől függ (mégpedig a kétszeri differenciálás miatt két tényező szorzatától), de ezeknek a tényezőknek, úgy tűnik, nincs sok közük a beavatkozás gyakoriságához. Van azonban közük a szakaszos vagy folytonos szabályozási folyamat lefolyásához, az ehhez szükséges idő hosszához.

Ez lehet a termelés idomulásához szükséges idő, maga a termelés ideje, a termék raktározási ideje, tartóssága, azaz forgalmi és fogyasztási ideje is. Ez a két időszakasz, amelyek tartama egymástól eltérő, mind a ciklus hosszát, mind pedig mintázatát meghatározza. Ez a mintázat ebben az egyszerű esetben a p és az x függvény görbéjének egymástól való távolsága (követési ideje) és kilengéseik aránya.

Növekedés és lengés

A szinuszfüggvény és az azonos menetű, de negyed ciklussal eltolt koszinusz olyan függvény, amelynek második deriváltja a függvény negatívja. De mi köze az exponenciális függvénynek a szögfüggvényhez? A felelet egyszerű. Ha az exponenciális függvényt, mint azt imént már megtettük, hatványsorba fejtjük, akkor a képzetes kitevő meglepő új formát ad neki. A képzetes i szám hatványai ciklikusan ismétlődve rendre az i , -1 , $-i$, 1 értéket veszik fel. Az $i\lambda$ képzetes kitevőjű exponenciális függvény hatványsora ezért az

$$\exp(i\lambda) = 1 + i\lambda - \lambda^2/2! - i\lambda^3/3! + \lambda^4/4! + i\lambda^5/5! + \dots + i^n \lambda^n/n! + \dots \quad (4)$$

alakot ölti. Ez pedig a $\cos(\lambda)$ és a $i\sin(\lambda)$ függvény sorfejtésének összege. Általában tehát (ezt az összefüggést Euler vette először észre)

$$\exp(i\lambda) = \cos(\lambda) + i\sin(\lambda). \quad (5)$$

A képzetes kitevőjű exponenciális függvény sorfejtésének valós része koszinusz-, képzetes része szinuszfüggvényt ad. Az exponenciális függvény reális kitevővel a gazdaság növekedését írja le, és ez a növekedés az elért szinttel arányos. Képzetes kitevővel pedig az egyensúlyi helyzettől való eltérés görbéjét adja meg. Mindkét mozgási formát az állandó állapot, vagyis a „steady state” megvalósulásának tekinthetnénk.⁶ Hogyan lehet itt érthető és kézzelfogható kapcsolatot teremteni az egyenletben látszólag nem is szereplő egységnyi együttható, azaz egyévnnyi késés, és az eredményül kapott hatéves, illetve a folytonos esetben határértékében 2π tartamú lengés közt?

Vizonylag szemléletes az egyéves késés véges differenciával leírt modellje. Az egymás után megtett hat lépés a gyakorlat hat évét írja le. Pontosán visszatér az eredeti kiinduló helyzetbe. Ez elfogadhatjuk velünk, hogy az éves késéshez hatéves periódus tartozik. De mi tartozik a negyedéves késéshez? A számítás feltette, hogy negyedakkora idő alatt a változás is csak negyedakkora. Az együttható ekkor is éves késésre mutat, de ennek csak negyede múlik el a negyedév alatt. A ciklus hossza ebben az új időegységben, negyedévekben kifejezve ezért mintegy négyszeres, körülbelül 24 negyedév, tehát változatlanul mintegy hat év. Azért *mintegy*, és azért *körülbelül*, mert a pálya most nem kerül vissza pontosan a kiinduló pozícióba, csak annak közeli környezetébe. A ciklus itt már kissé hosszabbá vált.⁷

Ebben az esetben azzal a nem teljesen pontos, de a valóságot jól közelítő képpel élhetünk, hogy míg az évi módosítás minden évben egyszer 60 fokkal forgatja el az egyensúly körül az ár és a mennyiség értékét, addig a folytonos szabályozás esetében p és x

⁶ Habár a ciklusokat ma még általában nem tartják a *steady state* állapotával összeférhetőnek.

⁷ A modell a $p = 0$, $x = -1$ pontból 24 lépés után a $p = 0,02$, $x = -0,9977$ pontba kerül, nem fejezte be teljesen a ciklust. A következő negyed végén x értéke $-1,002$, tehát a kezdeti -1 pontot meghaladta. Az eltérés statisztikailag aligha mérhető, a ciklus hossza azonban elméletileg megnövekszik. Az éves kamat negyedrésze négyszeres tőkésítve szintén eltér az éves kamat értékétől. A ciklusnak mind a növekvő, mind a csökkenő részében a negyedéves nyomvonal eltérő, lassabb, majd gyorsabb változást mutat az éves ciklusnál. De az eltérések nem oltják ki egymást teljesen. Ebből ered a ciklus hosszabbodása.

értéke már folytonos körpályát ír le. Ennek kerülete egységnyi sugár esetén éppen 2π . Az egységugarat mint hűrt alkalmazva, a körbe szabályos hatszög írható. A kör 2π kerülete az egyre kisebb forgatásokkal járó sokszögek egyre növekvő kerületének határértéke.⁸

A lengés tartama

Tudjuk, hogy viszonylag bonyolult modellek is ugyanerre az alapformára hozhatók a mátrixalgebra segítségével, ezért érdemes ezt tovább vizsgálni. A ciklus tartamát az együtt-ható határozza meg. Negyedakkora együtt-ható négyszeres tartamra vezet, habár a valóságos tartam az eredeti időegységben számítva nem (szabatosabban: alig) változik. Ha a modell időegységét minden határon túl csökkentjük, akkor a ciklus tartama (az eredeti egységben mérve) nem válik végtelenné, hanem 2π -hez tart.

Az együtt-hatónak, mint a gazdasági növekedés esetében is, itt is van, mégpedig ezzel azonos dimenziója, de ez nem ugyanarra vonatkozik. A dimenzió a sebességre utaló $[1/T]$, tehát reciprok idő. Minél nagyobb a kitevő, annál nagyobb a sebesség, vagyis a rendszer növekedése. A kitevő valós része e növekedés tényleges sebessége. Ezt a gazdasági gyakorlat ma az évi növekedés százalékaként határozza meg. Valójában azonban burkoltan a gazdasági mérés mértékegységei szerepelnek benne. A dimenzió a fizikában használatos hossz és időegység, a másodperc és centiméter helyett itt az év és a megtett út hossza helyett a termelés valamilyen elfogadott mértékegysége.

A képzetes kitevő szintén sebességet képvisel, minél nagyobb, annál gyorsabban járja be a lengés a teljes ciklust. A kitevő, mivel valós része zérus, ezért nem jelent és nem is jelez tényleges növekedést. Ez a ciklus radiánokban kifejezett szögsebességét méri. A lengés a valóságban azonban mégis növekedéssel, majd hanyatlással jár, csak hogy ezek a ciklus egészét tekintve, kioltják egymást. Minél kisebb a képzetes kitevő, annál lassabb az elfordulás, és annál hosszabb a ciklus. Mint maga a növekedés, a ciklus mérése is éves időtartamra vonatkozik.

A ciklus fenti alapformája a valóságos gazdasági szabályozás menetének erősen lecsupaszított és elvont képe, csupán két késleltetési tényezőt tételez fel. Az egyik a kívánt mennyiségi értéktől való eltérés kialakulásától az árváltozásig terjedő időköz. Ezt az eltérést jelző reakciót azonnalinak, tehát tartamát zérusnak tekintettük. A másik késés a jelző változó eltérésétől a folyamat módosításáig terjedő időköz. Ezt a mezőgazdaságban egy évnek véltük. Jobb közelítés volna, ha figyelembe vennénk azt, hogy még az ármódosítás is időbe telik, mert a változtatást el kell dönteni, az új árat közzé kell tenni, és így tovább.

Hasonlóan a termelés módosítása szintén több döntési és lebonyolítási szakaszra tagolható, ezek mindegyike különböző időtartamok láncolatát hozza magával, amelyek részben párhuzamosan, részben egymás után történnek meg.⁹ Mindez némileg módosíthatja a ciklus tartamát. Az elvonatkoztatás és egyszerűsítés végső fokon azonban mindezt két időtartamra vezette vissza: a termék létrejöttének és a termék létezésének idejére, tehát a termelés és a fogyasztás alaptevékenységeire. Ezek tartamát a folyamatok sebessége, azaz időszükséglete határozza meg.

A sebesség reciprok időtartam. Ez az időtartam a gazdaságban valamely termelési szint elérésének, valamilyen gazdasági pálya bejárásának, valamilyen feladat vagy tevékenység

⁸ A differenciaegyenlet megoldását adó pontok azonban (Hölder tétele értelmében) nem feketnek mind a kör kerületén, bár az őket összekötő egyenesek hosszának összege, ingadozva, szintén 2π -hez tart. A közölt számsor például azt mutatja, hogy bár az éves késésű egyenlet ciklusa valóban 6 év, de az általa leírt 6 pontot összekötő egyenesek hosszának összege $4+2\sqrt{2}$, azaz nagyobb 2π értékénél. A szabályos hatszög sarokpontjai nem járhatók be diszkrét idejű egyenletrendszer megoldásaként.

⁹ Mindezeket a szabályozáselmélet matematikai és modellalkotási irodalma részletesen tárgyalja.

elvégzésének ideje. Milyen időtartamot takar a növekedés sebessége? Harrod–Domar növekedési elmélete ad választ erre. A növekedés sebessége a megtakarítási ráta és a tőkeigényesség hányadosa. Ha a fogyasztási ráta a , akkor a megtakarítási ráta $1-a$, és ha a tőkeigényesség években mért nagysága b , akkor a növekedési ráta $\lambda = (1-a)/b$. E tört reciproka pedig azt mondja meg, hogy az évi megtakarításból hány év alatt újul meg a gazdaság tőkekészlete.¹⁰ Úgy is fogalmazhatunk azonban, hogy hány év alatt térül meg a tiszta nyereségből a befektetett tőke. Ez az időtartam nagyságrendileg 20 és 50 év között van. Megfelel az élettervek, a gazdálkodás egy-egy generációra terjedő szokásos horizontjának.¹¹

Láttuk, hogy a szakaszos és a folytonos szabályozás között a ciklus tartama tekintetében mintegy 5 százalékos eltérés mutatkozott. A műszaki folyamatok szabályozása szintén nagy figyelmet fordít e kérdésre. Kialakult az a gyakorlat is, hogy egy-egy szabályozási folyamat elméleti megtervezése után a megoldást szimulációval ellenőrzik. A szimuláció gondosan követi a szükséges szerkezeti elemek gyakorlati működését. Mivel ezek viszonylag változatlanul viselkednek, lehetséges frekvenciatartományaik, azaz lengéseik pontosan megállapíthatók. A gazdasági szabályozás gyakorlata ezzel szemben változékony, és eseti emberi tényezőkn – hozzáértésen, figyelmen és reakciósebességeken – múlik. Ezért van az, hogy e ciklusok tartama változékonyabb és kevésbé pontosan számítható.

A gyakorlati munka alapján kialakított becslés szerint a keletkező ciklusok hosszának ± 10 százalékos tűréshatárral történő megállapítása ma már jó eredménynek tekinthető, ha szakmánk megfigyelési, mérési és cselekvési gyakorlatát figyelembe vesszük. Egyébként a növekedés évi százalékos rátáját sem tudjuk ennél pontosabban meghatározni. A kommunikáció sebességének növekedésével, egyes fázisainak gépesítésével a jövőben várható a gazdasági mérések és a statisztikai adatok pontosságának javulása, de ez egyelőre nem jár a precizitás érdemi változásával.

A lengés mintázata

Itt a gazdaságnak csak két kiválasztott ciklusát fogjuk ábrázolni és tárgyalni, de minden terméknek és minden termelési eljárásnak van valamilyen jellegzetes ciklusa. Ez elméletileg mind létezik és pontosan kiszámítható. A grafikonjuk is megrajzolható, még akkor is, ha az adott ciklus esetleg igen csekély lengése nem hívta fel magára eddig a gyakorlati gazdaságtan figyelmét.

A lehetséges ciklusok spektruma sűrű, és 1 évtől mintegy 200 évig terjed. A közelítő számítások szerint ez a spektrum a rövid tartamok esetében sűrűbb. Elméletileg ezért kell több, akár sok százezer szektorból álló modellekre gondolni. E modellek nemcsak egyszerű ráfordításokat, de különféle operátorokat is tartalmazhatnak. A gazdasági folyamat egyre jobb és pontosabb leírása érdekében differenciálást, integrálást, késleltetést, disztribúciókat fognak alkalmazni. A modelljeink ezért egyre bonyolultabbá és realisabbá fognak válni. Mégis mindig felhasználhatók lesznek a már tárgyalat alapmodellhez hasonló mátrixok összességére.¹² Az egyedi ciklusok lefolyása csak tartamuk és a mintázatuk tekintetében fog egymástól különbözni.

¹⁰ Ez az összefüggés akkor is igaz marad, ha a és b értékét az input-output elmélet folyó és tőkeráfordítási **A** és **B** mátrixaival helyettesítjük. Ekkor a keresett időtartam az $(1 - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$ mátrix legnagyobb sajátértéke.

¹¹ Ez hozza létre a gazdaság egészének mintegy 200 éves hosszú hullámát is. Még nem bizonyított sejtésem az, hogy a többi ciklust gerjesztő sajátérték is olyan időtartamokat jelez, amely a lengést okozó többletek összetételének megfelelő termékek és szolgáltatások termeléséhez, majd feléléséhez szükséges.

¹² Gantmacher bemutatta, hogy az úgynevezett lineáris operátorok általános elmélete a mátrixelmélettel izomorf. Azokban a ritka esetekben, amikor a felbontás bonyodalmat okozhat (elemi osztó létezése stb.), viszont mindig található olyan tetszőlegesen kevésbé eltérő szomszédos mátrix, amelynek sajátértékei már egyszerűek.

A teljes gazdaság modelljeinek felbontása az árak és a mennyiségek úgynevezett saját-vektorai mellett a ciklus $2\pi/\omega$ hosszát megadó, $\pm i\omega$ komplex sajátértékű és

$$\begin{bmatrix} & -\omega \\ \omega & \end{bmatrix}$$

alakú mátrixokból fog állni. Ha ezeket ismerjük, akkor a kialakuló mozgás menetére és mintázatára vonatkozóan minden fontos kérdésre válaszolni tudunk.

Az elsődleges kérdés itt nyilván az, hogy egy-egy ilyen ciklus milyen szektorokat és milyen mértékben érint, és hogy ezek lengése az idő milyen sorrendjében következik be. A magyarázat érthetősége kedvéért egy korábbi tanulmányban (*Bródy* [2002]) tárgyalt két ciklus alakját és értékeit elemezzük.¹³

A rövid ciklus

Ez Goodwin csupán áramlatokat tartalmazó modelljének rövid ciklusa. Menetét a forgótőke, vagyis a készletek mozgás uralja. Erre a ciklusra irányult az egész eddigi gazdasági irodalom figyelme, ha egyáltalán elfogadta a ciklus létezését. Képe igen hasonló Keynes Általános elméletének ábrájához, csak részletesebb, mert három szektort tartalmaz. Ezek a *vállalatok*, az *állam* és a *háztartás* szektorai. Az ábrázolás mind a termelt termékek mennyiségének, mind pedig áraiknak egyensúly körüli ingadozását bemutatja. Az állami bevétel ellensúlyozza a vállalatok és a háztartások egymással párhuzamos, de a költségvetéssel ellentétesen alakuló lengését. Az ár és a bér az adóteherrel ellentétes irányban mozog. A termelés és a foglalkoztatottság körülbelül egyéves késéssel leng a tényleges adóbevétellel szemben.

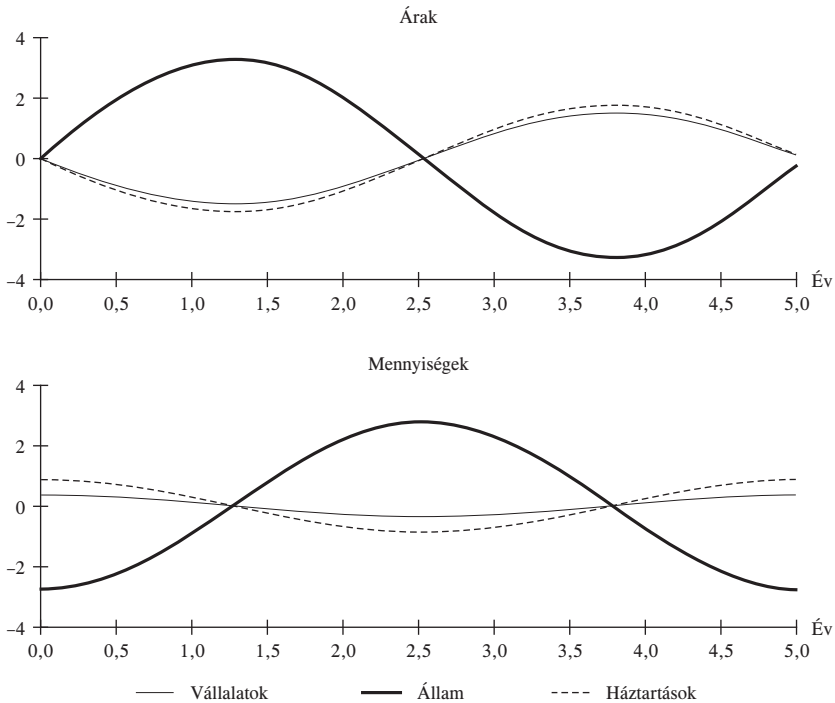
A 3. ábra két része az egyensúlytól való százalékos eltérést mutatja az egyes években. A kilengés persze lehet ennél nagyobb vagy kisebb is. Amit a számítás meghatároz, az csak a lengések ágazati aránya. Ezek az arányok azok, amelyek a gazdasági struktúra mindenkor állapótától függenek. Maga a ciklus egészének lengése szinte tetszőleges mértékben gerjeszthető, általában azonban nem szokta a növekedési ráta nagyságrendjét meghaladni.

Régi gazdaságpolitikai gyakorlat az, amikor a társadalmi közérzet javítása érdekében a szokásosan szűkkeblű költségvetés a választások előtt növeli a béreket és javítja az ellátást. A választás után aztán ismét az állam javára tolja el a jövedelmek elosztását. A rövid ciklust nem volna nehéz csillapítani. Ehhez elegendőnek látszanak a költségvetés rendelkezésére álló eszközök. Az ennél hosszabb ciklusok esetében a simítás nehezebb, mert olyan nagy összeget kell mozgósítani, mégpedig hosszabb időre, ami már nem fér el a büdzsé szokásos korlátjai közé.

A gazdaságpolitika viszont a lakosság rövid emlékezetével számol. A rövid ciklust simítás helyett általában inkább élezi. A jelenség már a tervgazdaság előtti időkből ismert, de minden piaci gazdálkodást folytató országban is jelentkezik. Az ilyen ciklusok tartama 4 és 5 év között mozog, és más országokban is összefonódik a belpolitika szokásos szakaszaival. A ciklus hosszának körülbelül 20 százalékos lehetséges hibája egyéb-

¹³ A *Bródy* [2002] cikk csak magyar adatokkal foglalkozott. [Az adatokat a Központi Statisztikai Hivatal által kiadott Az ágazati kapcsolatok mérlegének matematikai feldolgozása, 1991 feliratu adathordozó (flopi) alapján lehetett összeállítani.] Az Egyesült Államok jelenleg vizsgálta, de még nem végleges alapadatai lényegesen különböznek ugyan, és igen eltérő gazdasági arányokhoz vezetnek, de az itt tárgyalt két ciklushoz hasonló ciklus mégis felmerült bennük. Az Egyesült Államok adatainak forrása a bea.gov honlapon található idősor, a nemzeti jövedelem és az input-output táblák adatai.

3. ábra
A kilencvenes évek rövid ciklusai



ként azonos azzal a tőrészattárral, amivel egy-egy ciklus hossza az idősorokból statisztikailag megállapítható. A bér és foglalkoztatás mindenestre a termelésnél valamivel erősebben szokott ingadozni, ezért is vélik a munkaerőt amolyan „stabilizáló” szektornak. Ez azonban gyakorlatilag csak annyit tesz, hogy mivel ez a szektor kénytelen a legnagyobb bizonytalanságot elviselni, ezért igyekszik a lehetőség szerint csillapítani a lengéseket. Jó foglalkoztatás idején többet takarít meg, s csak kényszerből nyúl megtakarításaihoz.

Mindez egyszerűen leolvasható abból az egyedi mátrixból, amelynek sajátértéke $\omega = 1,2421i$, sajátvektora pedig rendre az árak és a mennyiségek értékeit tartalmazva, $z = (-0,3021, 0,6597, -0,3576, 0,0685i, -0,5569i, 0,1757i)$.

A lengés hossza ebből $2\pi/\omega \approx 6,28/1,2421 \approx 5$ év.

A sajátvektorban szereplő árak valóságok, a mennyiségek képzetesek. Az elemek abszolút értéke arányos a szektorok árainak, illetve mennyiségeinek maximális kilengésével. A sajátvektor bármely többszöröse szintén sajátvektor. A kilengés egymás közti arányai adottak, mértéke matematikailag a kezdeti értéktől, gyakorlatilag az állam fiskális és pénzügyi beavatkozásától függ.

Az árak és a mennyiségek ellentétes előjele jelzi, hogy kilengésük ellentétes. Az államot jellemző értékeknek a másik két szektorral ellentétes előjele pedig azt mutatja, hogy mozgása a másik két szektorral ellentétes irányban történik.

Mindez igen jól áttekinthető mintázatot ad. Ezt egyszerű $\pi/2$ értékű, tehát ötéves, vagyis 60 hónapos ciklusban mintegy 15 hónapos fáziskésések jellemzik. A mozgás világos, jól tagolt, könnyen áttekinthető, szinte magától értetődő. A tankönyvbe vagy palatáblára illő ciklust tárgyalja a ciklus egyetlen válfajaként a gazdaságtan. Ezt a ciklust

váltja ki a politika is, amikor mintegy ötvenként bejelenti, hogy most pedig új növekedési pályára fogja állítani a gazdaságot.

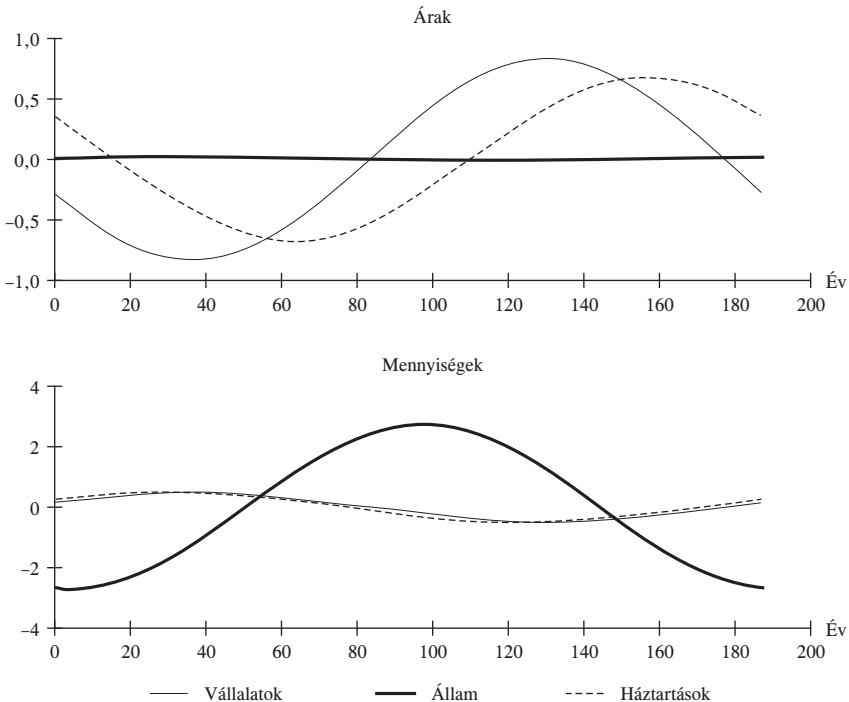
Az új növekedési pálya azonban nem más, mint a rövid ciklus megindításának vagy fokozásának általában sikeres kezdete. Néhány év múltán éppen ez a ciklus vezet aztán a szükségszerű hanyatláshoz. Ez ismét alkalmat ad a gazdaság mindenkori vezetőinek, hogy az egyensúly helyreállítása örvén ismét gondoskodjanak további lengéséről. E gazdaságpolitikai áltevékenység minden részlete aztán rituálisan ismétlődik. Végrehajtása, ha nem is feltétlenül a kormány vagy gazdasági vezetőinek bukásához vezet nagy valószínűséggel, de ahhoz, hogy a következő választáson más pártok és vezetők felé forduljon az érdeklődés. A másik párt, vagy másik gazdasági vezető a szokás szerint megbomlott egyensúly helyreállításának keretében, ismét megkeresi és megtalálja a saját klientúrájának kedvező új növekedési pályát.

A leghosszabb ciklus

Míg az előbbi ciklus legfeljebb kormányokat dönthet meg, a hosszú lengés ereje sokkalta nagyobb. Mintegy 200 éves tartama rendkívül nagy tehetetlenséggel átkozza meg. Mégis könnyen észrevétlen marad, mert teljes korszakot fog egybe. Konfigurációja jóval bonyolultabb a rövid ciklusénál. Mivel azonban az évente történő változás nemcsak a tudat küszöbe, de gyakran a statisztikai mérés pontosságának mértéke alatt marad, ezért nehezen észlelhető.

4. ábra

A hosszú lengés



E hosszú tartamú mozgást az $\omega = 0,0335i$ sajátérték hozza létre. A sajátérték abszolút nagysága a korszak átlagos növekedési rátájának felel meg. A hullám mintáját megadó z sajátvektor itt sokkal bonyolultabb az iméntinél. Számított értékei a következők.

1. táblázat
A sajátvektor értékei

Szektorok	Valós	Képzetes érték	Abszolút
Vállalati árak	0,2606	0,0949	0,2773
Állami árak	-0,0000	-0,0000	0,0000
Háztartási bérek	0,1935	-0,1148	0,2250
Vállalati tevékenység	-0,1498	-0,0506	0,1582
Állami tevékenység	0,1131	0,8974	0,9045
Háztartási tevékenység	-0,1452	-0,0905	0,1711

Az első probléma itt az állami tevékenység „termelési árának”, tehát az adó virtuális kulcsának látszólagos változatlanlansága. Ez az értelmetlenség abból ered, hogy az ár az összes termelésben lekötött tőkével arányos. Az állam szektorának van ugyan felhalmozott vagyona, de az állam szolgáltatásait elvileg nem lehet felhalmozni. A modell azt a felfogást tükrözi, hogy az állam alapvető feladata a jövedelmek újraelosztása, ez pedig szolgáltatás jellegű tevékenység.¹⁴

Az állam bevétele ugyanakkor változik, és ciklikusan változik bevételi többlete is. De e „többség” a ciklus végére negatívvá válik. Itt nem az állam abszolút bevételéről van szó. Az állam bevétele a gazdaság mintegy évi 3 százalékos fejlődése következtében szüntelen növekszik. Csakhogy ez a növekedés a ciklus végén viszonylag lassul. Ez a költségvetési nehézségek forrása. Mindez egybevág a megfigyelt történelmi tényekkel. A 200 éves európai ciklusok a 16. század végén francia és spanyol államcsődhöz, a 18. század végén a francia kincstár fizetéseképtelenségéhez és a forradalomba vezettek. Jelenleg is mindenütt nő az államadósság. Bár a jelenség nehezen érthető, de ma minden állam eladósodott, azaz minden állam egyenlege negatív. A viszonylagos vásárlóerő a 19. és 20. század fordulóján éri el tetőfokát. Ez adta e századvég ma is csodált nagy állami befektetéseinek forrásait. Az árak és bérek növekedése a ciklus közepétől kezdve elviselhetővé tette az állami költségvetés és általában az állami beavatkozás növelését is. De szembevetendő a teher súlyosbodása a ciklus végén. Az adó egyre tűrhetetlenebbnek tűnik mindenütt. Késedelmes és vonakodó megfizetése egyre gyakrabban okoz időközi válságokat.

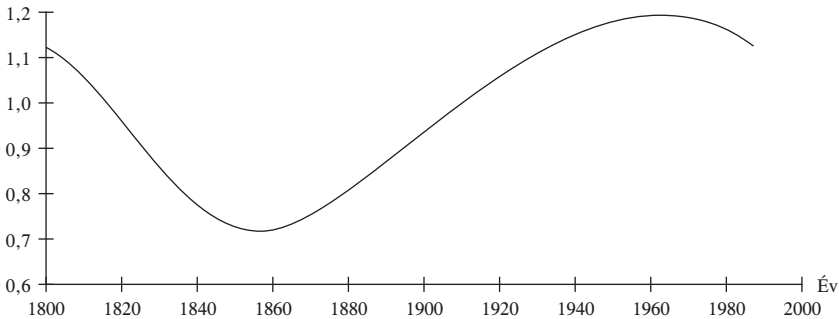
Mint az abszolút értékek oszlopából jól látható, a legerősebben az állami költségvetés ingadozik, hasonlóan a rövid ciklusban tapasztalt képhez.¹⁵ Amint a vállalatokra és a háztartásokra vonatkozó első és harmadik komplex együttható belső arányai mutatják, a

¹⁴ Lehetséges, hogy ez a modell feltételezéseinek hibája. Hiszen például a kétségtelenül mindenütt létező államadósság elvont lényegét tekintve negatív tőke. E kérdés elvi és gyakorlati tisztázása a további kutatás egyik fő feladata. Kérem tehát az olvasó türelmét. A kifejtés egyelőre csak a bonyolult mozgásforma matematikailag kiszámított adatainak gyakorlati értelmezésére vonatkozik. Kétségtelen az, hogy vannak olyan gazdasági tevékenységek (például pénzváltás vagy hajvágás – és általában a szolgáltatások), amelyek eredménye a szó szokásos értelmében nem halmozható fel, tehát nem válik és nem is válhat tőkévé. A modellnek azonban ezekre a tevékenységekre is értelmezhető árakat és eredményt kell adnia, s ennek nem minden problémáját sikerült még megoldani. Kétségtelen, hogy az ilyen fel nem halmozható tevékenységek ára általában igen labilis.

¹⁵ Az itt nem tárgyalt másik két ciklus (ezeket a berendezések váltása és a demográfia okozza), sokkal kevésbé érinti az állami büdzsét.

termékek árának mozgása mintegy 20-25 évvel megelőzi a bérekét, bár a foglalkoztatás és a vállalati termelés mozgása között alig mutatkozik késés. E késés itt is a valós és képzetes együtttható arányából számítható. Elhanyagolható a tevékenységi együttthatók tekintetében, ahol a foglalkoztatás változása igen kevésel előzi meg a termelés menetét. Ez jól értelmezhető, hisz korábban kell a munka ráfordítását növelni, mintsem a munka eredménye késztermékké válna. Jelentős azonban az árak és a bérek ollójának tekintetében, amelyet érdemes grafikusán is újra és más módon ábrázolni. Ez az olló a hosszú ciklus fellendülése elején pótlólagos feszültséget okozhat, a hanyatlás idején azonban egy ideig enyhíti a társadalmi súrlódásokat.

5. ábra
A bér/ár olló mozgása



Ez a gyakorlatban ráarakódó összes többi ciklustól megtisztított kép a társadalmi közérzet alakulásának markáns mutatója. Világosan indokolja az 1840-es évek forradalmait, mutatja az ezután következő szép fellendülést és fokozódó reményeket, az 1960-as évek bársonyos idejét, és az 1980-as években újra felbukkanó nagy ellentéteket. Egyáltalán nem jelzi azonban a két világháború feszültségét. Ezt az itt nem szereplő Kondratyev-hullámok jobban indokolják. De ha a fenti olló mozgása újból ismétlődni fog, az igen nehéz időket hoz magával. Azt kell remélni, hogy valami hiba mégis csak van a 200 éves ciklus elméletében, és nem kell feltétlenül magasabb szinten megismétlődnie kétszáz év múltán például a magyar reformkort megelőző nyomasztó időszaknak.

Szembetűnő, hogy itt a költségvetés mozgására a vállalatok és háztartások egyaránt milyen hosszú, közel 40-50 éves késéssel reagálnak. A termelés igazi élénkülése csak akkor következik be, amikor az árak és bérek már kellő szintre kerültek. A hanyatlás idején az adóztatás és tékozlás pedig már láthatóan fékezi a gazdaság menetét. Az adó terhe végül csökkenteni kezdi a rendszer, különösen pedig az anyagi termelés hatásfokát. Szükségszerűen vezet hát a lassulás, majd a gazdasági és politikai válságok felé. Ez is politikai ciklus, de nem a politika által vezérelt, hanem az elvátsott *πολιτεια* zavarai, majd megsemmisülésével járó, azt átformáló földrengés. Új korszak előhírnöke, amely új technikával, új gondolatokkal, új sebességgel, az érintkezés és szervezés pontosabb és hatékonyabb módszereivel más utak felé visz.

Összefoglalás

Használhatók-e és mire e kutatás eredményei? Adatait a gyakorlat még nem ellenőrizte. Sok részlete durva becslés – például az állam és a háztartások vagyona vagy az állam önfogyasztása. Jó, ha nagyságrendileg elfogadhatónak bizonyulnak a későbbi, remélhe-

tőleg bekövetkező pontos adatgyűjtés fényében. A számított eredmény, a növekedési ráta és a ciklusok tartama mégis egybevág a gazdaságstatisztika publikációiból leszűrhető jelenségekkel. Mégis óvakodnék nagyobb fontosságot tulajdonítani az elemzés numerikus eredményeinek. A cikkből egyelőre csak azt a következtetést helyes levonni, hogy ha lesz jobb adat, akkor az ilyen és hasonló elemzéseket el lehet végezni, az adat jóságának megfelelően remélhetőleg nagyobb, de mindig korlátozott megbízhatósággal.

Ugyanez a gondolat vonatkozik a modellek jövőben születő pontosabb, és ezért bonyolultabb alakjára is. Goodwin rövidebb ciklust, tehát a készletek mozgását ábrázoló modellje sokkal egyszerűbb eredményt ad, mint a hullámmátrix hosszú történeti ciklusokat leíró sajátvektora. A számítógépek hatáskörének és az adat pontosságának javulásával azonban még részletesebb és bonyolultabb mozgást lehet majd egyre jobban leírni. Az elmélet, végső fokon, nem fog eltérni az itt bemutatott lineáris vagy linearizált közelítéstől, de a modellek biztosan jobbak és megbízhatóbbak lesznek. A mozgás egészét mégsem fogják soha teljesen hűségesen tükrözni. Bár jobb előrejelzés, szimuláció és hatásvizsgálat válik lehetővé, ez továbbra is el fog maradni a természettudományok többségében tapasztalt és megszokott pontosságtól.

Az, hogy a nyolcvanas és kilencvenes években publikált tanulmányaim nagyjában egészében kellő időben jelezték a várható, majd bekövetkező irányzatokat és eseményeket, jelenleg pedig párhuzamosnak tűnnek a nagyobb kutatóintézetek következő évekre vonatkozó magyar prognózaival, az részben a szerencse ajándéka lehet. Ennél jobban bízom azokban a kvalitatív következtetésekből, amelyek a gazdaságpolitika számára levonhatók.

Kiderült a vizsgálatból, hogy az ingadozás levezethető a pénz bevonása nélkül is, ha az egyenletekből az árváltozót kiküszöböljük.¹⁶ Tehát pusztán használati értékek természetbeli termelése is létrehoz ciklusokat. Még a munkamegosztás létrejötte sem előfeltétele annak, hogy a szükséges termelési döntések ciklushoz vezessenek. A saját szükségletre termelő egyszerű családi gazdaság sem termel egyenletesen. Annak, hogy az évi termék mennyisége ingadozik, persze természeti, éghajlati és más, sokszor teljesen esetleges és egyedi okai is vannak. Ha az ingadozás mégis szabályosságot mutat, akkor ennek okát a szabályozás körülményeiben kell és lehet megtalálni.

Az ok egyébként egyszerű, ha meggondoljuk, mit is jelez az árak változása. A kereslet és kínálat eltéréseinek ugyanis az ár változásán kívül más megfigyelhető fizikai következménye is van. Ez a következmény pedig már az önfenntartó gazdálkodásban is jelentkezik. Az ár emelkedése azt jelzi, hogy a kereslet meghaladta a kínálatot, a fogyasztás nagyobb, mint a termelés. Akkor a készlet is változik, mégpedig csökken. Mindez akkor is bekövetkezik, ha nincs pénz, sőt akkor is, ha nincs még természetbeni csere sem, és a készletek mozgása csak a család éléstárában követhető figyelemmel.

Az ellentétes esetben pedig, ha a fogyasztás kisebb, mint a termelt mennyiség, akkor a készlet növekszik. Ha tehát, teszem azt, az afrikai családanya az esős időszak beállta előtt megállapítja: a hombárban kevesebb a jamgyökér (vagy a kukorica) az ilyenkor szokásosnál, akkor utasítja családja férfitagjait, hogy a tavalyinál nagyobb tisztáson vágják és égessék le a fákat, ami a talaj vetéshez való előkészítését és fertőtlenítését szolgálja. A kevés vagy szokásosnál gyorsabban fogyó tartalék jól jelzi a bajt. A családnak az új termésig ki kell húzni az életet. De azért mégis muszáj lesz a tavalyinál többet vetni, különben a jövő még szűkösebbé válik.

Amennyiben nem ezt teszik, tehát nem úgy viselkednek, mint ahogyan azt a már ismert egyenlet előírja, akkor veszélybe kerül az egész család fennmaradása. Az emberi-

¹⁶ Ezt jól mutatja mind a (3) egyenlet diszkrét változóra, mind pedig a (3*) egyenlet folyamatos változóra vonatkozó tisztán mennyiségi összefüggése.

ség kipusztulna, jóval mielőtt a munkamegosztás és pénz megjelenése után néhány évezreddel megérhetné, és aztán lassacskán meg is érthetné Adam Smith gazdasági tanait. Azok az összefüggések, amelyeket Smith leírt, bár feltáratlanul, de ilyen vagy más formában már évezredek óta működtek, és működniük is kellett, különben az emberek a Földön nem elszaporodni, de fennmaradni se lettek volna képesek.

A kialakuló ciklusok talán valamivel rövidebb tartamúak voltak az e tanulmányban tárgyaltnál, mert a figyelembe veendő termelési idő rövidebb. A szabályozás késleltetései az önfenntartó paraszti gazdálkodásban egyrészt a termék éves tárolásából erednek, másrészt a művelés sajátosságai szerint változó, vetéstől betakarításig terjedő, de csak néhány hónapig tartó termelési időből. Ez a két késleltetés mintegy 3-5 éves tartamú ciklusokat kelt. Ennél a hosszabb termelési idő és a hosszabb élettartam miatt jóval hosszabb az állattenyésztés terjedésével kialakuló ciklus. Ez a „hét kövér és hét sovány tehén esztendeje”, ahogy bibliai József álomfejtése feltárja a ciklikus ingadozás Egyiptomban szokásos menetét. Ez az első írásos nyoma annak, hogy az emberiség felismeri gazdálkodásának sajátos és jellemzően ciklikus voltát.

A gazdaság ciklikus mozgása tehát nem szüntethető meg. Azért nem szüntethető meg, mert a ciklus maga a gazdaság működésének és szabályozódásának formája. Megszüntetése véget vetne a szükséges rugalmasságnak. Pedig a mozgásnak rugalmasnak kell lennie, és ilyennek is kell maradnia ahhoz, hogy az alkalmazkodni tudjon mind a környezet, mind pedig a gazdaság belső körülményeinek változásához. Ebbe beletartozik a változó kereslet és a változó kínálat, valamint a gazdaságban végbemenő folytonos technikai fejlődés is. Az alkalmazkodás lényege az, hogy mind a környezethez, mind a belső arányokhoz egyaránt alkalmazkodni kell. Nem szabad és nem is helyes kitüntetni valamely változót, amelynek primátusa volna, abban az értelemben, hogy a többinek éppen ehhez kell alkalmazkodnia. Mindennek mindenhez tudnia kell alkalmazkodni az adott esetben. A termelésnek a fogyasztáshoz, a fogyasztásnak a termeléshez, és mindkettőnek a külső körülmények évszakos, klimatikus, kezdetben csupán természeti, de később az emberi ügyesség és hozzáértés változásaiból és fejlődéséből eredő átalakulásához is. Ha ezt a rugalmasságot sértjük meg, akkor a szerves élet és fejlődés alapjait kezdtük ki.

Ha a profit vagy a szükségletek kielégítésének maximálását tűzzük ki célul, akkor szükségképpen valamilyen liberális vagy szocialista utópiához jutunk. Ezek nem lesznek ugyan szükségszerűen működésképtelen konstrukciók, de mindenképpen valamilyen piaci vagy tervezett működésű falanszter formáját öltik, az ennek megfelelő kellemetlen következményekkel. Az életet külső célnak alárendelni azt jelenti, hogy előbb-utóbb erőszakot teszünk rajta. A ciklus, a mozgás, maga az élet tör keresztül, és keresztül is kell törnie minden ilyen merev és művi korláton. A megengedhető kikötés legfeljebb a legkisebb hatás, vagyis a legkisebb veszteség elve lehetne, ahogyan ezt már a természeti tudományokban is elfogadhatónak találták. Ez persze bizonyos esetekben szélső értéket, maximumot vagy minimumot jelent, de ott is gyakran csupán inflexiós pont vagy fix-pont, amelynek stabilitása kétséges és nem feltétlenül kívánatos.

A mindebből eredő lengések lehető csillapítása persze közös érdek. De az alkalmazkodás ciklusai közül csak a rövidebbek látszanak valamennyire kezelhetőnek. A politikai rendszer merev periodicitása és rövid távra kalibrált pártérdekei ma az eddigieknél sokkalta erősebben gátolják a hosszú távú megfontolásokat. Mindezek következtében a közeljövőben még a rövid távú ingadozások enyhülése sem várható, sőt növekedésük valószínű.

A zavarokat okozó lengések elvileg igen sok, de gyakorlatilag is jóval több, mint néhány ciklusból állanak. Szabályozásukhoz tehát elméletileg nem lehet elég a gazdaságpolitika által befolyásolható igen csekély számú változó módosíthatása. Még bonyolultabbá teszi az elméleti feladatot a kellő időzítés bizonytalansága. Amíg a hatásmechaniz-

mus menete nem kellően tisztázott, továbbá a szükségesnek vélt intézkedések mértéke, időpontja és tartama intézményeink bizonytalan és megbízhatatlan működése miatt nem tartható szűk korlátok között, addig a csillapítás csak a kapkodás és a hályogkovács módszerek terjedését hozza magával.

Amit tehát a jövőben az eddigieknél jobban át kell gondolni, az a szabályozás változó módszerei, változó szempontjai és változó horizontjai az emberiség története folyamán. A hombárban matató asszonyoktól a mai gazdaságkutató intézetekig, az ókori keleti és hellén „gazdaságpolitikától” a keresztes háborúk, parasztháborúk, napóleoni hadjáratok, majd a világháborús tervgazdálkodások, a szocialista és fasiszta „nagyter-gazdálkodás” változataiig sok minden esett meg a gazdasági szabályozás leírt és elbeszél, de gyakorta csak szórványos, ösztönös, végig nem gondolt, ki nem mondott, gyakran visszataszító elméleti történetében. A ciklusokat ugyan egyik megoldás sem orvosolhatta, nem is igen csillapította, de talán tanulságos volna vagy lehetne e szempontból áttekinteni és leírni fejlődésüket, sokat és sokszor változó eszméiket, nézeteiket és eredményeiket vagy éppen eredménytelenségeiket.

Hivatkozások

- BRÓDY ANDRÁS [2002]: Tőkék és áramlatok. Közgazdasági Szemle, 11. sz.
 ГАЙТМАХЕР, Ф. Р. [1966]: Теория Матриц. Наука, Москва.
 HILLINGER, C. (szerk.) [1992]: Cyclical Growth in Market and Planned Economies. Clarendon Press, Oxford.

Függelék

F1. táblázat

A modell együtthatói

	Magyarország			Egyesült Államok		
A folyó ráfordítások mátrixa						
	0,6	0,2	0,2	0,6	0,4	0,2
	0,1	0,3	0,2	0,05	0,0	0,1
	0,2	0,3	0,2	0,25	0,4	0,3
B tőkemátrix						
	3	5	2	3	6	3
	0	0	0	0	0	0
	0	1	10	0	0	9

F2. táblázat
Éves áramlatok
(a költségvetés főösszege az egység)

Megnevezés	Folyó ráfordítások			Beruházás			Összesen		
Magyarország									
Vállalat	1,8	0,2	0,4	0,3	0,16	0,14	2,1	0,36	0,54
Állam	0,3	0,3	0,4	0	0	0	0,3	0,3	0,4
Háztartás	0,6	0,3	0,4	0	0,04	0,66	0,6	0,34	1,06
Összesen	2,7	0,8	1,2	0,3	0,2	0,8	3,0	1,0	2,0
Egyesült Államok									
Vállalat	4,8	0,4	1,2	0,8	0,2	0,6	5,6	0,6	1,8
Állam	0,4	0	0,6	0	0	0	0,4	0	0,6
Háztartás	2,0	0,4	1,8	0	0,0	1,8	2,0	0,4	3,6
Összesen	7,2	0,8	3,6	0,8	0,2	2,4	8,0	1,0	6,0

A két rendszer egyensúlyi arányai nagyon eltérnek. A magyar állam túlsúlya erős (tartalmazza az oktatás, egészségügy, közlekedés stb. szolgáltatásait is). A háztartások vásárlóereje csekély. A háztartás a teljes aktivitás kétharmada felett rendelkezik Amerikában, Magyarországon csak egyharmada felett. A lakosság ezért erőtlén gazdaságilag és politikailag.

Modellek

A rendszer mátrixa: $C = 1 - A - \lambda B$.

Az egyensúlyi (Neumann) mennyiségek: $Cx^* = 0$ és árak $C'p^* = 0$.

Goodwin logaritmikus modellje

$$\begin{bmatrix} \langle x^* / p^* \rangle \\ \langle p^* / x^* \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C \\ C' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ x \end{bmatrix}$$

Ennek ciklusait a profithányad kormányozza.

Kiegészítés a lekötött tőkével

$$\begin{bmatrix} \langle Bx^* / p^* \rangle & -B \\ -B' & \langle B'p^* / x^* \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C \\ C' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ x \end{bmatrix}$$

Ezt a profitráta szabályozza.

Itt $\langle \rangle$ diagonális mátrixot, / pedig két vektor elemenkénti hányadosát jelenti.

A két ország adataiból a modellek alapján számított ciklushosszak:

Magyarország: 5, 11, 47, 190 év

Egyesült Államok: 5, 10, 47, 209 év.